



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>



Dette er en digital kopi af en bog, der har været bevaret i generationer på bibliotekshylder, før den omhyggeligt er scannet af Google som del af et projekt, der går ud på at gøre verdens bøger tilgængelige online.

Den har overlevet længe nok til, at ophavsretten er udløbet, og til at bogen er blevet offentlig ejendom. En offentligt ejet bog er en bog, der aldrig har været underlagt copyright, eller hvor de juridiske copyrightvilkår er udløbet. Om en bog er offentlig ejendom varierer fra land til land. Bøger, der er offentlig ejendom, er vores indblik i fortiden og repræsenterer en rigdom af historie, kultur og viden, der ofte er vanskelig at opdage.

Mærker, kommentarer og andre marginalnoter, der er vises i det oprindelige bind, vises i denne fil - en påmindelse om denne bogs lange rejse fra udgiver til et bibliotek og endelig til dig.

Retningslinjer for anvendelse

Google er stolte over at indgå partnerskaber med biblioteker om at digitalisere offentligt ejede materialer og gøre dem bredt tilgængelige. Offentligt ejede bøger tilhører alle og vi er blot deres vogtere. Selvom dette arbejde er kostbart, så har vi taget skridt i retning af at forhindre misbrug fra kommerciel side, herunder placering af tekniske begrænsninger på automatiserede forespørgsler for fortsat at kunne tilvejebringe denne kilde.

Vi beder dig også om følgende:

- Anvend kun disse filer til ikke-kommercielt brug
Vi designede Google Bogsøgning til enkeltpersoner, og vi beder dig om at bruge disse filer til personlige, ikke-kommercielle formål.
- Undlad at bruge automatiserede forespørgsler
Undlad at sende automatiserede søgninger af nogen som helst art til Googles system. Hvis du foretager undersøgelse af maskinoversættelse, optisk tegngenkendelse eller andre områder, hvor adgangen til store mængder tekst er nyttig, bør du kontakte os. Vi opmuntrer til anvendelse af offentligt ejede materialer til disse formål, og kan måske hjælpe.
- Bevar tilegnelse
Det Google-"vandmærke" du ser på hver fil er en vigtig måde at fortælle mennesker om dette projekt og hjælpe dem med at finde yderligere materialer ved brug af Google Bogsøgning. Lad være med at fjerne det.
- Overhold reglerne
Uanset hvad du bruger, skal du huske, at du er ansvarlig for at sikre, at det du gør er lovligt. Antag ikke, at bare fordi vi tror, at en bog er offentlig ejendom for brugere i USA, at værket også er offentlig ejendom for brugere i andre lande. Om en bog stadig er underlagt copyright varierer fra land til land, og vi kan ikke tilbyde vejledning i, om en bestemt anvendelse af en bog er tilladt. Antag ikke at en bogs tilstedeværelse i Google Bogsøgning betyder, at den kan bruges på enhver måde overalt i verden. Erstatningspligten for krænkelse af copyright kan være ganske alvorlig.

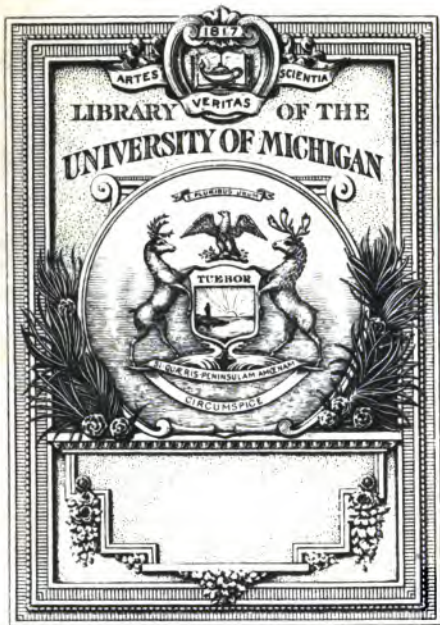
Om Google Bogsøgning

Det er Googles mission at organisere alverdens oplysninger for at gøre dem almindeligt tilgængelige og nyttige. Google Bogsøgning hjælper læsere med at opdage alverdens bøger, samtidig med at det hjælper forfattere og udgivere med at nå nye målgrupper. Du kan søge gennem hele teksten i denne bog på internettet på <http://books.google.com>

10
N. Nielsen

exam. pdgt.

7-5 10-



267/5-33. 110

Bernh.^{ad} Frid.^{rich} Moënrichs,
Professor i Mathem. og Phys. i Frankfurt ved Oderen,

Mathematisk Lærebog

for dem,

som ved andre Hovedforretninger agte at
føre sig Mathematiken til Nytte.



Første Deel.

Den theoretiske Mathematiks Grund-
lærdomme.

Med nogle Forandringer og Tillæg.

Oversat
af

Jacob Wolf.

Kjøbenhavn 1784.

Trykt paa Gyldendals Forlag,
hos Frid. Wilh. Ebels.

GA

35

.M699

v.1

pt.1

nd

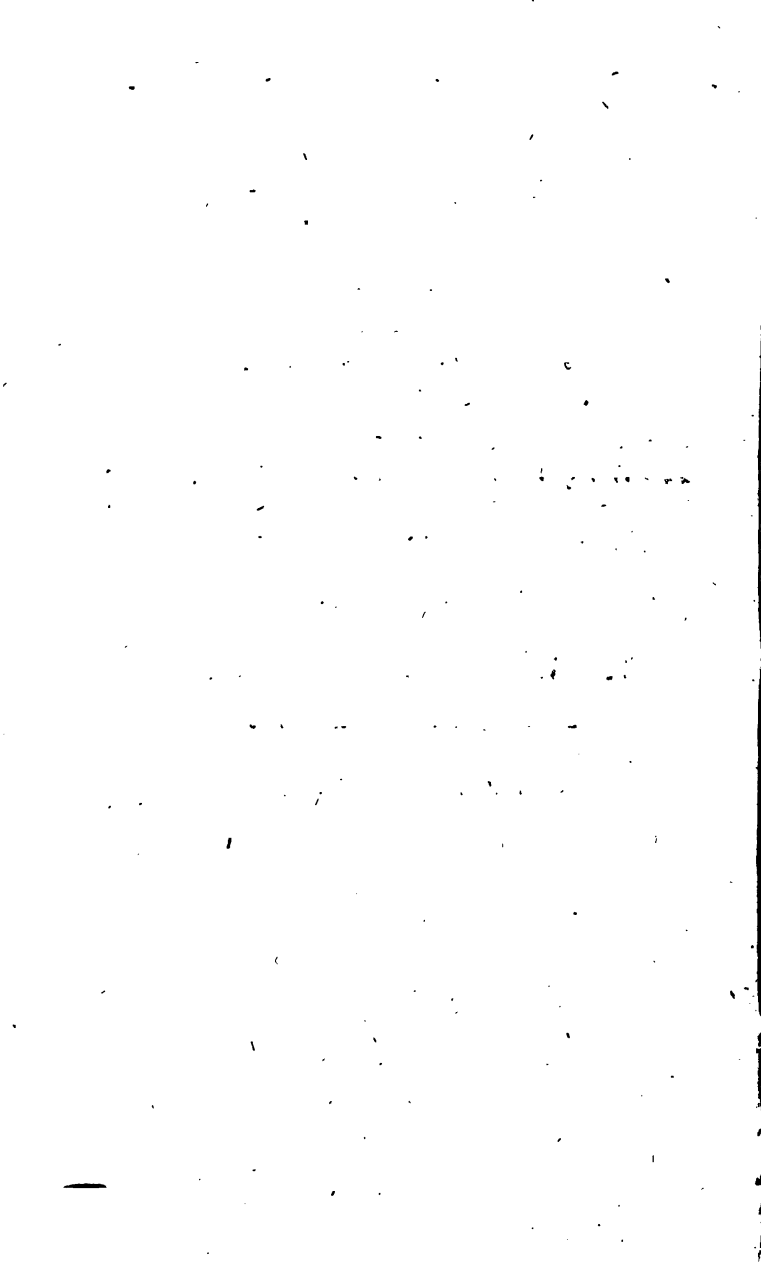
Professor Mönichs
Mathematisk Lærebog,

Første Deel

Første Hefte.

De arithmetiske Videnskaber.

Med logarithmiske Tabeller.



Hist. og Sci.

1848

4-16-35

30159

2v in 3



Forfatterens Fortale.

3-9-40
Den Hensigt, til hvilken man pleier at lære Mathematiken, ansees almindelig som dobbelt. Den første er, at vænne den Unge's Forstand, især den Studerendes, til Opmærksomhed, til nøiagtig Eftertanke, ved det tilige Bekjendtskab med en Videnskab, hvis Sandheder ere utvilsomme, at bibringe ham en Færdighed i at tænke, og en indvortes Følelse af Sandhed og Rigtighed, paa det han kan have en Maalestok eller

Forfatterens Fortale.

eller Præbsteen, hvorpaa han kan prøve Graden af Vidsheden i de i andre Videnskaber forekommende Theorier. Men for det andet forlanger dog ogsaa, en Discipel i Mathematiken, at man bibringer ham Kundskaber, der i sig selv ere nyttige, hvad enten han nu vil gjøre sig en Hovedforretning af dens Anvendelse, eller ved en anden Hovedforretning føre sig den til Nytte, til fordeelagtigere at drive den, i det mindste forskaffe sig et sikkert Fundament, for at faae grundige Indsigter i den for Mennesket saa anstændige og nyttige Naturens Kundskab. Ibland dem, der lægge sig efter Mathematiken, er blant Hundrede neppe een, der har den Hensigt, engang at gjøre denne Videnskab til sin Hovedforretning. Ja, om de fleste, endog de største Mathematikforstandige næsten i alle Tidsalbre, lod det sig vise, at de ikke strax i Begyndelsen havde den Hensigt, at opofre denne Videnskab deres hele

Forsfatterens Fortale.

Lid. Almindelig Videlyst forde dem mestendeels først i dette Fag, hvilket dog efterhaanden ganske fængslede deres dertil skabte Genie. Desuden gives der endnu et andet Slags, som ved at lære Mathematikken have det Forsæt, i sin Tid at gjøre nogle practiske Dele, s. E. Landmaalingen, den ene eller anden Art af Bygningskonsten, o. d. l. til deres Haandtering, og derfor kun lære det theoretiske, for saa meget desto bedre at kunne komme frem i Praxis. Imidlertid bestaaer dog den allerstørste Deel af saadanne Personer, som foruden Mathematiken endnu opofre sig til et andet saa kaldet Hoved- eller Brødstudium, endskjønt de lade Mathematiken vederfares den Ret, at troe, at man ved den ikke alene kan skærpe Forstandens Kræfter, men ogsaa have egentlig umiddelbar Nytte deraf i andre Forretninger. Lidet er vist nok altid endnu dette Antal i Forhold til den hele Sum af Studer-

Forsfatterens Fortale.

rende, og i Sammenligning med den Nytte, som endnu ofte nok tilstaaes Mathematiken og Naturlæren af Folk, som have fuldbendt deres Universitetsaar, og nu ere i Embeder.

Alf alt dette følger imidlertid, at en Lærer i Mathematiken maae umage sig for, at indrette sit Foredrag og Materiens Valg dertil saaledes, at det passer sig for enhver Art af hans Tilhørere. Nu synes det vist nok, som han ikke kan forseile sit sammensatte Viemed, naar han lærer saaledes, som om alle hans Tilhørere skulde blive Mathematiker af Profession. Grundigheden og selv Strengheden i Læremaaden vil kun saa meget bedre tiene til, at vænne Forstanden til Eftertanke, og den, der har opofret sig især til Lovkyndigheden, Lægekunsten eller Theologien, vil det ligesaa lidet skade som Landmaaleren, Ingeniøren og Architekten, til lige i Ordets hele Strenghed at være blevet

en

Forfatterens Fortale.

en Mathematiker. Jeg har herved kun det eneste Spørgsmaal at giøre, om ikke paa saadan Maade efter Sagernes nærværende Forsætning, uagtet al Lærersnæs Nid og Grundighed, endnu færre maatte loffes til at lære de almindelig brugbare Dele af Mathematikken, og mange, som endog begynde, blive trætte paa Halvdeelen? hvorved da, naar de ikke komme saa vidt, at de lære at bruge deres Kundskaber, de Mathematikken ofte nok giorte Bebreidelser, at den ikke er Embedsmanden ret brugbar, endnu vilde blive hyppigere. At denne Frygt ikke er ganske uden Grund, vil man tilstaae, naar man betænker, at ethvert Fag, som enhver vælger sig til sit Hovedstudium, ved Videnskabernes nærværende Tilstand er ved saa mange Underafdelinger udvidet og udstrakt, at der ved den korte Tid, man pleier at anvende til den egentlig saa kaldte Studering, bliver ikkun liden Tid tilovers for Bividenskaber. En Lærer i

Forfatterens Fortale:

Mathematiken kan altsaa intet andet gjøre, end lempe sig efter Omstændighederne, og i det han ved den Underviisning, hvori enhver Art af Tilhørere skal tage Deel, intet andet Viemod foresætter sig, end det, han er i Stand til at opnaae, maae han søge Midlerne dertil i et saadant Valg af Materierne, at han kan bibringe det største Antal saa mange grundige Kundskaber om Ting, der ere brugbare i det almindelige Liv, som nogensinde er mueligt i den korte Tid, som de pleie at anvende derpaa.

Efter disse Forudsættelser og Hensigter maae man bedømme Indretningen af den Lærebog i Mathematiken, hvoraf jeg her leverer den første Deel. Jeg haaber nu ikke, at jeg skal fortjene den Bebreidelse, at have eftergivet for meget af den mathematiske Strenghed: om jeg endskjønt hist og her har valgt kortere og lettere Forestillingsmaader, hvor

Forfatterens Fortale.

hvor jeg ikke troede, at man ved Sandhedernes Anvendelse, just ved et forpære men vanskeligere Bevis, skulde mere bevares for at fare vild og forsee sig. Mestendeels har jeg derved fulgt saadanne Mænd, ved hvis Navn jeg allerede fuldkommen kunde retfærdiggjøre mig, og mestendeels har jeg henviist den, der maatte forlange større Skarphed, derhen, hvor han kan finde den. Saavidt Tiden tillod det, har jeg viist at anvende Theorierne paa Exemplar. Jeg har pirkelig mærket, at de kun altid ere saa, som uden al Anviisning vare skikkede til, naar de komme i de Tilfælde, at besinde sig, hvorledes de skulde bruge deres theoretiske Kundskaber. Og deraf kommer da ofte den allerede ovenfor berorte Bebreidelse, at man ikke kan bruge Mathematiken i det daglige Liv, en Bebreidelse, der ikke gøres nogen Deel af Theorien saa ofte, som Algebra. Man finder derfor ved den korte Indledning til Algebra

Forfatterens Fortale.

gebra her mestendeels saadanne Exempler, der løbe ud paa Omstændigheder, som forekomme i det daglige Liv ved oeconomiske og Rettergangssager, eller i det mindste kunde foresfalde, og jeg tvivler ikke paa, at man kun behøvede at være mere opmærksom derpaa: saa vilde man finde tusinde Tilfælde, hvor man i Stedet for vanskelige og trættende Regninger, eller ungesære ofte urigtige Burderinger, skulde med nogen Kundskab om den almindelige Algebra, og Færdighed i Analysis komme langt lettere og sikrere til Maalet.

Til Geometriens Theorie har jeg derimod under Navn af practiske Anmærkninger tilføiet de første Lærdomme af Landmaalerkonsten, for saaledes ved den Nytte, Begyndere Tid efter anden blive vaer af den lærte Theorie, at opmuntre dem til, med utrættet Iver at gaae videre. Jeg veed in-

tet

Forfatterens Fortale,

tet andet Middel, der bedre kunde bestaae med Grundighed, for at skaffe Mathematikken kun noget bestandige Tilhængere blant saadanne, som dog endnu ville have det brugbare. Thi til Classen af folsomme Sieler veed jeg plaud ikke at skaffe Mathematikens Afgang, fordi de skielve tilbage for alt, hvad der er grundigt eller abstract, og deres Hierte dog ogsaa vilde blive koldt ved Landmaalerkonsten. Følgen af de practiske Anmærkninger ved Geometrien og Trigonometrien kan imidlertid ogsaa for sig selv tiene som en kort Indledning til den practiske Geometrie, om man skulde finde det for vidtløstigt, ved det ordentlige Foredrag tilige at igiennemgaae dem.

Den fornødne Korthed har jeg fornemmelig derved søgt at skaffe Foredraget, at jeg vel altid noget omstændeligere har foredraget Grundbegreberne og Grundlæggelserne,

Forfatterens Fortale.

tingerne, som jeg maatte falde dem, paa det man ved Efterlæsning altid igien kunde gjøre sig dem ret nærværende, men har derimod været desto fortære ved de deraf uledte Sætninger. Mig syntes det altid, som der ved saadan en Indretning blev givet Lærlingen den bedste Leilighed, ved Forberedelsen at prøve sine Kræfter, ligesom den Lærer, som Tid og Omstændigheder tillade, at tale med sine Tilhørere over det, han lærer dem, saaledes best kan anholde dem til, at være opmærksomme, og selv at udvikle Beviserne.

Formodentlig vil man heller ikke finde det uret, at jeg hist og her har givet Prover paa den geometriske Analysis. Jeg holder det for aldeles nødvendigt, saasnart som mueligt at give unge Geometre et Begreb herom, og ved det mundtlige Foredrag, saa meget Tiden kun tillader det, først at analysere Beviserne og Opførselene, førend
man

Forfatterens Fortale.

man reciterer det synthetiske Beviis. Desværre gives der Exempler, at selv Lærere ikke vide hiin platoniske Hemmelighed, da dog denne Methode, om jeg ikke feiler meget, er i Mathematiken netop det, som man under Navn af socratisk Methode nu omstunder i Almindelighed vil have indført i Underviisningen.

Bed Enden af Algebra ere nogle Materier medtagne af den egentlige mathematiske Analysis, og i den anden Afdeling af Geometrien ere Grundbegreberne af den høiere Geometrie og det Uendeliges Analysis meddeelte, for at give videbegierlige Leilighed til, at overtøye sig om Nytten af den høiere Mathematik. Fra denne Side beder jeg ogsaa kun at ansee disse saa Arf. De skulle ikkun give en Forsmag, kun hielp til at borttrømme de første Vanskeligheder og den Fordom, at den høiere Geometrie er en
høist

Forfatterens Fortale.

høist vanskelig, men derhos ganske ubrugbar Speculation.

Den korte Historie af den theoretiske Mathematiks Dele skulde giøre mine unge Læsere bekendte med de fornemste Opfindere, og de Hovedskridter, hvorved Videnskaberne have tiltaget, og tillige overbevise dem om, af hvad for en vidtløftig Omfang mange her kun berørte Dele af samme ere, og endelig tiene dem til Anviisning, ved hvad for Bøger de, om de have Kald og Tid dertil, kunne komme videre paa den begyndte Vej.

I den anden Deel tænker jeg at indrømme de Dele, som ere nyttigst for det daglige Liv, mere Plads end almindelig skeer; men derimod mueligst at afforte saadanne Dele, som passe sig for den egentlige Mathematiker.

Frankfurt, i Februar 1781.

B. J. Mönnich.



Til den danske Læsere.

At skrive en mathematisk Coursus, eller at foredrage den Mængde af mathematisk Videnskaber enhver efter den Fuldkommenhed, den paa den Tid har naaet, er forbundet med saa meget mere Vanskeligheder, jo flere Classer af Læsere Forfatteren agter at tiene. Den theoretiske og den anvendte Mathematik skal særskilt foredrages: (tht at affondre Theorie fra Anvendelsen, er ingensteds saa uundværligt, som i

Til den danske Læser.

Mathematiken, da de beste Hoveder, uden at kiende til denne Videnskab, ei ere i Stand til at indsee Mueligheden i at opdage de Sandheder, som dog virkelig ere opdagede ved Matematikens særegne Theorie) og enhver af dem skal fremsættes efter enhver Læfers, Lærv. Theorien, skiont i Grunden stedsse den samme, bør dog foredrages anderledes for den, der vil giøre Mathematiken til sin Hovedsag; anderledes for den, der lærer den, som eet af de betydeligste Kapitler af de philosophiske Videnskaber; - anderledes for den, der agter at giøre Physik, Astronomie, Bygningskunst, Landmaaling, Fortification, Artillerie, Vandbygningskunst eller Stibbygningskunst til sin Hovedforretning. Samme Beskaffenhed har det med den anvendte Mathematik, denne Samling af serten til tyve forskellige Videnskaber, hvoraf den ene af de bemeldte Classer af Læsere behøver den udførligste Kund-

Til den danske Læsere.

Kundskab om den ene Deel, den anden om andre. Det var derfor vækkelig at ønske, at en mathematisk Cursus stedse blev skrævet med den bestemte Hensigt, at tjene snart denne, snart en anden Classe af Læsere, ligesom man har dem fra Frankrig og England for Søemænd, Artillerister og Ingeniører, skönt de sommetider mangle noget i det Characteristiske efter deres Bestemmelse. Men da Læsernes Antal neppe vilde blive betydelig nok til at befordre saadanne Skrifters Trykning og Udførelse, især i disse Tider, da hvert Land forlanger Videnskaberne forredaget i sit eget Sprog, ei i det almindelige Videnskabs Sprog; saa er intet andet tilbage, end at gaae, saavel i Hensende til Indholdet, som i Forbrugsmåden, en Vidskabelig, at vælge en Plan som nærværende Forfatter, hvorfor han har gjort Neds i sin Fortale.

Til den danske Læsere.

J Henseende til den theoretiske Mathematik, som endnu alene er udkommen, har han udført hans Plan med almindelig Bifald. De elementare Theorier ere udførlig og skarp foredragne, af den høiere Mathematik er saa meget fremsat, at Begyndere faae tilstrækkelige Begreb om det særegne deri, for at kunne gaae frem til udførligere Skrifter derover, tilbeels efter den Anviisning, som disse Videnskabers tilføiede Historie giver, og overalt er der givet Anledning til Theoriernes Anvendelse, som falder Begyndere saa vanskelig, og hvorefter deres Længsel dog er saa stor, at de ofte forsomme Theorien selv derover. En Mand, som forener gode mathematiske Indsigter, med den til hans Embede udførdelige Kundskab i Cammeralvidenskab, og som har daglig Leilighed til at lære at kiende practisk-mathematisk Arbeide af en Mængde Mand, hvoraf endeel enten slet ikke har havt Leilighed

hed

Til den danske Læsere.

høb at lære de mathematiske Videnskaber ved Universitetet, eller dog kun for saavidt, som de udfordres i den philosophiske Cursus, troede at en Oversættelse af Herr Wolffs Lærebog vilde være velkommen hos mange; især hos de fidske, og opmuntrede den af vores Litteratur saa fortiente Herr Forlægger til at foreanstalte den, hvortil han og strax fandtes villig. Herr Wolf, som er bekendt ved mange gode Oversættelser af det Tydske, paatog sig ogsaa denne, som han har udført saaledes, som det kunde ventes af en Mand, der kender Sagen og Sprogene tillige. Efterat Oversættelsen var fuldendt, blev jeg af Herr Forlæggeren anmodet om at have Indseende med Udgaven, hvortil jeg ei kunde være uvillig, da vi af Herr Professor Bligges mathematiske Haandbog hidindtil kun have den første Deel af fem, og da academiske og andre Forretninger endnu have forhindret mig, at udføre det Udkast, hvor

Til den danske Læser.

efter jeg aarlig forebrager de mathematiske Videnskaber. Saa meget, som min indskrænkede Tid vilde tillade det, har jeg altid søgt Læseren til at giøre denne Oversættelse saa brugbar som muelig; og jeg tør fortrædigen paa minde hvad jeg har givet dered.

Skiont jeg ei holder det for raadeligt; at de første Begyndere gaar meget vidt ind i Algebra eller Analysis, førend de besatte sig med Geometrien, saa har jeg dog givet dette Skrift, som formentlig vil blive mest brugt af dem, der have lagt nogen Grund i Mathematiken, saadan en Indretning, at det første Hefte indeholder den hele Arithmetik og Algebra, og det andet hele Geometrien samt Algebra's Anvendelse paa den, for saavidt de ere afhandlede af Forfatteren. Jeg har til den Ende indført et Par Materier hver paa sit Sted i det første Hefte, som Forfatteren havde afhandlet i Tilleggene, og jeg har

Til den danske Læser.

har ved Slutning af det første Hefte givet Læseren et Udkast af Eigningers almindelige Theorie, som jeg haaber vil befaades at være svarende til Forfatterens Plan. De første Grunde af den høiere Geometrie og det Uendeliges Regning, som Forfatteren ligeledes havde anvist Sted i Tillægget, som derved til at staae strax efter Geometrien, hvor de og egentlig henhøre, og hvor de gierne kunne staae, naar ikkun Læseren erindrer, at denne Afdeling er efter Bogens Plan langt fra ikke saa udførlig affandlet, som den første, at den tlener kun til at give nogen Idee om disse Videnskaber, for at kunne i Nødsfald bruge noget af deres Theorie i den anvendte Mathematik. I Forfatterens Foredrag selv har jeg ei villet tillade mig at gjøre nogen Forandring, endogsaa der, hvor jeg kunne være af andre Tanker; alt hvad deri afviger fra Originalen, bestaaer kun i endeel Forandringer i Exemplerne, for at gjøre dem,

Til den danske Læser.

om mueligt, mere locale, hvilket for det mæste er besørget af Verkets første Befordrer. Alene i den tilføiede Historie af de afhandlede Videnskaber har jeg taget mig den Frihed, at forandre og lægge til Texten, hoød jeg fandt fornøden, dog saaledes, at jeg stødse havde Forfatterens Plan for Øinene. Endelig har jeg forraaet Forlæggeren til at tilføie logarithmisk-trigonometrisk Tavler, paa det de kunne være strax ved Haanden ved Læsning af Logarithmernes og Trigonometriens Theorie, hvor de ellers, naar de skal særskilt kjøbes, ofte mangle til stor Skade for de Lærende. Jeg har søgt at bringe dem, Nolagtigheden ubeskædet, i saa lidet et Rum, som mueligt, dog saaledes, at de kunne giøre samme Nytte som de sædvanlige Haandudgaver, og jeg vil her korteligen forklare deres Indretning.

Tabellerne bestaae af to Afdelinger, den første indeholder Logarithmer for de hele Tal
fra

Til den danske Læsere.

fra 1 til 10000, og den anden Logarithmer for alle Sinus og Tangenter imellem 0 og 90° fra Minut til Minut. Logarithmernes Mantisse bestaaer overalt kun af sex Cifre, skønt de sædvanlige Blacqſſe Haandudgaver have syv; men man behøver derfor et at ansee dem for mindre paaalidelige, da gode Haandudgaver, for Exempel de la Caille's, som dog var bestemt til Astronomers Brug, ei have flere, og da endogsaa nogle til temmelig skarpe Beregninger i Navigationen bestemte, f. E. Robertſons og Wales's, bruge kun fem. At have disse Tabeller paa mindre end 6 Ark, i Stedet for 16 til 20, vilde vel allerede befordre deres Brugbarhed hos dem, som ei vil forsyne sig med de større og fuldstændigere af Sherwin, Gardiner og Schulze; men for at befordre den endnu mere, har man søgt, formedelst tilføiede Differencer, at gjøre den ved Brugen af de sædvanlige Haandudgaver af Logarithme-Tabeller,

Til den danske Læser.

ler, saa ofte foresaldende Interpolation, saa let som mueligt. Ved Logarithmerne for Tal fra 1000 til 10000 staaer overalt deres Forskiel, som man betiener sig af paa den i 1ste Hefte S. 210. forklarte Maade. Men da det antagne Rum af 6 Aar tillod det, har jeg strax efter Tallenes Logarithmer paa tre Blade anført de Proportionaldele, som svare til disse Differencer, hvorved Logarithmer for Tal fra 10000 til 100000 og omvendt Tal til Logarithmer kan næsten uden Regning blive affærevne. Et eneste Exempel vil giøre Brugen let for dem, som kiende allerede til den sædvanlige Interpolation. Log. 48937 forlanges; man op søger da Log. 4893 = 3.698575 og sætter hen til Differencen 89; op søger man denne Difference i Tabellen over Proportionaldelene, saa staaer derunder alle de Proportionaldele, som skulle tillægges til Logarithmernes Mantisse for hvert Tal fra 1 til 9 som stod bag ved

Til den danske Læser.

ved de fire første; den er 63 for 7, og altsaa har man ved Addition og Characteristikens behørig Forandring Log. 48937 = 4.698638. Omvendt, man forlanger Tallet til Logarithmen 4.826871; opsegt med Characteristik 3 finder man Tallets fire første Cifre 6712; man seer hen til Differencen i Tabellerne, den er her 65; man søger Forskiellen imellem den givne og Tabellernes mindre Logarithme, som er 19; dette Tallet eller i andre Tilfælde det nærmeste opledes i Tabellen over Proportionaldeleene under Tabellernes Difference 65, og foran for samme i første Colonne staar det Tal, som skal sættes til de fire forhen fundne, i nærværende Tilfælde 3, og Tallet er derfor 67123. Havde man til Logarithmer for Sinuser og Tangenter foiet ligesom Differencer, saa havde man derved allerede lettet den Interpolation, hvorefter tales i 2det Hefte S. 211., men for at gjøre den saa let, som muligt, har

Til den danske Læsere.

har man i Stedet for de hele Differencer,
 som vilde svare til 60 Secunder, sat Diffe-
 rencen for 100 Secunder eller rettere for 1
 Secunde, naar man dividerer den, som fin-
 des i Tabellen med 100. Saaledes staaet
 ved Log. Sinus $22^{\circ} 12' = 9.577309$ Dif-
 ferencen 516, og derfor er 5,16 Differen-
 cen for 1 Secunde. Det er for sig klart, at
 om man forlangte Log. $22^{\circ} 12' 30''$, behøver
 man kun at multiplicere 5,16 med 30 eller
 hvad andet Tal af Secunder der var givet;
 og addere Productet til den forrige Loga-
 ritme; saaledes bliver i nærværende Tilfælde
 Log. $22^{\circ} 12' 30'' = 9.577463$. Var der
 imod en Sinus's Logarithme 9,498951 gi-
 ven, og man forlangte Vinklen, hvortil den
 svarer, saa finder man den strax af Tabellen
 i Grader og Minuter $18^{\circ} 23'$; men da For-
 skiellen imellem den givne og Tabellens Lo-
 garithme er 126 og efter Tabellen Differen-
 cen for 1 Secunde er 6,34, saa følger, at
 det

Til den danske Læser.

det dertil svarende Antal af Secunder er $= \frac{126}{634} = \frac{12600}{634}$ paa det nærmeste 20, altsaa er Vinklen $18^{\circ} 23' 20''$. For Kiendere behøver jeg ei at erindre, at denne Interpolationsmaade er mindre paalidelig ved de trigonometriske Linier af de tre første og sidste Grader, og jeg anfører det altsaa kun for at gøre Begyndere opmærksom derpaa.

At Herr Forlaggeren ogsaa har baaren Omsorg for, at man kan anskaffe sig disse Tabeller, uden at købe Skriftet selv, hvortil de egentlig ere bestemte, vil uden Tvivl være behageligt for dem, som ønske sig en kort og brugbar Haandudgave af logarithmisk-trigonometriske Tabeller, uden at behøve en mathematisk Lærebog.

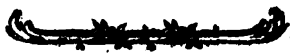
Jeg ønsker til Slutning, at Skriftet selv, og mit ringe Arbeide i den Henseende, maatte blive optaget med Velbehag af mine
Lands-

Til den danske Læsere.

Landsmænd, og at det maatte tiene til at understøtte den hos os, om jeg skønner ret, tillagende Lyst til at dyrke de mathematiske Videnskaber, hvortil det er saa vel skiftet. Jeg ønsker tillige, at Forlaggeren, som forhen maaskee havde vovet for meget ved at besørge Oversættelsen af saadant et Werk, maatte ved Publicums Bifald blive opmuntret til oftere at paatage sig Forlaget af flere og Originalskrifter i dette Fag.

København, i May 1784.

J. M. Gensæ.



Indhold af første Deels første Hefte.

Indledning. Om Mathematiken i Almindelighed. S. 1

Den theoretiske Mathematik. Første Deel.

De arithmetiske Videnskaber.

Almindelige Begreber og Sætninger. S. 4

Første Afdeling. Talregnekunsten.

I. At udtale og skrive Tallene.	11
II. De fire Regnemaader i hele Tal.	15
III. Brøktregning i Almindelighed.	33
IV. Om Brøkernes Forvandling.	55
V. Om Decimalbrøker i Besynderlighed.	59
VI. Om den afskortede Multiplication og Division, især ved Decimalbrøker.	86 71
VII. Regning med benævnte Tal.	67
VIII. Om Talforholbe og Proportioner.	

Anden Afdeling. Den almindelige Regnekunst.

Indledning.	80
I. De fire Regnemaader i almindelig Forstand.	82
II. Brøktregning i almindelige Tegn.	104
III. Om at udbrage Quadratroden.	108
IV. Om at udbrage Cubicroden.	119
V. Om Potentser og Digniteter og deres Forandringer.	131
Anvendelse paa Decimal- og Sexagenalregningen.	145
VI. Om	

Indhold af første Deels første Hefte.

VI. Om Irrationaltallene, de indbildte og umuelige Størrelser.	S. 149
VII. Ligningers, især de enkeltes, Opløsning.	153
VIII. De quadratiske, saavel rene, som urene, Ligningers Opløsning.	171
IX. Om Proportioner i Almindelighed.	178
X. Om arithmetiske Proportioner og Rækker.	180
XI. Om geometriske Proportioner.	189
XII. Sammenhæng mellem de practiske Regningsregler, saasom den almindelige Regula Verri, den Reeske og Riederegelen, Selfabs. og Allocationsregningen, o. s. med den hidtil anførte Theorie.	202
XIII. Om geometriske Progressioner.	213
XIV. Om Logarithmerne.	218
XV. Regningsspørgsmaal, som maae opløses ved geometriske Progressioner og Logarithmer.	229
XVI. Om ubestemte Opgaver.	241
XVII. Om forskellige enkelte Tings Omsætning og Sammensvielse (de permutatione & combinatione)	252
XVIII. Om den binomiske Læresætning.	260
XIX. Om bestemte høiere Ligningers Opløsning.	268

Tillæg. De i Lærebogen afhandlede Videnskabers Forts Historie.

I. Arithmetikens Historie.	300
II. Kort Historie af Algebra og de endeligs Størrelser's Analyse.	310



Indledning.

Om Mathematiken i Almindelighed.

§. 1.

Alt det ved og i en Ting, som kan tage mod en Formerelse og Formindskelse, kalder man Størrelse; og den almindeligste Mennekkesforstand seer ofte ikkun alene paa denne Egenskab ved en Ting, uden at tænke paa de øvrige, det er, den betragter Størrelsen affondret (*abstracte*). I Mathematiken, hvis egentlige Gienstand er Størrelsen, betragtes den altid affondret. Mathematiken, som en Art af Kundskab, hvis Gienstand er muelig, det er her, som lader sig tænke, er altsaa ogsaa selv muelig, eller lader sig tænke. Men som videnskabelig Kundskab lærer Mathematiken, hvorledes man kan sammenligne Størrelser med hinanden, og af bekiendte udlede andre ubekiendte.

§. 2.

To Maader, at betragte Størrelserne paa, lade sig endnu adskille fra hinanden. Man be-



trakter dem enten blot som en Mængde af Dele, hvad enten disse Dele nu virkelig ere adskilte fra hinanden, (*discretæ*) eller udgiøre et sammenshængende Heelt (*continuum*). Eller man seer foruden dette, vel ogsaa kun alene, paa Forbindelsen, Beliggenheden og Ordenen i en Størrelses Dele, d. e. paa Figuren; hvilket da især findes Sted ved det egentlige Continuum. Det første heder, at betragte Størrelserne arithmetisk; det andet, at betragte dem geometrisk. Arithmetik og Geometrie ere altsaa de to virkelig fra hinanden forskiellige Hoveddele af Mathematiken. Algebra indbefattes under den første, og Trigonometrien tager sine Grundlærdomme af Geometrien, og bringer i Udøvelsen alting til Regning. Altsaa er den sammensat af begge. Ogsaa i de øvrige Dele af Maalekonsten er det egentlig mathematisk intet andet end Arithmetikens og Geometriens Anvendelse paa de i Verden forekommende Ting, forsaavidt de lade sig betragte mathematisk. Deraf er det begribeligt, hvorledes Anstallet af den anvendte Mathematiks Videnskab ber bestandig har tiltaget, og det vil fremdeles tiltage, alt eftersom i denne eller hiin vigtige Gienstand i Verden, det som er Størrelse ved den, lader sig saaledes bringe til Tal og Maal, at en sammenhængende Række af Sandheder (et System) kan bygges derpaa.



§. 3.

Da Størrelsen forekommer ved alle Ting i Verden; saa vil man ikke ret kunne kiende, følger lig heller ikke ret føre sig nogen til Nytte, saa længe man enten slet ikke, eller kun alt for meget paa Lykke og Fromme veed at dømme om dens Størrelse, eller ikke veed af Datis at bestemme det, der ikke umiddelbar kan maales. Heraf viser sig Mathematikens Nytte tilstrækkelig; dog ere ikke alle Dele enhver lige fornødne til hans Hensigter. — Den egentlige Mathematiker maae vist nok umage sig for, paa mueligste Maade at omfatte alle Dele; enhver, for hvilken Sandhed og Vished selv har Yndigheder hos sig, vil efter Tid og Omstændigheder søge at forbyrve sig saa mange Indsigter deri, som han kan. Den theoretiske Mathematik er i en vis Grad uundgaelig nødvendig for enhver, der vil cultivere sin Forstand, og i een eller anden præctisk Deel frembringe noget. For Resten er f. E. for Juristen, og endnu mere for Cameralisten, Ovelse i Arithmetiken og den almindelige Algebra, præctisk Geometrie, Civilarchitectur, Maskinevæsen, Baudbyggerkonsten, mere fornøden end andre Dele, f. E. Optik og Astronomie, med hvilken sidste man derimod maae raade Theologen, at giøre sig noget mere bekendt, o. s. v.





Den theoretiske Mathematik.

Første Deel.

De arithmetiske Videnskaber.

Almindelige Begreber og Sætninger.

§. 4.

I Almindelighed tagen besatter Arithmetiken sig med Størrelsen, for saavidt den betragtes som saadant et Heelt, der bestaaer af Dele, hvoraf man kan tage flere eller færre, hvilke tilsammen tage lade sig sætte i Stedet for det Hele, men enkelte lade sig sætte i Stedet for hinanden, uden at Begrebet om det Hele derved skulde forandre sig, f. E. en Hiord, en Hob Mennesker lader sig saaledes betragte.

§. 5.

Ting, som ogsaa have meget forskielligt fra hinanden hos sig, kan man dog betragte blot i Hensigt til det, de have tilsælles med hinanden. For saavidt vil det være Ting af eet Slags, og lade sig tælle sammen. F. E. to Engellændere, tre Franskmænd og fire Tydske have dette tilsælles, at de ere Europæer. Det ere ni Europæer, ikke ni Tydske o. s. v. Denne tilsælles Egenstabs, som
man



man finder hos Tingene, er Eenhedent, hvor ofte man finder den, viser Tallet, som er en Mængde af Eenheder.

Till. Man kalder det lige stort, som har eens Størrelse. Der gives altsaa lige store Tal; Ligestorhedstegnet er $=$. Der maae ogsaa gives Tal, som ere ulige store, eller hvoraf det eene er større end det andet. Uligestorhedstegnet er $>$, saa at Aabningen er vendt mod den største.

Anmærkn. 1. Man kan ogsaa sige, Tal ere de Ord i et Sprog, hvorved man svarer paa det Spørgsmaal: hvor mange. Egentlige Definitioner lade sig neppe finde paa de første enkelte Grundbegreber i Videnskabene; man behøver dem heller ikke.

Anmærkn. 2. Meget naturligt var det ogsaa, at udtrykke Talbegreber ikke alene ved Ord, men ogsaa fordi de forekom saa ofte, i Skrivter ved endnu simple Tegn. Imidlertid er Regnekunsten med Taltegn intet andet, end en speciel Anvendelse af de langt almindeligere arithmetiske Grundsætninger, for saavidt de indførte Taltegn, og det Talsystem, som neden for skal forklares, føre det med sig eller tilstøde det. De følgende Sætninger passe sig paa ethvert Talsystem, ja paa alle Størrelser i Almindelighed.

§. 6.

Et Tal kan formeres, §. 1. det er, der kan komme flere Tal dertil. Ere disse forskellige fra det første, og finder man et Tal, som er lige saa stor som disse forskellige tilsammentagne, saa adderer man Tallene. Det fundne Tal heder Summen. De givne Tal, hvoraf man fandt den, summerende.



merende. Men ere de tilkommende Tal lige store med det første, saa adderer man paa denne Maade det første Tal nogle gange til sig selv, og dette Slags Addition hedder at multiplicere. Det ved Multiplication fundne Tal hedder Productet. De to Tal, af hvilke det ene virkelig nogle Gange sættes til sig selv (multiplicandus), og det andet viser, hvor mange gange det første skal lægges sammen (multiplicator), hedde Factorer.

Till. Den ene Factor indeholdes folgelig ligesaa mange gange i Productet, som Eenheden i den anden Factor, og det er ligegyldigt, i hvilken Orden Factorerne følge paa hinanden (eller hvilken der betragtes som multiplicandus eller som multiplicator). Productet er i alle Tilfælde det samme.

Anmærkn. Disse to Sætninger lade sig ogsaa saaledes oplyse:

A * * * * B
* * * *
* * * * C

B * * * * C
* * * *
* * * *
A * * * *

AB er den ene, og BC den anden Factor. AC er begge Gange Productet. Den første Figur viser, at AB ligger saa ofte i AC, som Eenheden i BC. Den anden, at Productet bliver det samme, om endog Factorernes Orden er anderledes. §. 2. Endog ved de største Factorer var det i Almindelighed mueligt, saaledes at forestille Producterne.

§. 7.

Et Tal kan formindskes, §. 1. d. e., der kan tages Tal fra det. Tages et givet Tal ikkun een gang.

gang fra et andet givet; saa subtraherer man: Hvad der ved saadan en Subtraction bliver tilovers, heder Differencen eller Forfskiellen. Derfor er Differencen og det subtraherte Tal (*subtrahendus*) tilsammen tagne lige store med det første Tal (*numerus minuendus*).

Men tages fra et givet Tal et andet, saa ofte det gaaer an, saa heder dette Slags Subtraction en Division. Det Tal, fra hvilket dette igien tagne Afdrag skeer, heder Dividendus, og det, som saaledes fradrages, Divisor. Det, som viser, hvor ofte Divisor har ladet sig fradrage, heder Quotienten.

Till. 1. Divisor maae altsaa indeholdes lige saa mange gange i Dividendus, som Eenheden i Quotienten, og Productet af Divisor i Quotienten giver Dividendus.

Till. 2. Derfor indeholdes ogsaa Quotienten (som en Factor betragtet) ligesaa mange gange i Dividendus (som et Product betragtet) som Eenheden indeholdes i Divisor (som den anden Factor) §. 6. Eller Divisor tilkiendegiver, hvad for en Deel af Dividendus Quotienten er. Eller ved Divisionen deles Dividendus i saa mange Dele, som Divisor indeholder Eenheder. Een af disse Dele er Quotienten.

Till. 3. Lad Dividendus være mindre end Divisor. Dividendus være f. E. **, Divisor ***; saa indeholdes den sidste ikke en heel Gang i



den første. Dog viser (Till. 2.) den sidste, at man skal finde den tredie Deel af den første. Man dele hver Eenhed af den første i 3 Dele. Lad v betynde saadan en Deel; saa faaer man $vvvvv$, og vv er Quotienten; dersom Dividendus var $=^*$, Divisor $=^{***}$; saa var v Quotienten.

Till. 4. Nu er det aabenbart, at v indeholder ligesaa mange gange i $vvv =^*$, som $*$ i *** , og da vv ligeledes indeholdes ligesaa mange gange i $vvvvvv =^{**}$, som $*$ i *** ; saa indeholdes ogsaa her, ligesom i Almindelighed, Quotienten ligesaa mange gange i Dividendus, som Eenheden i Divisor.

Till. 5. Skulde nu ***** divideres med **** ; saa var Quotienten ** i hele Eenheder. Nu skal endnu *** divideres med **** . Det bestaaer af $vvvvvvvvvvvv$, den 4de Deel er vvv , altsaa Quotienten $=^{**} vvv$.

Till. 6. Ligesom Productet af Divisor i Quotienten giver Dividendus, saa maae ogsaa et Product divideret med en Factor give den anden Factor.

§. 8.

Regnemaadernes Tegn ere: Additionens (+), Subtractionens (—), Multiplicationens (X) eller (.), Divisionens (:).

Anmærkn. Divisionen betegnes ogsaa ved en Streg imellem Dividendus og Divisor. F. E. $\frac{12}{2} = 12:4$.
Naar een eller begge Factorer ere sammensatte Størrelse,



relse, saa indsluttes de til at forebygge al Misfor-
stand imellem Hager, da de Tegn $\times$ og $.$ ganske
kunne udelades, f. E. $(5 + 7)(3 + 6)$. Lige saa-
dant forholdes med Dividendus og Divisor, naar
Tegnet : bruges, men naar man afskiller dem ved
en Streg, er det usnødent, f. E. $(9 + 2) : (4 - 1)$

$$= \frac{9 + 2}{4 - 1}.$$

§. 9.

Almindelige Grundsætninger i Mathe- matiken.

- I. Det Hele er lige stort med sine Dele tilsammen-
tagne; selvfølgelig større end enhver enkelt Deel.
- II. Enhver Størrelse er lige stor med sig selv.
- III. Naar to Størrelser ere lige store med en tres-
die; saa ere de lige store indbyrdes.
- IV. Hvad der er større eller mindre end een af to
lige store Størrelser, det er og større eller mindre
end den anden.
- V. Lige stort addeert til lige stort, eller subtrahes-
ret fra lige stort, eller multipliceret og divide-
ret med lige stort, giver lige store Summer,
Differencer, Producter og Quotienter. De
blive ulige store, naar man adderer og subtra-
herer ulige stort, eller multiplicerer og divide-
rer dermed.



VI. Det Større adderet til lige stott, eller multipliceret dermed, giver mere end det Mindre, men mindre, naar man subtraherer det, eller dividerer dermed.

Anmærkn. Disse Grundsætninger ere i og for sig selv ethvert Menneske saa naturlige, at han utallige Gange slutter og handler derefter, uden at vide det, eller, nogenfinde at have tænkt sig dem i saa almindelige Udtryk. Men i Videnskabens Begyndelse maae man opmærksom fatte Meningen af dem. Ofte ere de dog ikke strax til rede for Begynderen, naar Sandheder ved deres Hielp bringes i en videnskabelig Sammenhæng. Følgende Exempler kunne vise, hvorledes man kan anvende dem, og vel ofte anvender dem, uden tydelig at være sig dem bevidst.

I. 1 Rigsd. = 6 mf.,	følgeslig 1 Rdr. > 5 mf.
III. 1 Ducat = 2 Rdr.	IV. 1 Rdr. = 6 mf.
12 mf. = 2 Rdr.	1 Duc. > 1 Rdr.
1 Ducat = 12 mf.	1 Duc. > 6 mf. og V.V.
V. 1 Ducat = 12 mf.	1 Duc. = 2 Rdr.
add. 1 mf. = 1 mf.	subtr. 2 mf. = 2 mf.
1 Duc. + 1 mf. = 12 mf. + 1 mf.	1 D. - 2 mf. = 2 R. - 2 m.
3 Sletted. = 2 Rdr.	12 mf. = 2 Rdr.
mult. 4 = 4	div. 24 = 24
12 Sletted. = 8 Rdr.	$\frac{1}{24}$ mf. = $\frac{1}{24}$ Rdr. d. e. $\frac{1}{2}$ mf. = 8 ff.
VI. 12 mf. = 2 Rdr.	12 mf. = 2 Rdr.
add. 1 Spec. < 1 Duc.	mult. 3 < 4
12 m. + 1 Sp. < 2 Rdr. + 1 Duc.	36 mf. < 8 Rdr.
1 Ducat = 2 Rdr.	12 mf. = 2 Rdr.
subt. 1 Spec. > 1 mf.	divid. 3 < 4
1 Duc. - 1 Sp. < 2 Rdr. - 1 m.	4 mf. > $\frac{1}{2}$ Rdr.





De arithmetiske Videnskabers

Første Afdeling.

Talregnekunsten.

I. At udtale og skrive Tallene.

§. 10.

Sdet almindelige Liv tæller man fra een indtil ti i eet fort, og de første ti Tal have deres eget Navn. Derpaa begynder man igien at tælle for fra, een og ti eller Elleve, to og ti eller Tolv, tre og ti eller Tretten o. s. v. indtil endnu engang ti kommer dertil, hvilket hedder Tyve, tre Gange ti hedder Tredive o. s. v. Ti Gange ti hedder et Hundrede, og man begynder igien for fra, og tæller frem indtil ti hundrede, som man kalder Tusinde. Hos Grækerne var der endnu for ti tusinde et særskilt Ord, Myrias. Vi have først for tusinde Gange tusinde Ordet Million; for en Million Millioner, Billion; for en Million Billioner, Trillion; o. s. v.

§. 11.

Til at udtrykke den paa saadan Maade opkommende uhyre Mængde af Talbegreber i Skrivningen, har man for lang Tid siden, og paa forskiellig



ſkiellig Maade antaget afſkortebe Tegn eller Cifre. De nu brugelige ſaa kaldte arabifke Taltegn ere de bekiendte ti enkelte Cifre, 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 0. hvilke enkelt kunne tilkiendegive de ni forſte, og tilbørlig ſammensatte ogſaa alle øvrige Talbegreber.

Naar man endnu antager, at 0 ſat blot ved den høire Haand af et andet Tegn, kan give dette en beſtemt fra det enkelte Cifre forſkiellig Betydning, men at Cifrene for Reſten ved deres Omſætning, ſ. E. 45, 54. og Fordobling ſ. E. 33, 77. ſkulle betyde forſkiellige Talbegreber; ſaa lade ſig ifkun ni og halvfemteſindstyve Talbegreber betegne ved de enkelte Cifre for ſig, og ved deres Combination til to. Til Hundrede udfordres allerede tre Cifre. Ligeledes naar man ogſaa tager Combinationen til tre og alle Omſætninger til Hielp, vil dog det tuſinde Talbegreb allerede udfordre fire, ligesom det ti tuſinde de forſte fem Cifre, o. ſ. v. Almindelig kan denne Slutning udledes i den høiere Algebra af Combinationsregelen.

§. 12.

Ved den virkelige Tællen forholdt man ſig ſaaledes, at man tællede ifkun til ti enkelte Eenheder, ſamlede ſaa diſſe ligesom i een Sum, og gjorde den igien til en nye Eenhed, hvilken man kan kalde en Eenhed af den forſte høiere Orden; nyve var da to Eenheder af forſte høiere Orden, o. ſ. v. Havde man atter ti Eenheder af denne forſte



første høiere Orden tilfammen; saa ansaae man disse som en Eenhed af anden høiere Orden, og kaldede den hundrede, da ti saadanne hundrede igien gave en Eenhed af tredje høiere Orden. Nu kunne de enkelte Cifre tilkiendegive alt dette, f. E. 5 kan betyde fem Eener, fem Hundreder, fem Tusinder; dog maae man endnu have et Mærke, hvorpaa man kan see, af hvad Orden de Eenheder skulde være, som det angiver. Dette Mærke fandt man i det Sted, som det, og det regnet fra den høiere til den venstre Side, indtog, hvilket man ligeledes erholdt ved at skrive saa mange Nuller til den høire Side af fem, som det Ordental, hvortil det hører, tilkiendegiver. F. E. 500 ere fem Eenheder af anden høiere Orden, da nu ligeledes 40 maae betyde fire Eenheder af første høiere Orden, men 6 sex enkelte Eenheder; saa kan man kortelig skrive 546, og tillægge ethvert Cifre den Værdie, som det efter sit Sted har. Saaledes er den almindelige Regel opkommen:

Man skriver Cifrene fra den høire til den venstre Haand, og lader ethvert i den følgende Plads betyde ti Gange mere end i den næst foregaaende. I de Pladser, som maae blive ledige (fordi man ingen Eenheder har at anmærke af de Ordener, som deri skulde rangeres) sætter man Null.



§. 13.

Vilde man læse de skrevne Cifre, ligesom man
 paa orientalsk Maade skriver dem, fra den høire
 til den venstre Side; saa havde Udtalen af en
 nok saa lang Række ingen Vanskelighed. F. E.
 8738096572068975132 blev læst, to og tredive
 og hundrede og fem tusinde, o. s. v. Men da vi
 ellers læse alting fra den venstre til den høire Side,
 saa have vi ogsaa udstrakt dette til Taltegnene.
 Man kan derved forholde sig paa følgende Maade.
 Man mærker let, hvorledes tre Cifre paa denne
 Maade ere at læse, f. E. 132, hvilke egentlig
 skulde læses Et Hundrede og tredive og to, men
 efter Brugens udtale Hundrede og to og tredive.
 Naar der nu kommer endnu flere til, saa gjør man
 en Streg ved det fjerde Cifer, og udtaler den som
 tusinde, f. E. 975,132. hvad der staaer ved den
 venstre Side af Stregen, udtales, ligesom man
 allerede er vant ved Cifre, hvis Tal ikke over-
 gaaer 3. Har man da først vant sig til, at udtale
 et Antal af Cifre, som ikke er større end sex; saa
 dele man det hele foregivne Tal i Classer af sex
 Cifre fra høire til venstre Side, den sidste kan da
 ogsaa have færre, og skrive ovenfor ved det syv-
 vende Cifer en Streg ('), ligeledes ved det tret-
 tende to Streger (") o. s. v. og læse nu hver Classe,
 som man pleier; men hvor der forekomme Stre-
 ger, udtale man Trillion, Billion, Million, f. E.
 8'''738096''572068'975132 hedder nu: otte Tril-
 lioner



lioner syv hundrede otte og tredive tusinde og sex og halvfemtesindstyve Billioner, o. s. v. Den høieste Grad af Færdighed var det, om man, uden at gjøre Stregerne, blot ved Synet kunde dele Tallene i Classer og udtale dem. Konsten er virkelig ikke saa stor; dersom man i det almindelige Liv havde meget at regne med Trillioner, kunde enhver lære den i det høieste i et halvt Kvarteer.

Anmærkn. Man falder denne hidtil forklarede Tegnekunst det Decadiske Talsystem, og naar man i Regningen betiener sig deraf, saa regner man efter Decadiken.

§. 14.

Disse nu forklarede Cifre ere fornemmelig skiktede til, af bekiendte Tal at finde ubekiendte. Man har nemlig udtænkt Regler, efter hvilke man ordner og forandrer dem indbyrdes, og derved finder Taltegn eller Cifre, hvilke forstaaede og udtalte efter de forklarede Love rigtig angive det søgte Tal. Deri bestaaer den egentlige Regnekunst i Tal eller med Cifre. §. 5. Anmærkn. 2.

II. De fire Regnemaader i hele Tal.

§. 15.

Opgave. At addere forskiellige Tal decadisk.

Oplosning og Beviis. Der kan ved det decadiske Talsystem ikke være nogen anden Hensigt, end at man paa saadan Maade bringer de Tal, der skulle summeres, i een Sum, eller finder et Tegn for deres Sum, at ethvert Slags Eenhed



hed stilles i sin tilbørlige Orden; det er, saasnart der findes flere end ti Eenheder af en ringere Orden, saa maae der altid i Stedet for ti af samme regnes og tillige skrives een høiere Eenhed. For desto lettere at opnaae denne Hensigt, skriver man de Tal, der skulle summeres, strax saaledes under hinanden, at Eener komme til at staae under Eener, Tier under Tier, Hundreder under Hundreder, o. s. v. F. E.

678345 + 5381 + 4894 staaer saaledes:

678345 nu maae dog alle Eenheder, Tier, Hundreder o. s. v. i de Tal, der skulle summeres være indeholdte i Summen. Disse forskiellige Ordners Specialsummer

søger man ved en Sammentællen, som let er lært, i det man gjør Begyndelsen med Eenerne, og gaaer frem til de høiere Ordener. Exemplet faaer nu følgende Skikkelse:

678345	De her fundne 10 Eener, 21 Tier, 14
5381	Hundreder, o. s. v., hvilke man strax
4894	rangerer saaledes, at det indtagne Sted
	angiver den Orden, man har summeret,
10	udgiøre nu tilsammen det Hele ligesaa
21	got, som de forelagte Tal selv, der skulle
14	summeres. Men efter Decadiken ere
17	10 Eener virkelig een Tier, 21 Tier ere
7	een Tier og to Hundreder, o. s. v. hvil-
6	ket alt det Sted ogsaa allerede angiver,
	hvori de enkelte Cifre staae. Man sam-
688620	ler



ler nu paa nye de forskiellige Ordeners Specialsummer, og bringer dem til det simpleste decadiske Udrøst 688620, som blev forlangt.

§. 16.

Man saae snart, at her var en Afkortning at gjøre, naar de høiere Ordeners Eenheder, som indeholdtes i de ringeres Specialsummer; bleve bevarede i Tankerne (in mente) for disse høiere, saa længe, indtil man virkelig gik frem til de høiere Ordeners Sammentælling, da man saa tillige kunde tælle dem til. Dette giver Exemplet den sædvanlige Skikkelse:

678345	Her gjøre 10 Eener een Tier, derfor
5381	skrifer man 0 i Eenernes Plads, men
4894	regner til de 21 Tier den ene for denne
688620	Orden beholdte Tier, ere 22, hvoraf
	atter 20 Tier hengiemmes som 2 Hundreder for den følgende Orden, og ifkun 2 Tier henskrives, o. s. v.

Anmærkn. Da den anviste Omgang virkelig er almindelig, saa opholder jeg mig ikke med, her at opsløge Tilfælde, som man urigtig kunde holde for Undtagelser. S. E. naar man deler Columner, der bestaae af mange Tal, som skulle summeres, i flere Dele, o. s. f. Prøve kalder man en Regning, som giver os den største Sandsynlighed for, at vi ikke have forregnet os. Man har ved Additionen ingen bedre end Igientagelse af Sammentællingen, helst i en anden Orden. En anden Prøve, den saa kaldte Niesprøve, er deels bedragelig, deels vidtløftigere, end en nye Efterregning.



§. 17.

Dyg. At subtrahere et mindre Tal fra et større.

Opløsn. Differencen skal her igien forestilles i et enkelt Udtryk, saa at ingen Orden indeholder flere end 9 Eenheder. Nu lade Tilfældene sig i Almindelighed bringe til to:

1) Enten ere Eenhederne i enhver Orden af Subtrahendus mindre end Eenhederne i enhver Orden af det større Tal. Efterat man nu, som ved Additionen, har tilbørlig ordnet det mindre Tal under det større, saa anmærker man derunder Resterne af de enkelte Ordener, ligesom de følge paa hinanden. F. E.

798	Saa viser det fundne Tal, hvor af mange ethvert Slags Eenheder, som indeholdtes i det større Tal, der efter Subtractionen blive tilbage.
645	
153	

2) Endskönt det hele Tal, som skal subtraheres, er mindre end numerus minuendus, som her forudsættes, saa kunne dog de enkelte Ordener i det første til Deels være større, end i det større Tal. Har det større Tal flere Pladser, saa kunne endog alle Pladser i Subtrahendus være større; og om begge bestaae af lige mange Pladser, saa kunne alle i Subtrahendus, den høieste alene undtagen, være større. Det er imidlertid nok, ikkun i Almindelighed at give Reglen for det Tilfælde, naar eet Sted i Subtrahendus indeholder

der



der et større Tal, end det, som staaer derover. Nu er i saadant et Tilfælde det i det næst høiere Sted af Minuendus enten et virkeligt Eifer, eller der gaae eet eller flere Nuller foran. Er det første, saa tager man een Eenhed af det næst høiere Sted over i det, man har for sig, hvor den betyder ti Eenheder af det ringere Slags, da Subtractionen saa kan skee. F. E.

$$95 = 80 + 15$$

$$78 = 70 + 8$$

$$\text{Diff. } 17 = 10 + 7$$

Her seer man nu tydelig, at der ved den sædvanlige Laanen intet videre skeer, end at man deler num. minuend. i andre Bestanddele, hvilke dog tilsammentagne ere lige store dermed.

Er et eller flere næst foregaaende Steder i det øverste Tal besatte med Nuller, saa gaaer man fremad indtil et Sted, som indeholder virkelige Eifre. Een Eenhed tagen af samme i det næste ringere Sted, vil der betyde 10, hvoraf man da, om det behøves, igien kan borttage een, som i det andet ringere Sted atter betyder 10, indtil man i det for sig havende Sted faaer saa meget, at man kan fradrage. F. E.

$$703 = 600 + 90 + 13$$

$$346 = 300 + 40 + 6$$

$$357 = 300 + 50 + 7$$



$$9005 = 8000 + 900 + 90 + 15$$

$$5739 = 5000 + 700 + 30 + 9$$

$$3266 = 3000 + 200 + 60 + 6$$

Denne Udvikling viser ogsaa her, at man ved at laane ikke frembringer et andet, men ifkun et i andre Bestanddele opløst Heelt, fra hvilket Subtractionen overalt gaaer an. Den sædvanlige herpaa hvilende Regel er nu denne: Man kan til saadant et øverste Eifer, som er mindre end det nederste, strax i Tankerne regne 10, og da subtrahere, men da disse 10 ere tagne bort fra det næst høiere Sted, hvor de betydede 1, saa er dette høiere Sted blevet 1 mindre, hvilket man tilkiendegiver ved et ovenfor sat Punkt. Naar man laaner hen over Nuller, saa bliver det virkelige Tal, fra hvilket man laaner, 1 mindre, men de mellemstaaende Nuller ere at ansee som lutter 9.

Anmærkn. Jeg behøver vel ikke, at opholde mig ved det Slags Subtraheren, da man sætter Punktet ved det næste nederste Tal, hvilket man anseer som berøvet forøget med 1. Det lader sig ellers ogsaa udele af Subtractionens Natur, fordi man da ved fortgaaende Regning virkelig subtraherer det Laante.

§. 18.

At Differencen adderet til det subtraherte Tal igien giver num. minuend., er allerede klart af §. 7. Og man seer, hvorledes denne Addition, naar den passer, kan tiene til Prøve paa Subtractionen.



§. 19.

Opg. At finde alle Producter af de ni enkelte Tal.

Oplosn. Man skriver de ni Taltegn i en Horizontalrække, legger derpaa i Verticalrækker nedad hvert ni Gange efter hinanden sammen, da Taltegnene saa ogsaa i den første Verticalrække komme til at staae i naturlig Orden fra 1 til 9. Man tager nu den ene Factor i den øverste Horizontalrække, og den anden i den forreste Verticalrække, drager lige Linier vertical nedad fra den første, horizontal til Siden fra den anden; hvor de overskære hinanden, staaer det forlangte Product. Grunden beroer paa, at Multiplicationen er intet andet, end en igientagen Addition. §. 6. Tabellen, som man een Gang for alle forfærdiger sig, hedder Gengangeenen, eller efter Opfinderen *Abacus Pythagoricus*.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81



§. 20.

I Kraft af Decadikens Love multiplicerer man et Tal med 10, 100, o. s. v. blot derved, at man hænger et eller flere Nuller til. Derfor er igjen f. E. $40 = 4. 10$; $400 = 4. 100$, og videre er $300. 6 = 3. 100. 6 = 3. 6. 100 = 18. 100 = 1800$. Fremdeles $300. 40 = 3. 100. 4. 10 = 3. 4. 100. 10. = 3. 4. 1000 = 12. 1000 = 12000$. Heraf kommer den Regel: Naar Factorerne ere enkelte Tal med tilhængte Nuller, saa multiplicerer man de enkelte Tal efter Gengangeenen, og hænger til Productet saa mange Nuller, som begge Factorer tilsammentagne havde hos sig.

§. 21.

Dpg. At multiplicere to Tal med hinanden, hvad enten Factorerne ere enkelte eller sammensatte.

Oploøn. Man multiplicerer Eenheder, Tier, Hundreder, o. s. v. i den eene Factor med Eenheder, Tier, Hundreder o. s. v. i den anden Factor, og adderer Partialproducterne: da den hele Sum i saa Fald maae være lige stor med det søgte hele Product, fordi naar Multiplicandus bestaaer af flere Dele, og man tager hver Deel saa mange gange, som Multiplikator indeholder Eenheder, dette da er ligesaa meget, som om man paa een gang havde taget hele Multiplicandus saa mange gange.

Exempel. Man skriver Multiplikator under Multiplicandus efter sin Rang.



3428	I dette Exempel har man taget de for
6	Haanden værende Eenheder 6 gange, gi-
48	ver 48, Tierne ligesaa mange gange gi-
120	ver 120, o. s. v. Disse Partialproducter
2400	bragte i en Sum er 20568. Nullerne
18000	kunne ogsaa udelades uden Productets
20568	Forandring. Man seer lettelig, at Af-
3428	fortningen ved at bevare i Tankerne og-
6	saa her lader sig anvende, af samme
20568	Grunde, som ved Additionen.

Nu er det begribeligt, hvorledes man, naar begge Factorer ere sammensatte Tal, kan paa følgende Maade forholde sig:

3452	
346	Man søger Producterne 6×3452 ;
20712	40×3452 , o. s. v. hvert for sig, og
13808	summerer tilsidst disse Partialpro-
10356	ducter.

1194392

Endnu et Exempel, som indeholder de besværlige Tilfælde, der lettelig lade sig forklare, kunde være dette:

8743	Man vil her lettelig kunne vise,
16070	hvoraf Afkortningerne komme, da
612010	man ikkun egentlig behøver at søge
52458	saa mange Partialproducter, som
8743.	der forekommer virkelige Cifre i
140500010	Multiplicator, naar man kun vog-
	ter



ter sig for, urigtig at angive Eifrenes Rang i Producterne.

§. 22.

Dpg. At dividere et Tal, som forekommer blant Producterne i Cengangeenen, med et enkelt Tal.

Oploøn. Man vælger blant de ofte paa flere Steder i Tabellen staaende Producter saadant et, som Divisor staaer lige over for i een af de enkelte Tals Rader, i den anden yderste Række finder man da Quotienten. F. E. for $24 : 3$ tages 24 i den tredie Horizontalrække, saa er 8 Quotienten. Beviset er klart af §. 6. Till. sammenlignet med §. 7. Till. 1.

Till. 1. Da i Almindelighed et ti gange, hundrede gange, o. s. v. større Tal ogsaa maae indeholde eens Størrelse ti, hundrede gange o. s. v. oftere, end det ti gange mindre indeholder dens saa finder man heraf ogsaa saadanne Tals Quotienter, hvis virkelige Eifre staae i Cengangeenen, men hvor der endnu hænge Nuller ved. Næmlig $4800 : 8 = 48 : 8 \times 100 = 600$.

Till. 2. Man siger, et Tal gaar op i det andet, naar det indeholdes netop nogle gange deri. Saaledes gaar et Par hele Tal op i hvert af Producterne i Cengangeenen.



§. 23.

Et Tal lader sig paa mange Maader opløse i Dele, hvilke dog altid tilsammen igien udgiøre det hele Tal. Man kalder dem Bestanddele (partes constituentes). Saaledes er $18 = 10 + 8 = 12 + 6 = 11 + 7$, o. s. v.

Skulde nu f. E. 18 divideres med 3, saa kan man enten paa eengang sige, det indeholdes 6 gange deri, eller om man siger, det i 12 indeholdes 4 gange, og i 6 to gange, saa er det aabenbart, at $4 + 2$ ligeledes maae give Quotienten. Det er: man søger Partialquotienterne af Bestanddelene, og adderer dem tilsidst.

Havde man antaget $11 + 7$, saa indeholdes 3 ikke nøiagtig nogle gange i 11, men i 9 er det 3 gange; da blive der 2 tilbage; fremdeles 3 i $7 = 6 + 1$ to gange, hvor dog 1 bliver tilbage. Derfor er 3 i $9 + 6$ fem gange. Adderer man Resterne, saa er $2 + 1 = 3$ og $18 = 9 + 6 + 3$; nu indeholdes 3 i $9 + 6$ fem gange, i 3 indeholdes det eengang; altsaa finder man igien $18 : 3 = 6$.

Men man havde ogsaa kunnet forholde sig saaledes:

$18 = 11 + 7$ skal divideres med 3. Nu er $11 = 9 + 2$, og 3 i 9 er 3 gange, man lægge de øvrige 2 til 7, saa er $2 + 7 = 9$, deri er 3 endnu 3 Gange, altsaa i 18 selv 6 gange.



ter sig for, urigtig at angive Eifrenes Rang i Producterne.

§. 22.

Dpg. At dividere et Tal, som forekommer blant Producterne i Cengangeenen, med et enkelt Tal.

Oploøn. Man vælger blant de ofte paa flere Steder i Tabellen staaende Producter saadant et, som Divisor staaer lige over for i een af de enkelte Tals Rader, i den anden yderste Række finder man da Quotienten. F. E. for $24 : 3$ tages 24 i den tredie Horizontalrække, saa er 8 Quotienten. Beviset er klart af §. 6. Till. sammenlignet med §. 7. Till. 1.

Till. 1. Da i Almindelighed et ti gange, hundrede gange, o. s. v. større Tal ogsaa maae indeholde eens Størrelse ti, hundrede gange o. s. v. oftere, end det ti gange mindre indeholder dens saa finder man heraf ogsaa saadanne Tals Quotienter, hvis virkelige Eifre staae i Cengangeenen, men hvor der endnu hænge Nuller ved. Nemlig $4800 : 8 = 48 : 8 \times 100 = 600$.

Till. 2. Man siger, et Tal gaar op i det andet, naar det indeholdes netop nogle gange deri. Saaledes gaar et Par hele Tal op i hvert af Producterne i Cengangeenen.



§. 23.

Et Tal lader sig paa mange Maader opløse i Dele, hvilke dog altid tilsammen igien udgiøre det hele Tal. Man kalder dem Bestanddele (partes constituentes). Saaledes er $18 = 10 + 8 = 12 + 6 = 11 + 7$, o. s. v.

Skulde nu f. E. 18 divideres med 3, saa kan man enten paa eengang sige, det indeholdes 6 gange deri, eller om man siger, det i 12 indeholdes 4 gange, og i 6 to gange, saa er det aabenbart, at $4 + 2$ ligeledes maae give Quotienten. Det er: man søger Partialquotienterne af Bestanddelene, og adderer dem tilsidst.

Havde man antaget $11 + 7$, saa indeholdes 3 ikke nøiagtig nogle gange i 11, men i 9 er det 3 gange; da blive der 2 tilbage; fremdeles 3 i 7 = $6 + 1$ to gange, hvor dog 1 bliver tilbage. Derfor er 3 i $9 + 6$ fem gange. Adderer man Resterne, saa er $2 + 1 = 3$ og $18 = 9 + 6 + 3$; nu indeholdes 3 i $9 + 6$ fem gange, i 3 indeholdes det eengang; altsaa finder man igien $18 : 3 = 6$.

Men man havde ogsaa kunnet forholde sig saaledes:

$18 = 11 + 7$ skal divideres med 3. Nu er $11 = 9 + 2$, og 3 i 9 er 3 gange, man lægge de øvrige 2 til 7, saa er $2 + 7 = 9$, deri er 3 endnu 3 Gange, altsaa i 18 selv 6 gange.



§. 24.

Opg. At dividere ethvert Tal decadist med et mindre.

Oploen. Decadiken fordrer, at Quotienten bliver et efter Decimalsystemet ordnet Udtryk. Den korteste Wei dertil vilde være den, efter hvilken Quotientens Dele strax ved Regningsoperationen selv stillede sig i den tilbørlige Orden; eller naar man, ligesom ved de forrige Regnemaader, kunde finde Tier, Hundreder, Tusinder, o. s. v., eller og i omvendt Orden Partialquotienterne fra den høieste til den ringeste Orden efter Raden. Naar man sammenligner dette Siemeed med det forrige, saa kan man angive et almindeligt Middel dertil. Vi ville vise det i et Par Exempler:

1) Der være opgivet $2496 : 8$; saa er $2496 = 2000 + 400 + 90 + 6$. Man vil først vide, hvor mange Tusinde gange 8 er i 2496. Nu er $2000 = 2. 1000$. Da nu 8 i 2000 ikke er een Tusinde gang, fordi dertil behøvedes, at 8 laae een gang i 2, saa lægger man 2000 til 400, gjør 2400, og spørger, hvor mange hundrede gange 8 er deri, da $2400 = 24. 100$; og 8 i 24 er 3 gange, saa er det 300 gange deri, og 300 er Quotientens høieste Deel. Da nu $2496 = 2400 + 90 + 6$, saa er det nærmeste Spørsmaal, hvor mange ti gange 8 er i 90 $= 9. 10$. Ikke to gange ti gange, ellers maatte Dividendus være 16. 10. Sætter man nu $9. 10 = 8. 10 + 1. 10$; saa er 8 i 8 een



een gang, d. e. i 80 er det 10 gange, og 1. 10. eller 10 er den anden Deel af Quotienten. Nu lægger man Resten 1. 10 = 10 til de 6 Eener, og da $2496 = 2000 + 400 + 90 + 6 = 2400 + 80 + 16$, saa er det sidste Spørgsmaal, hvor mange enkelte gange 8 er i 16, og man faaer 2 som den sidste Deel af Quotienten. Da man nu har fundet Partialquotienten $\frac{2400}{8} = 300$; $\frac{80}{8} = 10$; $\frac{16}{8} = 2$, saa er deres Sum $312 = \frac{2496}{8}$ den hele søgte Quotient.

2) Opgivet $24472 : 56$. Nu er $24472 = 20000 + 4000 + 400 + 70 + 2$. Nu er 56 ikke een 10000 gang i 20000, og naar man lægger den første Deel til den anden, indeholdes 56 endnu ikke een Tusinde gang i 24000, man flaae derfor dette sammen med 400, giver $24400 = 244 \cdot 100$. Forsøger man nu, hvor ofte 56 er i 244, saa gaaer det ikke op deri, eller det indeholdes ikke fuldt 5 gange deri, fordi $5 \cdot 56 = 280$ er > 244 . Nu er $4 \cdot 56 = 224$. Sætter man $244 \cdot 100 = 224 \cdot 100 + 20 \cdot 100$, saa giver den første Deel Quotienten 400. Man lægger nu $20 \cdot 100 = 2000$ til 70, giver $2070 = 207 \cdot 10$. Da man nu igien spørger, hvor ofte 56 indeholdes i 270, og paa samme Maade finder $207 \cdot 10 = 168 \cdot 10 + 39 \cdot 10$, saa indeholdes 56 i 168. 10. lige $3 \cdot 10 = 30$ gange; og 30 er Quotientens anden Deel. Man lægger nu $39 \cdot 10 = 390$ til 2, giver 392, og spørger, hvor mange enkelte gange er 56 i 392, og faaer 7,

tht



thi $7 \cdot 56 = 392$. Altsaa er 7 den sidste Deel af Quotienten. Da nu $24472 = 20000 + 4000 + 400 + 70 + 2 = 22400 + 1680 + 392$, og $\frac{22400}{56} = 400$; $\frac{1680}{56} = 30$; $\frac{392}{56} = 7$; saa er $24472 : 56 = 437$, og 437 den hele Quotient. Exemplerne vilde efter den almindelige Regel staae saaledes:

Divid. 2496 Divis. 8 $\begin{array}{r} 24 \uparrow\uparrow \\ \hline 9 \uparrow \\ 8 \uparrow \\ \hline 16 \\ 16 \\ \hline 0 \end{array}$ Q 312 Quot.	Divid. 24472 Divis. 56 $\begin{array}{r} 224 \uparrow\uparrow \\ \hline 207 \uparrow \\ 56 \\ \hline 168 \uparrow \\ \hline 392 \\ 392 \\ \hline 0 \end{array}$ Q 437
---	---

Nemlig man giver den Regel: 1) Man sammenligner Divisor først med saa mange af de høieste Cifre i Dividendus, som den selv indeholder Cifre, og betragte herved de ringeste blant de sammenlignede Cifre, ligesom de vare simple Tæner. Skulde Cifrene i Dividendus ved saadan Sammenligning være mindre end Divisor, saa maae man endnu tage et ringere Cifer til i Dividendus, da Divisor i saa Fald vist vil være mindre. 2) Saa snart de sammenlignede Steder i Dividendus findes lige store med eller større end Divisor, skrives man dem saaledes under hinanden, at Divisors



sors Eenheder komme til at staae under det ringeste sammenlignede Sted af Dividendus, spørger saa, hvor ofte Divisor ganske indeholdes i Dividendus. Er Divisor et enkelt Cifer, saa kan man i Eengangseenen blant Producterne lige over for tage det med Cifrene i Dividendus lige store eller næst ringere, da man saa efter §. 22. tager Quotienten af Tabellen, og skriver den hen ved Q. Er Divisor et sammensat Cifer, saa sammenligner man mestendeels ikkun det høieste Cifer i samme paa samme Maade med de over det eller desuden endnu for ved det staaende Steder af Dividendus.

3) Den fundne Quotient multipliceres med den hele Divisor, Productet skrives saaledes under de sammenlignede Steder af Dividendus, at de ringeste Steder komme under hinanden, og saa subtraheres. I det Tilfælde, at Divisor var sammensat, kan det nu hændes sig, at Productet som Subtrahendus er for stort. Da bliver det ved Q skrevne Tal gjort 1 mindre, Productet forandret herefter, og Subtractionen forsøgt, hvilken Omgang i fornødent Tilfælde maae igientages. 4) Enten for sig alene, eller til det, som efter Subtractionen endnu maatte blive tilbage, nedskrives det Cifer, som følger paa de allerede sammenlignede Steder i Dividendus, og den allerede beskrevne Omgang igientages, og Quotienterne skrives hen paa høire Haand af de ved Q bemærkede Cifre, o. s. v. Dog er at mærke, at, naar Divisor nu ved den første



første Prøve ligesom No. 1 er for stor, et Mul strax skrives hos Cifrene ved Q, og saaledes fortfares, indtil Divisor bliver mindre end de, efter første Maade som ovenfor, sammenlignede Steder. 5) Bliver man saaledes ved indtil det sidste Cifer af Dividendus, saa ere de fundne Dele af Quotienten, som de der staae, decadiff udtalte den søgte Quotient.

Her seer man nu lettelig, at denne Omgangsmaade ikkun i Formen er forskiellig fra den forhen viste, lærer ikkun en beqvem Opsætning af Exemplet og Forkortninger i Opffrivningen, men for Resten beroer paa samme Grunde.

§. 25.

Endnu være 7654 : 37 opgivet. Efter den almindelige Regel staaer det saaledes:

7654	206 $\frac{32}{37}$	Derved viser sig det ofte indløbende Tilfælde, at der ved den sidste Division bliver endnu en Rest; her 32. Dette Tal skulde egentlig endnu divideres med 37, d. e. det skulde deles i saa mange Dele, som Divisor har Eenheder, og en Deel deraf tilføies Quotienten. §. 7.
37		
74		
254		
37		
222		
32		

Till. 3. Udtrykket $\frac{32}{37}$ kan her i det mindste gielde som et Tegn, at denne Division endnu maae foretages efter §. 8.

Anmærkn. Hvorledes det virkelig betyder den søgte Deel af 32, skal snart vises.

§. 26.



§. 26.

Prøver til Multiplicationen og Divisionen lade sig udele af §. 7. Till. 1. Ved den sidste er det tiendeligt, at i det Tilfælde §. 25. Productet af Quotienten, saavidt man har fundet den, i Divisor først da kan være lige stor med Dividendus, naar man adderer det Tilbageblevne.

Naar et Tal multipliceres eller divideres med 1, saa er Productet lige stor med Multiplicandus, Quotienten lige stor med Dividendus. F. E. $1 \times 6 = 6$, og $6 : 1 = 6$. Dette udtrykker man ofte noget upassende med den Talemaade: 1 multiplicerer og dividerer ikke.

At den i Regneffoler ofte brugelige Maade at dividere opad deels gjør Exemples Revision vanskeligere, deels ikke passer sig til de mathematiske Regninger, lader sig let vise.

Naar Divisor bestaaer af flere Cifre; Dividendus har et endnu langt større Antal af Cifre; der fremdeles paa det høiste Cifer i Divisor følge store Tal, saasom 7, 8, 9, saa er det besynderlig fordeelagtigt, ved Addition ligesom i Gengangeenen at opsøge Producterne af alle enkelte Tal i Divisor, da man i saa Fald ikke har nødig at frygte for, at tage Partialquotienterne for høie, som ellers lettelig kan skee, og da i det mindste forarsager en ubequem Udledning o. d. l. af Tal, som allerede ere skrevne.



For Resten kunne ikkun Omstændighederne og en fornuftig Overveielse af samme i ethvert Tilfælde bestemme, hvilken af de hidtil lærte Regnesmaader der maae anvendes. Meget ofte udfordres ogsaa endnu besynderlige Kundskaber deels om de sædvanlige Forretninger i det menneskelige Liv, deels af Videnskaber, for tilbørlig at bruge dem. Man kan give dette Exempel: En Mand dør, og efterlader sig en Enke, med hvilken han i sit Egteskab har avlet 3 Sønner og 2 Døttre; men af Døttrene er den eene død, og har efterladt sig 2 Sønner og 1 Datter. Boens Formue befindes at være i Midler og reede Penge 1728 Rdr., udestaaende i Huse 3100 Rdr. og i Landgodser 5 gange saa meget. Smidlertid befindes der 150 Rdr. Gield, og den Afdødes Begravelse har kostet 278 Rdr. Spørgsmaal, hvorledes Boen skal deeles, og hvor meget enhver af Arvingerne tilkommer.

Her maae man vide, at Bekostningerne paa den Afdødes Begravelse forlods skal gøtgøres den Efterlevende, (efter Danske og Norske Lovs 5—2—24). Den øvrige Boe deeles i 2 lige store Parter imellem Enken og hendes Børn og deres Arvinger, dog at Enken tillige af de efterladte Midler, foruden sin egen Hovedlod, arver en Broderlod efter 5—2—19. Mandsperson arver dobbelt mod Kvindesperson 5—2—29, og Børnebørnene tage den Arv, som

som deres Forældre kunde tilkommet, isald de havde levet 5—2—371

Moderen faaer 12218 Rdr., af Børnene faaer hver Søn 1990 Rdr., hver Dotter 995 Rdr. og af Børnebørnene: hver Søn 398 Rdr. og hver Dotter 199 Rdr.

III. Brøkfregning i Almindelighed.

§. 27.

Naar et Heelt deles i nogle lige store Dele, og man af disse Dele tager et vist Tal, saa kalder man dette tagne Tal af lige store Dele i Sammenligning med det Hele en Brøk, f. E. To Trediedele af en Rigsdaler er en Brøk, fire Mark et heelt Tal, og begge Størrelser ere dog lige store. Man maa vide to Tal, et, som viser, i hvor mange lige store Dele det Hele er deelt, Brøkens Nævner; det andet, som bestemmer, hvor mange af disse Dele der ere at tage, eller Tælleren. Man pleier at skrive Tælleren oven ved, og Nævneren neden ved, og ved en Streg at adskille dem begge, f. E. $\frac{2}{3}$ hedder to Trediedele.

Endskjønt Brøken ikke er en Mængde af Eenheder, saa er den dog et Tal; thi de lige store Dele af Eenheden, som Tælleren optæller, ere her det samme, som Eenhederne selv vare ved hele Tal. Nævneren giver alene det brudne Tal sit Navn, hvorfor ogsaa Brøker kunne anses som benævnte Tal.



For at lette Sukommelsen mærke man sig den Regel, at Tællernes Multiplication og Division har samme Virkning som i hele Tal, men Nævnerens Multiplication og Division har den modsatte Virkning.

Till. En Brøk multipliceres med et heelt Tal, naar man multiplicerer dens Tæller, men divideres, naar man multiplicerer dens Nævner med det hele Tal.

§. 30.

En Brøks Værdie forandres ikke, naar man multiplicerer eller dividerer dens Tæller og Nævner med eet og samme hele Tal.

Beb. Multiplicerer man Tælleren f. E. med 3, saa bliver Brøken saa mange gange større, multiplicerer man derpaa Nævneren ogsaa med 3, saa bliver den ligesaa mange gange mindre. §. 29. Ligesledes: dividerer man Brøkens Tæller med et Tal, f. E. 3, saa bliver Brøken saa mange gange mindre, og dividerer man Nævneren med samme Tal, saa bliver den igjen ligesaa mange gange større; bliver altsaa i begge Tilfælde efter sin Værdie, hvad den fra Begyndelsen var.

§. 31.

At forkorte en Brøk, d. e. dens Værdie ubeskæaret at udtrykke den ved mindre Tal, er selvfølgelig let, saa længe man kun endnu kan finde et Tal, hvor-

med



med Tæller og Nævner lade sig dividere uden nogen Rest, det er, naar man kun endnu kan finde et fælles Maal for Tæller og Nævner. F. E. $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$. S. 30. $= \frac{4}{6} = \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$.

Er nu et af de to Tal saaledes beskaffent, at det ikke lader sig dividere med noget andet Tal end med 1 eller med sig selv uden Rest, eller at ifkun 1 eller Tallet selv gaaer op deri, hvilket man kaldet et Primaltal (numerus primus), og gaaer det eene af de to Tal ikke selv op i det andet, eller lade sig, om end hvert af de to Tal for sig kan deles ved et andet Tal, dog ikke begge tillige dividere uden Rest ved eet og samme andet Tal end Eenheden (numeri inter se primi), saa gaaer saadan en Forkortning ikke an, nemlig saaledes, at Tæller og Nævner blive hele Tal. F. E. $\frac{7}{30}, \frac{11}{12}$.

Dersom man finder et Tal (7), som gaaer op i et forelagt (42), saa er Productet af dette Tal (7) som af en Divisor i Quotienten (6) lige stor med det givne Tal, $6 \cdot 7 = 42$, og man siger, det givne Tal (42) er sammensat af Factorerne (6×7). Disse Factorer lade sig igjen dele i Factorer, f. E. $6 = 2 \cdot 3$, saa længe samme endnu ikke ere Primaltal, som f. E. 7 allerede er.

Enhvert Tal er altsaa enten et Primaltal, eller og et Product, der er sammensat af lutter Primaltal som Factorer, d. e. et sammensat Tal. Primaltallet kaldes, saaledes betragtede, enkelte Factorer.



§. 32.

Vil man altsaa ikke alene i Almindelighed udtrykke en Brøf mindre, men bringe den til sit mindste Udtryk, saa var følgende et Middel dertil:

Man opløser Tæller og Nævner i sine enkelte Factorer; de, som ere lige, udelader man, de øvrige multiplicerer man igien med hinanden, saa faaer man det mindste Udtryk, eller den mindste

Tæller og Nævner.
$$\text{F. E. } \frac{3210}{8570} = \frac{2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 5 \cdot 3}{5 \cdot 11 \cdot 17 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{21}{85}.$$
 Tl 21 og 85 ere nu Primaltal i Hensigt til hinanden, og taale ingen videre Forkortning.

Men herved kommer det nu for alting an paa, at man har sikre Kiendetegn paa, at finde Factorerne i Almindelighed, og især de enkelte. Til Udvølsen fordres ogsaa endnu, at man hastig kan finde dem. Men da disse Factorer ere saa mangfoldige, da der især gives en utallig Mængde smaae og store Tal, som ere Primaltal, saa har man fornemmelig opsøgt bequemme Regler for at finde de smaae Factorer. En for sig almindelig Maade at bestemme de Kiendetegn, som et Tal maae have, hvori et givet Tal gaaer op, skal her vises.

§. 33.

Maalet til en Factor af et Product gaaer ogsaa op i Productet.
$$\text{F. E. } 30 = 10 \cdot 3 = 1 \cdot 10 + 1 \cdot 10 + 1 \cdot 10 = 10 + 10 + 10.$$
 §. 6. Naar
nu



nu et Tal, saasom 5, gaaer op i Factoren 10, saa maae det være et Maal til hver 10, altsaa og til 3. 10 eller 30. Man seer, at denne Forestilling altid lader sig anbringe, den anden Factor maae være saa stor, som den vil.

§. 34.

Opg. At finde de Riendetegn, som alle de Tal maae have, hvortil et givet mindre skal være Maalet.

Oploøn. De Cifre af Dividendus, som staae i Eenernes Plads, kalde man a, dem, der staae i Tiernes Plads, b, dem i Hundredernes Plads c, o. s. v. efter Ordenen i Alphabetet, men ansee dem alle som blotte Gener, saa vil enhver Dividendus forestilles ved følgende Udsyrl:

$1. a + 10b + 100c + 1000d + 10000e + 100000f$ o. s. v. Naar nu et Tal gaaer op i Factorerne 1, 10, 100 o. s. v. saa maatte det gaae op i enhver Deel af det Hele, d. e. i Dividendus selv. §. 33. Skulde den Betingelse som almindelig ikke indtræffe, saa maae man paa en anden Maade undersøge, om det dog ikke endnu er et Maal til Dividendus. §. E. vi undersøge, til hvilke Tal 8 kan være et Maal. $1 : 8$ giver til Rest 1; den fulde Rest af første Led er altsaa $1. a = a$; $10 : 8$ giver den hele Quotient 1, og Rest 2; derfor er $10b = 8b + 2b$; i $8b$ gaaer 8 op; men der bliver endnu $2b$ tilbage; fremdeles $100 : 8$ gi-



ver til Quotient 12, til Rest 4; følgelig et 1000
 $= 12. 8c + 4c$, følgelig bliver 4 c tilbage. En-
 delig giver $1000 : 8$ den hele Quotient 125 uden
 Rest; derfor gaaer 8 op i 1000 d; følgelig ogsaa
 i 10000 og i 10000 e, i 100000 f, o. s. v. Man
 seer nu tydelig, da Hovedudtrykket er lige med det
 følgende, $a + 8b + 2b + 12. 8c + 4c +$
 $1000d + 10000e$ o. s. v., at det ifkun kommer
 an paa, om $\frac{a + 2b + 4c}{8}$ er et heelt Tal; thi Sum-
 men af de øvrige Led, divideret med 8, giver
 vist et heelt Tal. Eignende Undersøgelser lade sig
 anstille ved enhver anden given Divisor. Kor-
 tere forholder man sig endnu paa følgende Maade:
 Man dividerer først 10, bliver der en Rest, saa
 multiplicerer man den først med b, og bemærker
 det for sig selv, derpaa sætter man et 0 til samme
 Rest og dividerer videre, bliver der atter en Rest,
 saa multiplicerer man den med c, og adderer Pro-
 ductet til det forhen for sig selv bemærkede; saale-
 des bliver man ved, indtil der ingen Rest bliver
 mere, eller man i det mindste kan see, at Tallene
 i denne Rest ville komme igien efter Ordenen.
 Naar man nu videre lægger Eenerne eller a til
 Summen af de øvrige Rester, saa har man en
 Sum, hvori den givne Divisor maae gaae op, om
 den skal gaae op i hele Dividendus. Det forrige
 Exempel ville nu staae saaledes:



$$8) 10 \overline{) 1} \quad a + 2b + 4c$$

$$\underline{8} \quad 2$$

$$20 \quad 2$$

$$\underline{16} \quad 5$$

$$40 \quad 5$$

$$\underline{40} \quad 0$$

$$0$$

$$36) 10 \overline{) 0} \quad a + 10b + 28c + 28d + 28e \text{ o. s. v.}$$

$$\text{eller } a + 10b + 28(c + d + e + f \& c.)$$

$$\underline{100} \quad 2$$

$$72 \quad 7$$

$$280 \quad 7$$

$$\underline{252} \quad 7$$

$$280 \quad 7$$

$$\underline{252} \quad 28$$

$$28$$

Derfom altsaa

$$\frac{a + 2b + 4c}{8} \text{ og } \frac{a + 10b + 28(c + d + e + f \& c.)}{36} \text{ ere}$$

hele Tal, saa er i første Fald 8, i andet 36, et Maal til den givne Dividendus. Jeg vil nu efter Ordenen fremsætte de saaledes fundne Kiendetegn for Divisorerne 2 til 11.

$$\text{For } 2 \left| \text{derfom } \frac{a}{2} \text{ — — er et heelt Tal}$$

$$3 \left| \frac{a + b + c + d + e + f \& c.}{3}$$



For 4	dersom $\frac{a+2b}{4}$	— —	er et heelt Tal
5	$\frac{a}{5}$		
6	$\frac{a+4(b+c+d+e+f\&c.)}{6}$		
7	$\frac{a+3b+2c+6d+4e+5f+g+3h\&c.}{7}$		
8	$\frac{a+2b+4c}{8}$		
9	$\frac{a+b+c+d+e+f\&c.}{9}$		
10	$\frac{a}{10}$		
11	$\frac{a+10b+c+10d+e+10f\&c.}{11}$		

Anmærkn. I Stedet for den for Tallet 7 givne besværlige Regel lader sig følgende lettere bruge:

$$\frac{a-4b+3c-d+4e-2f}{7} \text{ o. s. v. og for Tallet}$$

$$11 \text{ følgende: } \frac{a-b+c-d+e-f\&c.}{11} \text{ De to}$$

sidste Regler blive først tydelige af Begrebet om modaltid Størrelser. Ved Anvendelsen maae man kun satte tænke paa, at, naar Cifrene i Dividendus sættes i Stedet for Bogstaverne, maae man betragte dem som blotte Tæner. S. E. Naar man adderer dem alle som saadanne, og Summen lader sig dele med 3 eller med 9 uden nogen Rest, saa lader den givne Dividendus sig selv dele ved 3 eller 9.

§. 35.

Alf disse Regler kan man nu betiene sig, for at finde Tællers og Nævners, eller i Almindelighed



ved forskiellige Tals fælles Factorer. Men stelden vil man dog naae saavidt dermed, for de ovenfor berørte Omstændigheders Skyld, at kunne opløse dem i deres enkelte Factorer. Bedre opnaaer man dette ved egne dertil indrettede Tabeller. I Lamberts *Zusätze zu den trigonometrischen Tabellen* findes saadanne Factorer for alle Tal fra 1 til 102000. Man har allerede langt videre fortsat dem, ved hvilket nyttige Arbejde Professor Hindenburg især har gjort sig fortient.

Anmærkn. Ved Brøken $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}$ kunne alle de ovenfor givne Regler vises, og ved denne $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}$ Brugen af Lamberts Tabel. Den sidste er $\frac{1}{17}$.

Nu vil jeg angive den sædvanlige ofte noget besværlige Methode, at finde to Tals største fælles Maal.

§. 36.

1) Naar et mindre Tal (7) gaaer op i et større (28), saa er det mindre det fælles Maal til begge. Saaledes gaaer 7 op i 7 og i 28.

2) Naar det mindre Tal (14) ikke gaaer op i det større (35), saa kan det største fælles Maal til begge ikke være større end Resten (7). Quotienten nemlig, saavidt den er et heelt Tal (2) multipliceret med Divisor (14) tilligemed Resten (7) er lige stor med Dividendus (35), d. e. $35 = 2 \cdot 14 + 7$. Det største fælles Maal skal nu gaae op i Dividendus (35) og Divisor (14). Altsaa

maae



maade det ogsaa gaae op i Resten (7), følgelig kan det ikke være større end Resten (7).

3) Gaaer altsaa Resten (7) op i det mindre Tal (14), saa er den det største fælles Maal til begge Tal (fordi $35 = 2 \cdot 14 + 7$, og $\frac{1}{7}$ er et heelt Tal, saa er ogsaa $\frac{2 \cdot 14}{7}$ og $\frac{2 \cdot 14 + 7}{7}$, følgelig og $\frac{1}{7}$ et heelt Tal.)

4) Det største fælles Maal til en Divisor (18) og en Rest (12) er tillige det største Maal til Divisor (18) og Dividendus (48). Thi dersom de to sidste (18 og 48) havde et fælles Maal, som var endnu større end det største fælles Maal til de to først nævnte (18 og 12), saa maatte det og være et Maal til Resten (12). Og saaledes havde Divisor og Rest endnu et større fælles Maal end det Tal, om hvilket der dog blev antaget, at det var det største fælles Maal.

§. 37.

Opg. Der ere to Tal givne, man skal finde deres største fælles Maal.

Oploøst. Man dividerer det større Tal (48) med det mindre (18). Bliver der en Rest (12), saa dividerer man dermed den forrige Divisor (18); bliver der igien en Rest (6), saa dividerer man atter dermed den sidste Divisor, og blive saaledes ved, indtil alting gaaer op, saa vil det Tal, som man sidst brugte som Divisor, være det største fælles Maal til de givne Tal.

Exem-



Exempel. Man skal bringe den Brøst 1464 til sit mindste Udryk. Dette vil kunne skee, naar man har fundet det største fælles Maal til Tæller og Nævner.

$$1464)4697|3$$

$$4392$$

$$305)1464|4$$

$$1220$$

$$244)305|1$$

$$244$$

$$61)244|4$$

$$244$$

0

Her var	Dividendus	Divisor	Rest
1)	4697	1464	305
2)	1464	305	244
3)	305	244	61

Nu er, naar man seer paa den tredie Linie, 61 det første-fælles Maal til Resten 61. og Divisor 244. S. 36. 1. Altsaa og til Divisor 244 og Dividendus 305. S. 36. 4. Det er altsaa, i Hensigt til den anden Linie, det største Maal til Resten 244 og Divisor 305; følgelig og til Divisor 305 og Dividendus 1464. Endelig da det nu, i Hensigt til den 1ste Linie, er det største fælles Maal til Resten 305 og Divisor 1464, saa maae det og være det største fælles Maal til Divisor 1464 og Dividendus 4697.

Da



Da nu $\frac{1464}{61} = 24$, og $\frac{4697}{61} = 77$, saa er
 Broken $\frac{1464}{4397} = \frac{24}{77}$, og bragt til sit mindste
 Udtryk.

§. 38.

Opg. At bringe to eller flere Broke til
 eens Benævning, uden at deres Værd for-
 andres.

Oplosn. Man multiplicere enhver Broks
 Tæller og Nævner med Productet af de øvriges
 Nævnere, sin egen undtagen. Thi derved for-
 andres ikke Brokernes Værdie, i Følge §. 30. og
 de faae ogsaa lige store Nævnere. Thi enhver Næv-
 ner er Productet af alle de givne Brokers Næv-
 nere. F. E. $\frac{3}{7}$, $\frac{2}{7}$ til eens Benævning giver $\frac{3 \cdot 7}{7 \cdot 7}$,
 $\frac{2 \cdot 7}{7 \cdot 7}$ d. e. $\frac{21}{49}$, $\frac{14}{49}$. Ligeledes $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{11}$ giver
 $\frac{2 \cdot 7 \cdot 11}{3 \cdot 7 \cdot 11}$, $\frac{3 \cdot 11 \cdot 3}{7 \cdot 3 \cdot 11}$, $\frac{3 \cdot 7 \cdot 4}{11 \cdot 3 \cdot 7}$ eller $\frac{154}{231}$, $\frac{99}{231}$, $\frac{84}{231}$.

§. 39.

Oplosningen paa Opgaven i forrige §. laaber
 sig vel i Almindelighed anvende, men fører især
 ved store Nævnere vidtløftige Multiplicationer med
 sig, og giver Anledning til det Spørgsmaal, om
 her intet kan affortes. Naar man kun til Gene-
 ralnævner tager et Tal, hvori alle givne Special-
 nævnere gaae op, og multiplicerer med de Quo-
 tien-ter, som saadanne Divisioner give, de forelagte
 Tællere og Nævnere, saa kommer man ogsaa til
 Maalet. F. E. $\frac{3}{12}$, $\frac{2}{3}$ have den Generalnævner



96; men ogsaa 72. Thi $\frac{72}{12} = 6$ og $\frac{72}{8} = 9$, og den første Brøk bliver $\frac{7 \cdot 6}{12 \cdot 6} = \frac{42}{72}$, den anden $\frac{5 \cdot 9}{8 \cdot 9} = \frac{45}{72}$. Man havde ogsaa kunnet tage 24 til Generalnævner, og faae $\frac{7 \cdot 2}{12 \cdot 2} = \frac{14}{24}$ og $\frac{5 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{15}{24}$. Ligeledes $\frac{4}{3}, \frac{5}{6}, \frac{2}{3}$, have foruden 162 ogsaa 108, 54, 36, 18, til Generalnævner. Den sidste giver $\frac{1}{18}, \frac{15}{18}, \frac{12}{18}$. Under 18 vil intet Tal findes, hvori alle Specialnævnerne, 9, 6, 3 endnu kunde gaae op. Den kan hede den mindste Generalnævner. Da det tiener til Brøkernes bekvemmeste Fremstilling, altid strax at faae den, saa behøves dertil en Regel. Det er viensynligt, naar man søger Nævnernes fælles Factorer, og multiplicerer dem med dem, som enkelt maatte tilkomme forskiellige, saa faaer man et Tal, hvori Producterne af alle Nævnernes Factorer gaae op, og det er det mindste endnu brugbare, naar det ikke er sammensat af flere Factorer. Dertil har man følgende Regel: de givne hos hinanden skrevne Nævnere dividere man med det Maal, hvilket, om ikke alle, saa dog de fleste have tilfælles, og sætte Quotienterne og de Nævnere, som ikke lade sig dele dermed, atter hen hos hinanden, Divisor anmærker man ved Siden. Man blive saaledes ved, indtil ikke mere to blant de sidst skrevne Quotienter og uforandrede Nævnere have noget fælles Maal. Productet af disse Tal og de brugte Divisorer giver den mindste Generalnævner. Exemplet staaer nu saaledes:



	63	42	84		252
21)	3	2	4	$\frac{13}{83}$	$\frac{4}{52}$
2)	3	1	2	$\frac{2}{42}$	$\frac{6}{54}$
Mindeste Generalnævner				$\frac{11}{84}$	$\frac{3}{33}$

21, 2. 3. 2. = 252.

Den anden Verticalcolumnne faaer man ved Generalnævnerens Division med de givne. Disse Quotienter multiplicerte med de givne Tællere, give i den 3die Columnne de nye Tællere til de med de forrige i Værdie lige store Brøker, hvilke alle have den ovenfor i 2den Columnne anmærkede Nævner.

Anmærkn. En nærmest Anvendelse af disse Lærdomme er, at man derved kan forsikre sig om, hvilken af 2 Brøker der har den største Værdie. F. E. $\frac{21}{42}$ eller $\frac{2}{42}$, som om en Landsbys engang af 137 Rationer har havt 71 at levere, og anden Gang skal den af 54 Rationer levere 29, prægraveres den eller ikke? Man bringe Brøkerne til een Benævning, saa vil man see det.

§. 40.

Opg. At addere to eller flere Brøker, og at subtrahere een fra den anden.

Opløsn. Have de eens Benævning, saa summeres ifkun Tællerne, eller subtraheres fra hinanden, og Nævneren beholdes, thi $\frac{5}{7} + \frac{2}{7}$ eller 5 Niendedeel og 2 Niendedeel ere ligesaa vel 7 Niendedeel, d. e. $\frac{7}{7}$, som 5 Rdr. og 2 Rdr. til sammen gøre 7 Rdr. Have de forskiellige Nævnere, saa maae de først efter §. 38. eller §. 39. bringes til lige Benævning. F. E.



360 Mindste Generalnævner			24		
$\frac{1}{2}$	45	135	$\frac{1}{2}$	3	15
$\frac{1}{3}$	30	210	$\frac{1}{3}$	2	14
$\frac{1}{4}$	60	300			
$\frac{1}{5}$	40	80	Rest $\frac{1}{24}$		
$\frac{1}{6}$	72	288			
Summa $\frac{1013}{1440}$					

§. 41.

En uegentlig Brøk som denne $\frac{1013}{1440}$ er lige stor med $2 + \frac{223}{720}$, hvilket man faaer ved Divisionen §. 28. og skriver ogsaa saaledes $2\frac{223}{720}$; og slige Udtryk kaldes blandede Tal. Ofte vil man i Stedet for det blandede Tal heller have en uegentlig Brøk. Da nu f. E. $4\frac{1}{2} = 4 + \frac{1}{2} = \frac{8}{2} + \frac{1}{2}$, saa behøver man kun, at bringe begge til een Benævning, og at addere Tællerne efter §. 40. Saa er $4\frac{1}{2} = \frac{9}{2}$. Dette kalder man og at addere et heelt Tal til en Brøk, eller at indrette et blandede Tal.

Man seer nu ogsaa, hvorledes en Brøk kan subtraheres fra et heelt Tal. F. E. $4 - \frac{1}{2} = \frac{24-1}{6} = \frac{23}{6} = 3\frac{5}{6}$. Vil man ved en egentlig Brøks Subtraction strax have et Resultat af sidste Gestalt, saa gjøre man det hele Tal i mindre, og addere dertil, eller føie til det en Brøk, hvis Nævner er den givne, men Tælleren den givne Tællers Difference fra den givne Nævner. Saaledes er $6 - 5 = 1$, $4 - 1 = 3$: altsaa $4 - \frac{1}{2} = 3\frac{1}{2}$. Egentlig fordi $4 - \frac{1}{2}$ er $= 3 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 3\frac{1}{2}$.

I. Deels I, 3.

D

Ved



Bed Opgaver som dette, $19 - 1\frac{1}{4} = 18\frac{1}{4}$ feer man Afkortningen i den almindelige Methode.

§. 42.

Dpg. At multiplicere en Brøk med en anden.

Oploßn. Man multiplicerer Tæller med Tæller og Nævner med Nævner, og gjør Productet af de givne Tællere til den søgte Brøks Tæller, Productet af de givne Nævnere til den søgte Brøks Nævner. F. E. $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 4} = \frac{6}{20}$.

Beb. At tage en Brøk $\frac{1}{4}$ gang, heder at tage dens 4de Deel, derved bliver den 4 gange mindre. Dette faaer man efter §. 29. naar man multiplicerer Nævneren med 4; saaledes er $\frac{2}{3} \cdot 4 = \frac{2}{20}$ den 4de Deel af $\frac{2}{3}$; men at tage en Brøk $\frac{1}{4}$ gange, heder at tage den 4de Deel ikke een, men 3 gange. Saaledes maae altsaa $\frac{2}{20}$ igien blive 3 gange større, hvilket skeer, naar Tælleren multipliceres med 3, og man faaer $\frac{6}{20} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 4} = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4}$.

Lill. I. Af Beviset sees i Almindelighed, at Productet udkommer, naar man gjør Multiplicandus saa mange gange mindre, som Tallet i Multiplicators Nævner angiver, men ogsaa igien formerer den saa mange gange, som Multiplicators Tæller fordrer det. Dette giver endnu andre Metoder, som §. 29. retsfærdiggjør. F. E. $\frac{2}{14} \times \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2}{14 \cdot 3} = \frac{2}{7}$; $\frac{10}{11} \times \frac{2}{3} = \frac{(10:5) \cdot 2}{11} = \frac{4}{11}$; $\frac{33}{37} \times \frac{7}{8} =$



$\frac{7}{8} = \frac{33}{(35:7).8} = \frac{33}{40}$. Man faaer, naar man til rette Tid anbringer dem, kortere udtrykte Producter.

Till. 2. En egentlig Brøks Multiplication med en anden, maae give et Product, som er mindre end een af Factorerne. Thi hvilken Factor man endog antager til Multiplicandus, saa vil Multiplicator, at man ikke skal tage den heel, men $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ gange, for at udgiøre Productet. F. E. Naar Halvdelen af en halv Alen skal tages en fierebedeel gang, saa giver det $\frac{1}{16}$ Alen.

Till. 3. Et heelt Tal multipliceres med en Brøk, og, da det ikke kommer an paa Factorernes Orden, §. 6., saa multipliceres en Brøk med et heelt Tal, naar man multiplicerer Brøkens Tæller med det hele Tal. F. E. $4 \cdot \frac{3}{7} = \frac{3}{7} \times 4 = \frac{12}{7}$. Thi Brøken skal forstørres saa mange gange, som det hele Tal tilkiendegiver. §. 29. Paa denne Grund er ogsaa $4 \cdot \frac{5}{12} = \frac{5}{12} \cdot 4 = \frac{5}{3}$. Productet maae her blive mindre end det hele Tal, efter Till. 2.

Till. 4. Den Sætning §. 6. T. lader sig ogsaa saaledes udtrykke: Af een Factor bliver Productet paa samme Maade, som den anden Factor af Eenheden. Saa almindelig gielder den ogsaa om Brøker. F. E. $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$. Af 1 bliver $\frac{1}{2}$ derved, at man tager Halvdelen deraf; og ligesaa dan bliver af $\frac{3}{4}$ Productet $\frac{3}{8}$. Nu er det ogsaa om-



vendt sandt, ligesom af $\frac{1}{2}$ bliver 1, saaledes, af $\frac{2}{3}$ Tallet $\frac{3}{2}$. Følgelig ligger ogsaa een Factor saa ofte i Eenheden, som Productet i den anden Factor.

§. 43.

Dpg. At dividere een Brøk med en anden.

Oplosn. Man gior Divisors Nævner til Tæller, og Tæller til Nævner. Efter denne Omsetning multiplicere man Brøken, som §. 42., saa er det saaledes fundne Product den her søgte Quotient. $\text{F. E. } \frac{2}{3} : \frac{3}{4} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{8}{9}$.

Bev. Naar man søger en Quotient, saa vil man vide, hvor mange gange Divisor indeholdes i Dividendus. §. 7. Spørger man nu først, hvor mange 1 indeholdes i $\frac{2}{3}$, saa er Svaret $\frac{2}{3}$ gange, eller ikke 1 men $\frac{2}{3}$ af 1 indeholdes deri. Hvor ofte er nu $\frac{1}{4}$ i Een? Naturlig 4 gange oftere, d. e. $4 \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$ gange. Endelig hvor ofte ligger $\frac{3}{4}$ i $\frac{2}{3}$? Naabenbar tre gange mindre end $\frac{1}{4}$, altsaa $\frac{2 \cdot 4}{5 \cdot 3} = \frac{8}{15}$ gange.

Till. I. Da nu her Dividendus forstørres saa mange gange, som Nævneren, men formindskes ogsaa saa mange, som Divisors Tæller angiver, saa vil §. 29. her lære at anbringe forskiellige Methodeder efter Omstændighederne. Saaledes er

$$\frac{8\frac{1}{2}}{3\frac{1}{2}} : \frac{3}{8} = \frac{2\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{8}}{1} = \frac{7}{4}; \quad \frac{1\frac{2}{3}}{1\frac{2}{3}} : \frac{4}{9} = \frac{(12 : 4) \cdot 9}{17} = \frac{27}{17};$$

$$\frac{1\frac{7}{8}}{3\frac{1}{4}} : \frac{5}{8} = \frac{17}{(24 : 8) \cdot 5} = \frac{17}{15}.$$

Till.



Lill. 2. Et heelt Tal divideres med en Brøk, naar man vender Brøken om, og saa multiplicerer.

$$\text{F. E. } 4 : \frac{2}{3} = \frac{4}{1} : \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 4 \cdot \frac{3}{2} = \frac{20}{2} = 10.$$

En Brøk divideres med et heelt Tal, naar man multiplicerer Brøkens Nævner med det hele Tal.

$$\text{F. E. } \frac{2}{3} : 4 = \frac{2}{3} : \frac{4}{1} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{2 \cdot 1}{3 \cdot 4} = \frac{20}{20} = \frac{1}{10}.$$

Naar det hele Tal gaaer op i Tælleren, saa dividerer man ifkun Tælleren, $\frac{14}{18} : 7 = \frac{14 \cdot 7}{18} = \frac{2}{18}$, som af sig selv er klart.

Lill. 3. Naar man dividerer en Brøk, eller og et heelt Tal med en egentlig Brøk, saa bliver Quotienten større end Dividendus var. Thi Dividendus er multipliceret med et større Tal, end det, hvormed det siden blev divideret. Det Modsatte kommer, naar Divisor er et heelt Tal, eller en uegentlig Brøk.

Lill. 4. Ogsaa ved Brøker er det rigtigt, at Divisor indeholdes ligesaa mange gange i Dividendus, som Eenheden i Quotienten. F. E. $\frac{2}{3} : \frac{1}{4} = \frac{8}{3}$. Nu indeholdes $\frac{1}{4} = \frac{1}{12}$ ligesaa mange gange i $\frac{2}{3}$ eller $\frac{8}{12}$, som 1 eller $\frac{8}{3}$ i $\frac{8}{3}$.

Anmærkn. Heraf er det klart, at den samme Prøve finder Sted ved Brøkers, som ved hele Tals Division.

§. 44.

Saadanne Brøker, hvis Tæller eller Nævner, eller begge for sig betragtede, allerede ere Brøker, kalder man brudne eller irregulære Brøker.



En bruden Brøk, saasom $\frac{5}{7}$ kan man fremstille som en regulær Brøk. Thi $\frac{5}{7} = \frac{5:5}{7:5} = \frac{1}{\frac{7}{5}} = \frac{1}{1\frac{2}{5}} = \frac{5}{7}$.

§. 45.

Naar man efter §. 41. indretter blandede Tal, saa kunne alle Regninger dermed foretages som med andre Brøker. Saaledes er $4\frac{2}{3} + 2\frac{1}{4} = 1\frac{14}{3} + 1\frac{1}{4} = \frac{18}{3} + \frac{1}{4} = \frac{82}{12}$, og $4\frac{2}{3} - 2\frac{1}{4} = \frac{22}{12}$. Ligeledes $4\frac{2}{3} \cdot 2\frac{1}{4} = \frac{14}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{14}{12}$, og $4\frac{2}{3} : 2\frac{1}{4} = \frac{14}{3} : \frac{1}{4} = \frac{56}{3}$. Ved Additionen gives der imidlertid en Forkortning, naar der ved flere enkelte Poster hænge Brøker, at addere dem for sig selv, i Summen at adskille de hele Tal, og da at føie dem til den fundne Sum af de øvrige hele Tal. S. E.

$\begin{array}{r l} 7\frac{7}{8} & 9 \\ 5\frac{2}{3} & 24 \\ 3\frac{7}{8} & 8 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 72 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 63 \\ 48 \\ 56 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 8 \quad 3 \quad 9 \\ 3 \overline{) 8 \quad 1 \quad 3} \\ \hline \end{array}$	
Summa $17\frac{3}{4}$			$3 \cdot 8 \cdot 3 = 72$ G. Nævn.	
	$\begin{array}{r} 167 \\ 72 \\ \hline 144 \\ \hline \end{array}$	2		
		23		

Ved de øvrige Regnemaader lade sig ogsaa slige Forkortninger med Nytte anvende.

§. 46.



§. 46.

Vær følgende givet at dividere $\frac{879357}{4500}$, saa er
 saadant et Udtryk $= \frac{879357}{100 \cdot 45} = \frac{879357}{100} : 45 =$
 $8793\frac{57}{100} : 45 = 195 + \frac{18}{45} + \frac{57}{4500} = 195 +$
 $\frac{1857}{4500}$. Heraf sees den Regels Rigtighed: Naar
 der hænge Nuller ved Divisor, saa affære man
 saa mange Cifre af Dividendus, som der hænge
 Nuller ved Divisor, og dividere ifkun med de vir-
 kelige Cifre. Men ved Quotienten hænge man
 en Brøk, hvis Tæller er Resten tilligemed de nu
 igien tilskrevne før affkaarne Cifre, men Nævne-
 ren hele Divisor. Exemplet staar saaledes:

$$\begin{array}{r|l}
 8793 & 57 \\
 \hline
 45 & 00 \\
 \hline
 429 & \\
 405 & \\
 \hline
 243 & \\
 225 & \\
 \hline
 18 &
 \end{array}
 \quad
 195\frac{1857}{4500}$$

IV. Om Brøkernes Forvandling.

§. 47.

En given Brøk, s. E. $\frac{216}{1147}$, kan man for-
 vandle til en bruden, hvis Tæller $= 1$; naar man
 dividerer Tæller og Nævner med Tælleren, og skri-
 ver det ved Divisionen fundne blandede Tal i Næv-

nerens Sted. Saaledes er $\frac{216}{1147} = \frac{1}{5 + \frac{67}{216}}$. D



nu paa samme Maade $\frac{67}{218}$ findes $= \frac{1}{3 + \frac{1}{2}}$, saa
 har man $\frac{216}{1147} = \frac{1}{5 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2}}}$. Da fremdeles $\frac{1}{2}$

$$= \frac{1}{4 + \frac{1}{2}}, \text{ og } \frac{1}{2} = \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}, \text{ hvor } \frac{1}{2} \text{ ikke videre kan}$$

opløses, saa faaer man $\frac{216}{1147} = \frac{1}{5 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}}}$

Et saadant Udtryk kalder man en *fractio continua*, og man seer let, at denne Omgangsmaade
 strækker sig til alle Brøker. Nu følger, at $\frac{216}{1147}$
 er noget mindre end $\frac{1}{2}$, og noget større end $\frac{1}{5 + \frac{1}{3}}$
 $= \frac{1}{8}$; derpaa videre noget mindre end $\frac{1}{5 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2}}}$

$$= \frac{1}{5 + \frac{1}{2}} = \frac{1}{8\frac{1}{2}}; \text{ og ligeledes noget større end } \frac{1}{13\frac{1}{4}}, \text{ saa at Forskiellen imellem den antagne Værdi}$$

og den sande altid bliver mindre, indtil endelig
 $\frac{1}{5 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}}}$ er fuldkommen lige stor med

Brøken $\frac{216}{1147}$.



§. 48.

Af §. 44. sees i Almindelighed, hvorledes man af Oplosningen kan finde de rene Brøker, som gradeviis komme den sande Værdie af den givne Brøk nærmere. Den bekvemmeste Maade, ligesom med eet Blik at oversee dette, lærer Lambert mathem. Beitr. Th. 2. III. §. 9. Med Resten dividerer man altid paa nye den foregaaende Divisor, som §. 37.

$$\begin{array}{r}
 216 \overline{) 1147} \quad 5 \\
 \underline{1080} \\
 67 \quad 216 \overline{) 3} \\
 \underline{201} \\
 15 \quad 67 \overline{) 4} \\
 \underline{60} \\
 7 \quad 15 \overline{) 2} \\
 \underline{14} \\
 1 \quad 7 \overline{) 7} \\
 \underline{7} \\
 0
 \end{array}$$

Heraf faaer man følgende Figur.

	Quotienten	Tæller	Nævner
1147		1	0 for stor
Divisor 216	5	0	1 for liden
67	3	1	5
15	4	3	16
7	2	13	69
1	7	29	154
		216	1147



I den første Columnne staae her Resterne, eller Divisorerne, i den anden de ved hine som Divisorer fundne Quotienter. I den tredje skriver man 1, 0, og i den fjerde 0, 1 under hinanden, men de øvrige Tal i de to sidste Columnner faaer man, naar man multiplicerer hvert Tal i samme med de lige over for staaende Quotienter i den anden Columnne, og til Productet adderer det næst foregaaende Tal i de to sidste Columnner. Hos Lambert a. St. S. 15. finder man det almindelige Beviis for denne Omgangsmaade.

§. 49.

Lader en Brøk sig virkelig nøiagtig udtrykke ved mindre Tal, saa faaer man ved denne Forholdsmaade ikke alene til Slutning, som §. 37. det mindste nøiagtige Udtryk, men ogsaa alle endnu mindre Udtryk, som gradviis nærme sig mere til Brøkens sande Værdie. F. E. $\frac{189}{112}$ er mindre end 1, nærmere ved $\frac{1}{2}$; endnu nærmere ved $\frac{2}{3}$; endnu nærmere ved $\frac{2}{3}$ og lige stor med $\frac{27}{43}$. Thi

301	1				0
189	1	—	—	0	1
112	1	—	—	1	1
77	1	—	—	1	2
35	2	—	—	2	3
7	5	—	—	5	8
				27	43



Om flige Forvandlingers videre Brug og mangfoldige Nytte skal siden vises noget mere, naar først de Theorier, hvor disse Forvandlinger med Fordeel kunne anvendes, ere afhandeled.

V. Om Decimalbrøker i Besynderlighed.

§. 50.

Brøker, hvis Nævner er 1 med eet eller flere tilhængte Nuller, kan man med Joie kalde Decimalbrøker eller Tiendedeelsbrøker. F. E. $\frac{3}{10}$, $\frac{45}{100}$, $\frac{574}{1000}$, $\frac{634682}{100000}$. Ved de to sidste som uegentlige Brøker seer man lettelig, at den Brøks Nævner, som efter Divisionen skal tilføies, altid bliver 1 med saa mange Nuller, som Tælleren har Taltegn, eller som der efter §. 46. strax bleve afkaarne Cifre af Dividendus. F. E. $5\frac{74}{1000}$, $63\frac{4682}{100000}$. Derfor gjør man sig den Afkortning, hvilket slet ikke at skrive disse Nævnere, men at adskille Tællerne ved et (.) eller bedre ved et (,) fra de hele Tal. Paa denne Maade giver $63\frac{4682}{100000}$ og $63,4682$ eens Mening, og læses paa eens Maade. Fordi ogsaa $\frac{4}{10} + \frac{6}{100} + \frac{8}{1000} + \frac{2}{10000} = \frac{4682}{100000}$, saa kan man ogsaa læse saaledes: 63 Hele, 4 Tiendedele, 6 Hundrededele, o. s. v. Er der endog ingen Hele, kan man dog beholde samme Betegnelse, naar man kun skriver et Null i Tællernes Plads. Thi $\frac{347}{1000} = 0,347$. Og da man paa venstre Haand af et heelt Tal kan, uden at forandre



dre dets Værd, skrive saa mange Nuller man vil, saa er $\frac{347}{100000} = \frac{00347}{100000} = 0,00347$.

Till. 1. Det er klart, at, naar Genernes Plads først eengang er fastsat ved Decimaltegnet (.), saa kan der og paa høire Haand skrives saa mange Nuller man vil, uden at Udtrykkets egentlige Værdie forandres.

Till. 2. Et heelt Tal kan man altsaa ved Enden forsyne med Decimaltegnet; naar man nu skriver Nuller paa høire Haand, saa kan det ansees som en Decimalbrøk, og tillige saaledes læses. f. E. $17 = 17,00 = \frac{1700}{100}$ d. e. 1700 Hundredele.

Till. 3. Naar man paa samme Maade, som ved hele Tal vil finde et Decimalskifts Navn, saa maae man regne Genernes Plads med. Saaledes kommer man f. E. ligeledes ved det 7de Tal til Milliondele.

Till. 4. Virkelig faae nu ogsaa paa høire Haand af Generne alle Cifre deres Værd af Stedet, og man kan ogsaa kalde Tiendedelene den første ringere Orden, Hundredebelene den anden ringere Orden.

Anmærkn. Det er at undres over, at denne Tanke, der saa let lader sig udlede af Analogien, ikke førend omtrent for 300 Aar siden allerførst er optagen og brugt af Regiomontan; og at man ikke meer almindelig har berient sig af denne Opfindelse til at lette Regningerne i det almindelige Liv.



§. 51.

Opg. At forandre enhver Brok til en Decimalbrok.

Oploesn. Man hænge saa mange Nuller til den med Decimaltegnet betegnede Tæller, som man agter fornødent, ansee denue Dividendus som et heelt Tal, og dividere med Nævneren. Men i Quotienten affkære man saa mange Decimaltal, som man før havde tilføiet Nuller.

Ex. $\frac{1}{2} = 1,0 : 2 = 0,5$. Thi 1,0 kan læses 10 Tiendedele, deraf er Halvparten $\frac{1,0}{2} = \frac{5}{10}$ eller 0,5. Ligeledes $\frac{19}{8} = \frac{19,000}{8} = 2,375$. Thi den 8de Deel af 19000 Tusinddedele ere 2375 Tusinddedele. Paa samme Maade finder man $\frac{3}{32} = 0,09375$.

Føll. 1. Man seer vel, at man strax i Begyndelsen ikke behøvede at tilføie flere Nuller, end der vare fornødne til, at besvare det første Spørgsmaal ved Divisionen. Blicher der nogen Rest, saa hænger man til denne et Nul og gaaer videre, indtil enten alting gaaer op, eller man kommer til Steder af saa ringe en Orden, som man i forehavende Tilfælde ikke har nødig at agte efter. Paa mange Quotienter seer man strax, at de aldrig fuldkommen lade sig finde, det er, at den givne Størrelse aldrig fuldkommen lader sig udtrykke i Decimalbroker. **Ex.** $\frac{1}{7} = 0,14285714; \frac{1}{3} = 0,33333333$ hvor Feilen dog allerede er mindre end en hundrede Milliondeel. Heraf viser sig ogsaa,



saar, hvorledes man ved Divisionen med hele Tal kan, naar der bliver nogen Rest, om ikke opnaae Quotientens Værdi i Tiendedeelsbrøker, saar dog altid komme den saar nær, som man finder det fornødent.

Till. 2. For at bringe Brøker til eens Benævning, behøver man kun at forvandle dem til Decimalbrøker.

§. 52.

Opg. At addere Tal, hvoriblant der forekomme Decimalbrøker, og at subtrahere dem fra hinanden.

Opløsn. Man sætter Cifrene saaledes under hinanden, at de af eens Orden komme til at staae i en Verticalrække, og forholder sig som ved hele Tal. I Summen eller Differencen sætter man Tegnet paa høire Haand af det Tal, som staaer lige under Genernes Columne.

Add. 34,072	$\frac{3}{7} = 0,42857$
0,643	$\frac{4}{7} = 0,57142$
179,85	
42,65938	$\frac{7}{7} = 1 = 0,99999$

257,22438

Subtr. 89,27	$\frac{1}{4} = 1,25$
5,398	$\frac{1}{2} = 0,5$
83,872	$\frac{3}{4} = 0,75$



Bev. Naar man efter §. 50. Till. I. udfylder Nabningerne i Columnerne paa høire Haand med Nuller, og da betragter dem som hele Tal, saa ere de saadanne Brøkers Tællere, som have eens Benævning. Saaledes var i første Exempel den fælles Nævner 100000. Følgelig behøver man kun at addere Tællerne, eller at trække dem fra hinanden, og at beholde Nævnerne, hvilket sidste det Sted virkelig udretter, som i Resultatet er anviist Tegnet.

Anmærkn. Hvorfor det andet Exempel mangler $\frac{1}{100000}$, seer man af Sammenligning med §. 51. Till. I.

§. 53.

Opg. At multiplicere Tal med hinanden, hvori der forekomme Decimalbrøker, og at dividere et med det andet.

Opløsn. I. Multiplication. Man betragter først de gløse Cifre saaledes, som de betydede hele Tal, og multiplicerer ligeledes som i hele Tal, uden at agte paa Decimaltegnet. Men i Productet indrykker man dette Tegn saa mange Tal fra høire til venstre Haand, eller adskiller dermed saa mange Tal for Decimalbrøker, som man tæller Decimaltal i begge Factorer tilsammen. Ere der ikke Tal nok i Productet, saa tilføier man saa mange Nuller paa venstre Haand, indtil det gaar an.

I. 7,425



I. 7,425	II. 0,0075	III. $\frac{1}{2} = 1,25$ eller 1,25	
0,23	8,4	$\frac{8}{5} = 1,6$	1,6
22275	300	750	125
14850	600	125	750
1,70775	0,06300	$\frac{40}{20} = 2 = 2,000$	2,000

Bev. Naar man bringer de givne Decimalbrøker til Brøkernes sædvanlige Form, og multiplicerer efter den almindelige Regel S. 42, saa bliver Nævnerens Product 1 med saa mange tilhængte Nuller, som Nullernes Sum i begge Nævnerne, og tilforn Summen af Decimaltallene i begge Factorer beløb sig. Dette sammenlignet med Maaden at skrive Decimalbrøker paa S. 50. viser Rigtigheden i denne Omgangsmaade.

II. Division. Før end man foretager sig noget videre med de givne Tal, efterseer man, 1) om Dividendus i det mindste har ligesaa mange Decimalcifre, som Divisor; hvis ikke, saa tilføie man saa mange Nuller, S. 50. Till. n, hvorved Værdien ikke forandres. 2) Om, naar man anseer begge som hele Tal, Dividendus da er større end Divisor; hvis ikke, saa hjælper man den første med tilføiede Nuller. Naar nu Tallene have begge disse Fornødenheder, saa dividerer man som i hele Tal, indtil man kommer saa vidt, at man ved den almindelige Division med hele Tal vilde høre op, eller formedelsst det Overblevne endnu vilde søie en Brøk til Quotienten. Derpaa fradrager man Antallet af Decimalcifrene i Divisor fra Antallet paa dem



dem i den indbrettede Dividendus, og affærer i Quotienten saa mange Tal til Decimalbrøker, som Tallet paa Forskiellen angiver. Derpaa kan man, om det behøves, til Resten endnu søie et Nul, §. 51. Till. I. og paa denne Maade vedblive, endnu at søge mindre Dele.

Tilfælde I. $5,793 : 8,4$ II. $5,786 : 4934,2$

$$\begin{array}{r} 8,4 \overline{) 5793} \quad 0,68 \\ \underline{504} \\ 753 \\ \underline{672} \end{array}$$

Rest 81

$$\begin{array}{r} 5,7860 \overline{) 0,001} \\ \underline{4934,2} \\ \text{Rest } 8518 \end{array}$$

III. $4,65 : 1,82$

$$\begin{array}{r} 1,82 \overline{) 4,65} \quad 2, - - \\ \underline{364} \end{array}$$

Rest 101

IV. $0,13 : 6,72$

$$\begin{array}{r} 6,72 \overline{) 0,1300} \quad 0,01 - - \\ \underline{672} \end{array}$$

Rest 628

V. $19,7 : 8,152$

$$\begin{array}{r} 8,152 \overline{) 19,700} \quad 2, \\ \underline{16304} \end{array}$$

Rest 3396

VI. $79,63 : 263,395$

$$\begin{array}{r} 263,395 \overline{) 79,6300} \quad 0,3 \\ \underline{790185} \end{array}$$

Rest 6115

Da Begyndere almindelig finde Vanskelighed ved, at sætte Decimaltegnet i Quotienten, saa har jeg fornemmelig villet vise Reglen dertil i Exemplerne. At søge endnu mindre Dele i Quotienten, har ingen Vanskelighed, da alting af sig selv rangerer sig. Følgende Exempler have

I. Deels I. §.

E

beller



better ikke egentlig noget besynderligt: 36,2079 : 0,00092; 0,00102 : 8,192374; 0,0035 : 0,07291.

Bev. Den ved Oplosningen allerede retfærdiggjorte Tilfæielse af Nuller paa høire Haand indskrænker Beviset alene til de Tilfælde, hvor Dividendus har ligesaa mange eller endog flere Decimalcifre, end Divisor har. Nu er

$$\text{I. } 5,793 : 8,4 = \frac{5793}{1000} : \frac{84}{10} = \frac{5793 \cdot 10}{84 \cdot 1000} = \frac{5793}{84} \cdot \frac{1}{100}.$$

Det er, Eftrene divideres ligesom i hele Tal, Quotienten 68 er endnu at multiplicere med $\frac{1}{100}$, giver $\frac{68}{100} = 0,68$, ligesom ovenfor. Nævneren maatte blive 1 med saa mange Nuller, som Nævneren i Dividendus havde, fradraget Antallet af Nullerne i Divisors Nævner. Naar vi nu efter den antagne Maade skrive Decimalbrøkene, passer altid den givne Regel.

$$\text{II. } 4,65 : 1,82 = \frac{465}{100} : \frac{182}{100} = \frac{465}{182} = 2, - - -$$

Till. 1. Man seer vel, naar Dividendus var et heelt Tal, at man ikke maae hængte Nuller til, førend man har betegnet Eenerne med Tegnet (.). Af Divisionen lader sig nu ogsaa enhver Brøks Forvandling til en Decimalbrøk tydeligst ulede.

Till. 2. For at multiplicere eller dividere et Tal med et andet, som bestaaer af 1 med hofstede Nuller, behøver man, for at faae Productet, ikkun at rykke Decimaltegnet saa mange Tal hen til høire Haand; men for at faae Quotienten, saa mange Tal

Tal



Tal til venstre Haand, som der hænge Nuller ved L.
 F. E. $4,7392.1000 = 4739,2$; $64,2.100 = 6420$;
 $5734 : 10 = 573,4$; $8,3 : 100 = 0,083$.

§. 54.

Foruden den lettere Regning, der i alle Maader fuldføres som i hele Tal, og ifkun forlanger, at man i Resultatet tilbørlig sætter Tegnet, har denne Decimalregning endnu andre Fordele. Man kan uden videre Forandring paa alle Maader sammenligne Decimalbrøkerne med hele Tal. Derfor gjør man sig ogsaa, vaart til Dekadiken, en tydeligere Forestilling om deres Størrelse end om andre Brøker. Forkortningen, som ogsaa tjener hertil, gaaer ikke altid an. At udstrege lige mange Tal i Tæller og Nævner giver ofte for urigtige Begreber. F. E. $\frac{122}{1} = \frac{1}{4}$. I Mathematiken og dens Anvendelse ere Decimalbrøkene nu uundværlige.

Anmærkn. Da enhver Decimalbrøk er en virkelig Brøk, hvis Tæller er det givne Decimaludtryk, og hvis Nævner er Eenheden med saa mange Nuller som Tællerne har Decimalsteder, saa kan den i §. 47, 48 og 49 viiste Forvandlingsmaade ogsaa anvendes paa Decimalbrøker, og man seer let, at dette tilfælde tjener til at forvandle enhver Decimalbrøk til en Brøk af sædvanlig Form.



VI. Om den afstortede Multiplication og Division, især ved Decimalbrøker.

§. 55.

Man addere

$$\text{I. } \frac{4}{5} = 0,44444 \dots$$

$$\frac{1}{3} = 0,33333 \dots$$

$$\frac{2}{5} = 0,77777 \dots$$

og subtrahere

$$\text{I. } \frac{2}{5} = 0,77777 \dots$$

$$\frac{1}{3} = 0,33333 \dots$$

$$\frac{4}{5} = 0,44444 \dots$$

$$\text{II. } \frac{2}{5} = 0,77777 \dots$$

$$\frac{1}{3} = 0,66666 \dots$$

$$\frac{13}{9} = 1,44443 \dots$$

$$\text{II. } \frac{13}{9} = 1,44444 \dots$$

$$\frac{2}{5} = 0,77777 \dots$$

$$\frac{2}{3} = 0,66667 \dots$$

I de to første Exempler ere Decimalcifrene i Summen og Differencen rigtige, d. e. ligesaadan, som man vilde finde dem, om man forvandlede $\frac{2}{5}$ og $\frac{4}{5}$ til Decimalbrøker. §. 51. I de to andre Exempler er Ciferet i det femte Decimalsted i Summen 1 for lidet, og i Differencen 1 for stort; hvortil Aarsagen strax sees, naar man ved de givne Tal tager Cifrene i 6te Decimalsted med. Naar man multiplicerer efter den §. 53. ved det sidste Exempel viste Orden, saa lader sig paa lignende Maade bedømme, hvorvidt Decimalcifrene i Productet indeholde rigtige Cifre. F. E.

$$\frac{2}{3} = 0,666666\dots$$

$$\frac{1}{3} = 0,333333$$

0,1999998	
199999	8
19999	98
1999	998
199	9998
19	99998
$\frac{2}{3} = 0,2222217$	77778

Her skulde nu 1) det syvende Cifer af den Aarsag blive 1 større, fordi der ved et nøiagtigere Udskrift af Brøken $\frac{2}{3}$ i Decimalsifre vilde af 8 i det første Partialproduct være blevet 9. Saa meget mere vilde de ringere Steder i Productet forandre sig ved en nøiagtigere Multiplicandus. 2) Naar man ligeledes fortsatte $\frac{1}{3}$ et Cifer videre, saa vilde der ogsaa af den Aarsag endnu være kommet 1 til Ciferet i det 7de Sted. 3) Ved tilstrækkelig nøiagtigere Udskrift i Factorerne vilde der vist af Summen i den 8de Columnne være kommet mere over i den syvende, saa-at der ligeledes havde kunnet komme mere over af denne i den siette. I nærværende Exempel lader det sig vise, at det 6te Cifer skulde være 1 større.

Al alt dette er Aart, at man i Tilfælde af dette Slags vist ikke mere saaer det 7de Cifer rigtig. Desto mere unødvendigt er det, naar man kan være fri derfor, at søge Cifrene paa de ringere



gere Steder, som i Exemplet staae bag efter Stregen. Man undgaaer et saadant unødvendigt Arbejde ved følgende Omgang, som man kalder den affortede Multiplication (multiplicatio contracta).

Man multiplicere først med de høieste Cifre i Multiplicator, og ordne Partialproducterne behørig derved, at man ved det første sætter Decimaltegnet efter §. 53. Alene med Tiendedelene af Multiplicator multiplicerer man alle Cifre af Multiplicandus. Ved Multiplicationen med de ringere Decimalcifre af Multiplicator udelader man altid de sidste Cifre af Multiplicandus; hvorfor man da heller ikke mere behøver, at rykke de ringeste Cifre af Partialproducterne et Sted videre til høire Side. F. E.

$$7\frac{3}{4} = 7,4285714$$

$$3\frac{1}{4} = 3,5714285$$

$$22,2857142$$

$$3,71428570$$

$$51999997$$

$$742857$$

$$297140$$

$$14856$$

$$5936$$

$$370$$

$$26,53061146$$

De 3 sidste Cifre af Productet ere her, af samme Grunde som ved det forrige Exempel, urigtige, og det 5te Decimalcifer er i det mindste tvivlsomt.

For Kortheds Skyld anmærker jeg alene, at man ved slige Tals Division med hinanden paa samme Maade faaer en Affortning, naar man ved enhver følgende Operation udelader det ringeste Ciffer af Divisor, f. E. om man vilde dividere det nylig fundne Product med Multiplikator. Om denne Sag handles omstændeligere af Hr. Hofr. Karsten I. Th. I Abth. S. 127-132. Arithm.

Man seer lettelig, hvorledes dette lod sig bruge, naar man kun omtrent vilde angive det Product, som udkommer ved meget store Tals Multiplication med hinanden.

VII. Regning med benævnte Tal.

S. 56.

Benævnte Tal kalder man de Taludtryk, til hvilke Navnet paa den til Grund liggende Eenhed er tilføiet, f. E. 12 Rdr., 7 Pund. Men de Eenheder, hvorefter man maaler slige Størrelser, ere meget forskellige, og man har selden endog kun iagttaget den Lov derved, at man har samlet et lige Antal af ringere Eenheder i en Sum, for deraf at gjøre en Eenhed af høiere Ordener, som i Dekadiken. Saaledes gjøre i Mynter 16 Skilling en Mark; 6 Mark en Rigsdaler; i Vegt 4 Quintin et Rod, 2 Rod en Unze, 16 Unzer et Pund, 100 Pund et Centner. Iffun ved Længdemaal har man forholdet sig noget mere regelret, thi i det



rhinlandſke Maal udgiøre Skrupler en Linie, 12 Linier en Tomme, 12 Tomme en Fod, 12 Fod en Rode. I danſk Maal udgiør, efter Forordn. af 10 Januar. 1698, 12 Linier en Tomme, 12 Tomme en Fod, og 10 Fod, eller 5 Alen, en Rode. Af Geometeren inddeles den ſidſte i 10 Fod, Foden i 10 Tomme, Tommen i 10 Linier, og Linien i 10 Skrupler. For Reſten ere de almindelige Inddelinger ſelv ikke lige paa alle Steder. Man maae ſkaffe ſig mere Kundſkab derom af det daglige Liv eller af Skrivter, ſom udtrykkelig handle derom. Her kunne vi til det nærværende Nlemmed lade os nøie med det angivne.

§. 57.

Dyg. At bringe et benævnt heelt eller brudet Tal til et andet ſtørre eller mindre Navn. Naar f. E. i Mf. 13 §. udtrykkes ved 29 §., ſaa ſiger man, det er bragt til et mindre Navn, og naar i Stedet for 29 §. det Udtryk i Mf. 13 §. findes, ſaa ſiger man, 29 §. er bragt til det ſtørre Navn. Altsaa

1) Et benævnt heelt Tal bringes til et ſtørre Navn, naar man dividerer med det Antal Dele, ſom udgiøre een Eenhed i den næſt høiere Orden; ſøier man nu en Brøk til Quotienten §. 28., ſaa ſaaer alting det høiere Navn. Men man kan ogsaa tilføie Reſten med de mindre Deles Navn.

§. E.



§. E. 319 §. = $\frac{11}{2}$ Rdr. = $3\frac{1}{2}$ Rdr. = 3 Rdr. 31 §.

2) For at bringe et høist benævnt Tal til det mindre Navn, multiplicerer man Tallet af den høiere Orden med det Antal af Eenheder i den ringere, som den indeholder. §. E. 15 Centn. 17 lb = 15. 100 lb + 17 lb = 1517 lb.

3) Et brudet benævnt Tal bringes ligeledes til et større eller mindre Navn, naar man i første Fald dividerer Broken med det Antal ringere Eenheder, som udgiøre een af den høiere Orden, i andet Fald multiplicerer, og giver Resultatet det høiere eller ringere Navn. §. E. $\frac{2}{3}$ Fod skulle udtrykkes ved det Navn Kode, saa er $\frac{2}{3}$ Fod = $\frac{4}{9 \cdot 10}$ = $\frac{4}{90}$ = $\frac{2}{45}$ Kode; $\frac{1}{2}$ Rdr. = $\frac{1}{2} \times 6$ Mr. = $\frac{1}{2}$ Mr. = $3\frac{1}{2}$ Mr. Fremdeles $\frac{2}{3}$ Mr. = $\frac{2}{3} \times 16$ §. = $\frac{32}{3}$ §. = $6\frac{2}{3}$ §.

§. 58.

Dpg. Alt addere benævnte Tal, og at subtrahere dem fra hinanden.

Oplosn. Ligesom ved ubenævnte Tal sættes Eenhederne af samme Ordener under hinanden. Derpaa begyndes ved de ringeste, og nu bliver

1) Ved Additionen Summen, om det behøves, bragt til det næst større Navn, og ifkun Res-



sten henskrevet med det ringere Navn, det ubragte Tal af næst høiere Navn adderes til den høiere Orden.

48 Rdr. 5 Ml. 9 f.

17 — 4 — 8

3 — 1 — 6

69 Rdr. 4 Ml. 7 f.

2) Ved Subtractionen laaner man, ligesom ved ubenævnte Tal fra den næst høiere Orden, om det behøves, een Eenhed, som nu i det ringere Sted betynder saa mange Eenheder, som af dette gaae paa det høiere.

18 Roder 7 Fod 4 Tomme 3 Linier

14 — 9 — 2 — 7

3 Roder 8 Fod 1 Tomme 8 Linier.

§. 59.

Opg. At multiplicere et benævnt Tal med et ubenævnt heelt Tal.

Oplosh. Man multiplicerer det benævnte Tal fra den ringeste Orden til den høieste. Til Productet af den høiere adderer man, hvad man ved det næst ringere Product ved Reduction til det større Navn har fundet af dette.



17 lb	11 Rod	3 Qvt.	
54.	54	54	Productet 937 lb
68	54	162	26 Rod 2 Qvt. eller
85	54	4	9 Centn. 37 lb 26
918	594	160	Rod 2 Qvt.
19	40	2 Qvt.	
937 lb	634	19	
100 9C.	32		
900	314		
37 lb	288		
	26 Rod.		

§. 60.

Dpg. At dividere et benævnt Tal med et ubenævnt heelt Tal.

Opløsn. Man dividerer fra den høieste Orden af til den ringeste. Resten bringer man altid til det mindre Navn, og lægger den til den ringere Orden, førend man dividerer denne.

17) 142 Rdr.	5 mf.	9 f.	Quot. 8 Rd. 2 mf. 7 f.
17	36	112	
136 8 Rd.	41 2 mf.	121 7 f.	
6	34	119	
6	7	2	
36	16		
	112		

Lill.



Till. Af Grundenes Eighed med dem, hvorpaa Regnemaaderne med ubenævnte Tal hvilede, vil alt dette kunne retfærdiggjøres. Skal et benævnt Tal multipliceres med en Brøk, saa maae man ligesom §. 59. multiplicere med Brøktens Tæller, men efter §. 60. dividere det udkomne Product med Nævneren, det sidste Resultat er det, man søger. Egeledes bliver ved Divisionen det benævnte Tal multipliceret med Brøktens Nævner, det udkomne divideret med Tælleren, saa faaer man den søgte Quotient. Sammenlignet med §. 42. Till. 3. og §. 43. Till. 2.

VIII. Om Talforholde og Proportioner.

§. 61.

Naar man saaledes sammenligner to Tal med hinanden, at man undersøger, hvor mange gange det ene indeholdes i det andet, eller hvad for en Størrelse der tilkommer det ene imod det andet, saa undersøger man deres Forhold. Et saadant Forhold kalder man egentlig det geometriske Forhold, hvorom her endnu alene skal tales. F. E. Det være Tallene 4 og 12. Det Tal som viser, hvor stort det ene Tal, saasom 12, er imod det andet, saasom 4, eller hvor mange gange det ene indeholdes i det andet, heder Forholdets Exponent. Man finder Exponenterne ved Divisionen. Den er altsaa den Quotient, der findes,

naar



naar man dividerer det ene af de Tal, der skulle sammenlignes, med det andet. Man finder altsaa og to Tals (geometriske) Forhold derved, at man dividerer dem med hinanden.

§. 62.

Naar nu et Tal indeholdes netop nogle gange i det andet, saa bliver Exponenten et heelt Tal. Men ligger kun en vis aliquote Deel af det ene Tal nogle gange i det andet, saa er Exponenten en Brøk. F. E. 1 Fod er to gange i en Allen, 4 er tre gange i 12; en Sletdaler er $1\frac{1}{2}$ eller $\frac{3}{2}$ gange i en Rigsdaler; 6 i 20, $3\frac{1}{3}$ gange.

§. 63.

To Par Tals Forhold kan være lige eller ulige. Er det første, saa staae de 4 Tal i Proportion, hvilken altsaa bestaaer i to Forholdes Lighed, og tiendes af Exponenternes Lighed. Da nu Exponenterne findes ved Division, saa pleier man ogsaa at betiene sig af Divisionstegnet, for at vise, at man ikke skal betragte Tallene i og for sig selv, men deres Forhold. At fire Tal, f. E. 3, 6, 4, 8 ere i Proportion, tilkiendegives nu paa følgende Maade; $3 : 6 = 4 : 8$. Ethvert enkelt Tal i et Forhold hedder et Led (terminus) af Forholdet. Naar det efterfølgende Led af det ene Forhold er lige med det foregaaende af det andet Forhold,



hold, saa heber Proportionen en sammenhængende (continua). f. E. $3 : 6 = 6 : 12$.

Till. 1. Det er klart, at, naar man veed Exponenten, kunne de efterfølgende Led udtrykkes ved Exponentens Multiplication med de foregaaende. f. E. I Stedet for de forrige to Proportioner skriver man $3 : 2. 3 = 4 : 2. 4 ;$ og $3 : 2. 3 = 2. 3 : 2. 2. 3$.

Till. 2. Deraf seer man let, at Productet af de to mellemste Led i en Proportion altid maae være lige stor med Productet af de to yderste.

§. 64.

Opg. Af tre givne Tal at finde det fjerde Proportionaltal.

Oploøn. Man dividerer Productet af 2det og 3die Led med det første, saa er Quotienten det søgte Tal. Thi naar f. E. $3 : 6 = 8 : 4$ de Tal er givet, saa lader dette sig ogsaa udtrykke saaledes; $3 : 2. 3 = 8 : 4$ de Tal, det er, det 4de Tal vil blive 2. 8. Nu er $\frac{2 \cdot 3 \cdot 8}{3} =$ Productet af de to sidste givne Tal divideret med det første $= 2. 8 = 16 =$ det 4de Tal. Altsaa om de 3 Tal vare hver andre Tal, f. E. 6, 17, 9, saa er det 4de Proportionaltal $= \frac{17 \cdot 9}{6}$.

§. 65.

Da ved Multiplicationen den ene Factor indeholdtes ligesaa mange gange i Productet, som Eenheden



heden i den anden, og da Divisor ligger saa mange gange i Dividendus, som Eenheden i Quotienten, saa kan man ved enhver Multiplication og Division, endog i Brøker, tænke sig 4 Proportionalstørrelser. F. E.

3. 7 = 21 giver den Proportion $1 : 3 = 7 : 21$.

$\frac{3}{7} \times \frac{7}{3} = \frac{6}{33}$ - - - $1 : \frac{3}{7} = \frac{2}{33} : \frac{6}{33}$.

eller $\frac{3}{7} : 1 = \frac{6}{33} : \frac{2}{3}$.

35 : 7 = 5 - - - $1 : 5 = 7 : 35$.

eller $5 : 1 = 35 : 7$.

$\frac{2}{3} : \frac{6}{7} = \frac{14}{30}$ - - - $1 : \frac{14}{30} = \frac{6}{7} : \frac{2}{3}$.

eller $\frac{14}{30} : 1 = \frac{2}{3} : \frac{6}{7}$.

§. 66.

Da i en Proportion det første Led divideret med det andet, og det 3die med det 4de give lige store Quotienter; men Quotienter kunne ansees som Brøker, eller Dividendus for Tælleren, Divisor for Nævneren, saa giver det lige store Brøker, naar man gjør de Led i en Proportion, der have lige Navn, til Tællere og Nævnere. F. E. $3 : 4 = 6 : 8$ giver $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$, og naar $\frac{5}{12} = \frac{10}{24}$, saa er $12 : 5 = 24 : 10$. Heraf følger en almindelig Regel, at forvandle en Brøk til en anden af en forlangt Nævner. Naar man nemlig multiplicerer den gamle Tæller med den nye Nævner, og dividerer Productet med den gamle Nævner, saa faaer man Tælleren til den nye Nævner. F. E. at udtrykke $\frac{5}{7}$ i 18 Dele, $7 : 5 = 18 : \text{nye Tæller} =$

$\frac{20}{7} =$



$29 = 12\frac{5}{7}$. Altsaa $\frac{5}{7} = \frac{12\frac{5}{7}}{18}$. Herved bekræftes ogsaa §. 51. og §. 57. 3.

Anmærkn. Mere om denne frugtbare og høist nødvendige Theorie om Proportionerne vil lade sig almindeligere og fortere afhandle, naar man af den næst følgende Afdeling har fattet de første Grunde af den almindelige Regnekunst. De Lærdomme om at udbrage Kvadrat- og Cubirødderne og om Sexagesimalregningen har jeg ogsaa af lige Grunde henviist dertil.



De arithmetiske Videnskabers

Anden Afdeling.

Den almindelige Regnekunst.

§. 67.

En Størrelses Forhold til en anden af samme Art, der betragtes som Eenheden, kan nu i Almindelighed hede et Tal, hvortil høre hele Tal §. 5. og Brøker. §. 27. Paa denne Maade gives der ingen Størrelser, der jo lade sig tænke som Tal, men den selvsamme Størrelse kan udtrykkes med meget forskiellige Tal, eftersom man tager Eenheden anderledes, f. E. en Linie er 12 eller 10, alt eftersom den 12te eller 10de Deel deraf er Eenheden, hvorefter man regner. Lader man Eenheden

den ubestemt, saa kan man dog endnu altid tænke sig Størrelsen som et Tal; kun at man til at betegne den maatte have et almindeligere Tegn end Eifrene. Det samme finder Sted, naar man endog kun vil lade Antallet af de bestemte Eenheder ubestemt, hvorved og Eenhedernes Art tillige kan blive uafgjort. Den Regnekunst, i hvilken man i saadanne ubestemte Tilfælde betiener sig af almindelige Tegn i Stedet for Eifrene eller Eenhederne, hedder almindelig Regnekunst, og, fordi man til disse almindelige Tegn bruger Bogstaverne, især de smaae i det latinske Alphabeth, Bogstavregning, vel ogsaa Algebra.

Af disse Forklaringer er det tydeligt nok, at et Bogstav som et almindeligt Tegn kan antage enhver Værdie, eftersom man vælger Størrelsernes Bestemmelser. En Proportion være udtrykt i Bogstaver $a : b = c : d$, saa er efter §. 64. $d = \frac{b \cdot c}{a}$, man maae i Stedet for b , c , a sætte hvad for Tal man vil.

Anmærkn. Algebra i den indskrænkede Forstand kaldes egentlig den Videnskab, ved Ligninger at opløse bestemte og ubestemte Opgaver. Den Deel af den almindelige Regnekunst, som indeholder de 4 Regnemaader med Bogstaver (*Algoritimum speciosum*) og maafee endnu den Lære om Potentier, pleier man da i Besynderlighed at kalde Bogstavregning. Det øvrige indbefatter man da tilsammen under det Navn *Analysis*, i hvilket Ord dog ogsaa det forhen nævnte, især Algebra ofte tillige indbeegribes, hvilken man igien inddeeler i en *Analysis finitorum* og in-



finitorum. Imidlertid ere virkelig Grændserne for de Begreber, man vil betegne ved mange af disse Ord, ikke saa ganske fastsatte. Grunden dertil synes at være, at man, ligesom disse Videnskaber udbredte sig, deels belagde de nye opdagede Dele med nye Navne, deels ogsaa igien indbesatte dem med under Grundvidenskabens Navn. Egentlig seer man ved Ordet *Analysis* paa den Methode, at anse alle Størrelser som Tal, og da af Forbindelsen imellem det givne og søgte at ulede Ligninger, ved hvis Opløsning (Algebra i den indskrænkede Forstand) man bestemmer det Søgte. For saavidt er *Analysis* et almindeligere Ord, som indbesatter Algebra under sig.

De snevre Grændser, jeg maae foreskrive mig ved denne Indledning, ville ikke tilstøde mig, at indlade mig dybt i disse vidt udbredte Videnskaber. Men de første Grundsætninger af den almindelige Regnekunst ere nu omstunder blevene saa nødvendige, hvis man vil deels uden Omsvøb lære at forstaae en Mængde præctiske Sandheder, deels have et Midde til, i forekommende Tilfælde at hjælpe sig selv, at jeg ikke har kunnet forbigaae dem. For det, som her vil forekomme deraf, behøver man imidlertid ikke at frygte sig, da det virkelig neppe er saa vanskeligt, i det mindste ikke saa uønskeligt, som meget i Talregningen, og ligesaa lidet behøver man at være stolt deraf, naar man har lært det, som om det var den hele Algebra. Imidlertid kan jeg forud forsikre, at den anvendte Umage rigelig vil lønne sig ved den Nytte, som man snart maae spore deraf i den lettere Kundskab om mange Sandheder.

I. De fire Regnemaader i almindelig Forstand.

§. 68.

Der gives visse Størrelser, som kunne betragtes i saadan en Hensigt til hinanden, at den ene

ene formindsker den anden; de hede for saavidt modsatte Størrelser. Saadanne ere Formue og Gield, Fremad og Tilbage i een og samme Linie. Saaledes ere 7000 Rdr. Formue og 4000 Rdr. Gield, naar de findes hos een Person, hverken 11000 Rdr. Formue, eller 11000 Rdr. Gield, men Gielden gjør, at man egentlig ifkun kan regne Personens Formue til 3000 Rdr., det er, Gielden formindsker Formuen, og omvendt. Man sees lettelig, at saadanne Størrelser maae, for at kunne formindste hinanden, høre under eet fælles Hovedbegreb. Saaledes udgjøre Formue og Gield det, som man kalder en Mands statum bonorum. At gaae fremad og tilbage, henhører under det almindelige Begreb om Bevægelse i en Linie. For saavidt kan man altid sige, modsatte Størrelser maae være Størrelser af een Art. Penge og Penges Værd er i det første Exempel og igiennemløbet Krig i det andet Artst. Men saasnart man vil vide, hvor stor nu egentlig Formuen er efter Gieldens Afbetaling, og omvendt, eller hvor stor Afstanden er fra Bevægelsens Begyndelsespunkt formindst den afværende Frem- og Tilbagegang, saa ere somt fage 7000 Rdr. Formue og 4000 Rdr. Gield tilsammentagne ifkun 3000 Rdr. Formue, og 7 Mile fremad og 4 Mile tilbage ere hverken 11 Mile fremad, eller 11 Mile tilbage, men ifkun 3 Mile fremad.



§. 69.

Naar man kalder den ene af disse Størrelser, saasom Formuen, positiv eller bekræftende, saa kalder man den modsatte, saasom Gielden, en negativ eller nægtende Størrelse. Det er ligegyldigt, og berøer almindelig paa Øjensfigter eller Formodninger, hvilke af dem begge man kalder positiv; dog maae den eensgang antagne Benævnelse i eet og samme Tilfælde omhyggelig bevares for høit især.

Al det hidtil sagte sees nu tydelig, at de negative Størrelser ligesaa vel ere virkelige Størrelser, som de positive. J. E. Gield, saa længe man kun anseer den som Gield, er virkelig, ja endog noget positiv. Men saasnart man vil anse den som Formue, er den ikke det, men det modsatte deraf, d. e. Gield er nægtende Formue.

Til at undgaae Bivirkelighed har man indført, at tilkændegive det positive ved Tegnet +, det negative ved —.

§. 70.

Naar man til en nægtende Størrelse sætter den dermed lige store bekræftende, saa ophæve de hinanden, og give tilsammen 0. J. E. — 3 + 3 = 0. Eller naar een var 3 Rdr. Skyldig og faaer 3 Rdr. rede Penge, hvormed han betaler sin Gield, saa har han intet. Man kan altsaa sige om ham, han har forhen havt mindre end Intet, fordi han nu først har intet, efterat han har faaet noget. I denne

denne Forstand kan man sige, en nægtende Størrelse er mindre end intet, nemlig af den positive, Thi i sig selv er den negative Størrelse, da den er noget viskeligt §. 1. mere end intet; den er mindre end et relativt, mere end et absolut Intet.

Dette er den Maade, hvorpaa Hr. Hofst. Råstner retfærdiggjør Udtrykket mindre end Intet, og bevæger des for Misforståelse. Paa en lige Linie kan man antage et Punct som Grændsen for de positive og negative Størrelser, som ligge paa de forskellige Sider af Punctet. Den vil da kunne tiene til den beste sandfælsige Forestilling paa det her sagte; ligesom i Almindelighed dette Begreb meget oplyses ved Anvendelsen paa Geometrien, hvorfor ogsaa Hr. Hofst. Karsten Th. 1. Abth. 1. af sin Lærebog udleder det deraf.

§. 71.

Opg. I almindelig Forstand at addere ulige store modsatte Størrelser af een Art.

Opløsn. Man anseer begge Størrelser som absolute Størrelser, og søger deres Difference, hvilken man sætter med den største Tegn, saa har man begge Størrelseres Sum i almindelig Forstand. Man kalder dette ogsaa den algebraiske Sum. $3. E. + 7$ og $- 3$ adderede, giver $+ 4$; og $- 11 + 5 = - 6$. Saaledes ogsaa $9 a - 5 a$ adderede, er $+ 4 a$; og $11 b - 13 b = - 2 b$.



Bes. Da modsatte Størrelser efter deres Natur formindstke hinanden, naar de fulle udgiøre et Heelt, §. 68., og det saaledes, at den større just formindstkes saa meget af den mindre, som den mindstes absolute Størrelse beløber sig til, saa sees det af Rigtigheden i Omgangsmaaden.

Anmærkn. Just de modsatte Størrelseres besynderlige Natur gjør, at Sum her virkelig intet andet er, end det, der bliver tilbage af den større, naar den ved den mindste er formindstket saa meget, som denne er stor. Det er en sand Subtraction. Men det følgende vil vise, at det tiende af Regningens Bortførninger her at betjene sig af de Ord Addition, Sum. Det gaaer dog, tænker jeg, allerede efter Sprogbrugen an at sige: Man maae tage Mandens Capitaler og Gjæld, hans positive og negative Capitaler samlede (addere dem) naar man vil udbringe hans sande Formue.

§. 72.

Det er siensynligt, at lige store modsatte Størrelser adderede give 0. $\text{§. 6. } +7a - 7a = 0$; fremdeles, at, naar Størrelserne have eens Tegn; man uden Omstændigheder kan addere dem med beholder Tegn. $\text{§. 6. } +3 + 5 = +8$; $-3 - 2 = -5$; $+a + 3a = +4a$; $-2b - 7b = -9b$.

§. 73.

Betagne Sætninger. Naar man tager flere Tal positive og negative i en Række, saa et man bleven enig om, at skrive det første uden Tegn, naar

naar det er positiv. — §. E. $a - b + c$. Man
 skriver ei heller $+ 1 a$, men kun $+ a$, og ikke
 $- 1 b$, men kun $- b$.

§. 74.

Størrelser, som ere angivne med forskjellige
 Bogstaver, maae ligesom Ting, der ikke ere af
 een Art, eller som endnu ikke ere bragte til eens be-
 stemt Eenhed, alene med deres Tegn beskriveres
 hos hinanden, naar man skal summere dem. §. E.
 ligesom 5 Stole og 3 Borde ere $= 5 \text{ Stole} + 3$
 Borde, saa gibe 2 a og 3 b adderede $2 a + 3 b$,
 v. d. L.

§. 75.

Da nu alle Tilfælde ere overveiede, saa kunne
 vi nu addere alle Størrelser, som ere forbundne
 med Tegnene $+$ og $-$, hvad enten de saa ere ud-
 trykte med Bogstaver eller Tal eller blandede.

Exempel. Summen skal søges af følgende
 Størrelser, $a - h - 4c + 3b - 2d - 5f +$
 $(3d - 7b + 5a - 6f + c - 2g + m)$.
 Man ordner de forskjellige Led i Columner, at de
 lige Bogstaver komme under hinanden. De, hvorefter
 ingen lige findes, sættes tilsidst.

$$\begin{array}{r}
 a - 4c + 3b - 2d - 5f - h \\
 5a + c - 7b + 3d - 6f - 2g + m \\
 \hline
 6a - 3c - 4b + d - 11f - h - 2g + m
 \end{array}$$



Efter §. 74. maae nu $\rightarrow h - 2g + 71$ blot tilføies med deres Tegn; efter §. 72. giv $- 5f - 6f$ tilsammen $- 11f$; efter §. 71. giv $- 2d + 3d$ den algebraiske Sum $+ d = + 1d$. §. 73. o. s. v. Det er ogsaa lige meget, enten man begynder at addere fra den høire eller venstre Side, da Bogstaverne ingen Værdie have af deres Plads.

Man seer ogsaa let, hvordans Regningen falder ud, naar flere end 2 Rader komme til at staar under hinanden. §. E.

$$3a - 6b + f - 9$$

$$2a + 3b - 3f + 2$$

$$-a - 2b + 4f - 1$$

$$+ 16b - 8f$$

$$4a + 11b - 6f - 8$$

Her kan man nu ved en

hver Columne enten ad-

dere de positive og nega-

tive for sig, og da hens-

krive Differencen med

de størstes Tegn; §. E.

$$- 8f - 3f = - 11f; + f + 4f = + 5f;$$

$$\text{nu er } - 11f + 5f \text{ efter §. 71. } = - 6f; \text{ eller}$$

man gjør det paa følgende noget kortere Maade:

$$- 8f + 4f \text{ giver } - 4f; \text{ men } - 4f - 3f$$

$$\text{gav } - 7f; \text{ endelig } - 7f + f \text{ giver } - 6f.$$

Paa en ganske lignende Maade kunde man forholde sig ved benævnte Tal, dersom §. E. de forskellige Poster af Indtægt og Udgiwt paa følgende Maade vare skrevne under hinanden, betegnede de første med +, de andre med —; + 6 Rdr. — 7 §. — 4 Rdr. + 1 Rdr. + 5 Rdr. — 3 §. — 5 Rdr. + 3 Rdr. — 5 Rdr. + 5 §. — 2 Rdr. saa sætter man:

6 Rdr.

$$\begin{array}{r}
 6 \text{ Rdr.} - 4 \text{ Mf.} - 7 \text{ f.} \\
 1 \text{ Rdr.} + 5 \text{ Mf.} - 3 \text{ f.} \\
 - 5 \text{ Rdr.} + 3 \text{ Mf.} + 5 \text{ f.} \\
 - 5 \text{ Mf.} \\
 - 2 \text{ Mf.}
 \end{array}$$

$$2 \text{ Rdr.} - 3 \text{ Mf.} - 5 \text{ f.}$$

$$\text{eller } 1 \text{ Rdr. } 2 \text{ Mf. } 11 \text{ f.}$$

$$\text{Indtægt } 6 \text{ Rdr. } 5 \text{ Mf. } 5 \text{ f.}$$

$$I. = 3.$$

$$\text{Indtægts Sum } 8 \text{ Rdr. } 2 \text{ Mf. } 5 \text{ f.}$$

$$\text{Udgift } 5 \text{ Rdr. } 4 \text{ Mf. } 7 \text{ f.}$$

$$5 - 3 = 2$$

$$2$$

$$\text{Udgifters Sum } 6 \text{ Rdr. } 5 \text{ Mf. } 10 \text{ f.}$$

$$\text{Rest} = 1 \text{ Rdr. } 2 \text{ Mf. } 11 \text{ f.}$$

Den sidst anbragte Regning efter den almindelige Maade viser, at begge føre til eet Resultat, til en nye Bekræftelse for den her af modsatte Størrelser Natur udledeede Omgangsmaade.

Anmærkn. Man kan ogsaa forestille sig den almindelige Addition saaledes: Til et Tal, f. E. 7 skal et Aggregat, f. E. 8 + 5 adderes, hvad er nu 7 + (8 - 5)? Det er 10 - 5 = 10. Saaledes er 7 + (6 - 5) = 8, og 7 + (0 - 5) = 7 + (-5) = +2. Tilsvarende i Bøgstaver 7 a + (4 a - 2 a) = 9 a, og hvis der i Stedet for 4 a blev sat 0, saa er dog 7 a + (-2 a) = +5 a.



$29 = 12\frac{5}{6}$. Altsaa $\frac{5}{6} = \frac{12\frac{5}{6}}{18}$. Herved bekræftes ogsaa §. 51. og §. 57. 3.

Anmærkn. Mere om denne frugtbare og høist nødvendige Theorie om Proportionerne vil lade sig almindeligere og kortere afhandle, naar man af den næst følgende Afdeling har fattet de første Grunde af den almindelige Regnekunst. De Lærdomme om at udbrage Kvadrat- og Cubisrødderne og om Sexagesimalregningen har jeg ogsaa af lige Grunde henviist dertil.



De arithmetiske Videnskabers

Anden Afdeling.

Den almindelige Regnekunst.

§. 67.

En Størrelses Forhold til en anden af samme Art, der betragtes som Eenheden, kan nu i Almindelighed hede et Tal, hvortil høre hele Tal §. 5. og Brøker. §. 27. Paa denne Maade gives der ingen Størrelser, der jo lade sig tænke som Tal, men den selvsamme Størrelse kan udtrykkes med meget forskiellige Tal, eftersom man tager Eenheden anderledes, f. E. en Linie er 12 eller 10, alt eftersom den 12te eller 10de Deel deraf er Eenheden, hvorefter man regner. Lader man Eenheden



den ubestemt, saa kan man dog endnu altid tænke sig Størrelsen som et Tal; kun at man til at betegne den maatte have et almindeligere Tegn end Eifrene. Det samme finder Sted; naar man endog kun vil lade Antallet af de bestemte Eenheder ubestemt, hvorved og Eenhedernes Art tillige kan blive uafgjort. Den Regnekunst, i hvilken man i saadanne ubestemte Tilfælde betiener sig af almindelige Tegn i Stedet for Eifrene eller Eenhederne, hedder almindelig Regnekunst, og, fordi man til disse almindelige Tegn bruger Bogstaverne, især de smaae i det latinske Alphabeth, Bogstavregning, vel ogsaa Algebra.

Af disse Forklaringer er det tydeligt nok, at et Bogstav som et almindeligt Tegn kan antage enhver Værdie, efter som man vælger Størrelsernes Bestemmelser. En Proportion være udtrykt i Bogstaver $a : b = c : d$, saa er efter §. 64. $d = \frac{b \cdot c}{a}$, man maae i Stedet for b , c , a sætte hvad for Tal man vil.

Anmærkn. Algebra i den indskrænkede Forstand kaldes egentlig den Videnskab, ved Ligninger at opløse bestemte og ubestemte Opgaver. Den Deel af den almindelige Regnekunst, som indeholder de 4 Regnemaader med Bogstaver (*Algorithmum speciosum*) og maastee endnu den Lære om Potentier, pleier man da i Besynderlighed at kalde Bogstavregning. Det øvrige indbefatter man da tilsammen under det Navn *Analysis*, i hvilket Ord dog ogsaa det forhen nævnte, især Algebra ofte tillige indbegribes, hvilken man igien inddeler i en *Analysis finitum* og *in-*
 1. Deels I. §. 8 finito-



fnitorum. Imidlertid ere virkelige Grændserne for de Begreber, man vil betegne ved mange af disse Ord, ikke saa ganske fastsatte. Grunden dertil synes at være, at man, ligesom disse Videnskaber udvise, dede sig, deels belagde de nye opdagede Dele med nye Navne, deels ogsaa igien indbesatte dem med under Grundvidenskabens Navn. Egentlig seer man ved Ordet *Analysis* paa den Methode, at anse alle Størrelser som Tal, og da af Forbindelsen imellem det givne og søgte at ulede Ligninger, ved hvis Opløsning (Algebra i den indskrænkede Forstand) man bestemmer det Søgte. For saavidt er *Analysis* et almindeligere Ord, som indbesatter Algebra under sig.

De snevre Grændser, jeg maae foreskrive mig ved denne Indledning, ville ikke tilstøde mig, at indlade mig dybt i disse vidt udbredte Videnskaber. Men de første Grundsætninger af den almindelige Regnekunst ere nu omstunder blevene saa nødvendige, hvis man vil deels uden Omsvøb lære at forstaae en Mængde præctiske Sandheder, deels have et Videdel til, i forekommende Tilfælde at hjælpe sig selv, at jeg ikke har kunnet forbigaae dem. For det, som her vil forekomme deraf, behøver man imidlertid ikke at frygte sig, da det virkelig neppe er saa vanskeligt, i det mindste ikke saa usisommeligt, som meget i Talregningen, og ligesaa lidet behøver man at være stolt deraf, naar man har lært det, som om det var den hele Algebra. Imidlertid kan jeg forud forsikre, at den anvendte Umage rigelig vil lønne sig ved den Nytte, som man snart maae spore deraf i den lettere Kundskab om mange Sandheder.

I. De fire Regnemaader i almindelig Forstand.

§. 68.

Der gives visse Størrelser, som kunne betragtes i saadan en Hensigt til hinanden, at den ene

ene formindsker den anden; de hede for saavidt
 mødsatte Størrelser. Saadanne ere Formue og
 Gield; Fremad og Tilbage i een og samme Linie.
 Saaledes ere 7000 Rdr. Formue og 4000 Rdr.
 Gield, naar de findes hos een Person, hverken
 11000 Rdr. Formue, eller 11000 Rdr. Gield, men
 Gielden gior, at man egentlig ifkun kan regne Per-
 sonens Formue til 3000 Rdr., det er, Gielden for-
 mindsker Formuen, og omvendt. Man ser let-
 telig, at saadanne Størrelser maae, for at kunne
 formindske hinanden, høre under eet fælles Hoved-
 Begreb. Saaledes udgiøre Formue og Gield det,
 som man kalder en Mands statum bonorum.
 At gaae fremad og tilbage, henhører under det al-
 mindelige Begreb om Bevægelse i en Linie. For
 saavidt kan man altid sige, mødsatte Størrelser
 maae være Størrelser af een Art. Penge og Pen-
 ges Værd er i det første Exempel og igiennemlø-
 bet Klug i det andet Artst. Men saasnart man
 vil vide, hvor stor nu egentlig Formuen er efter
 Gieldens Afbetaling, og omvendt, eller hvor stor
 Afstanden er fra Bevægelsens Begyndelsespunct
 formodelft den afværende Frem- og Tilbagegang, saa
 ere som sagt 7000 Rdr. Formue og 4000 Rdr. Gield
 ifsammentagne ifkun 3000 Rdr. Formue, og 7
 Mile fremad og 4 Mile tilbage ere hverken 11 Mile
 fremad, eller 11 Mile tilbage, men ifkun 3 Mile
 fremad.



§. 69.

Naar man kalder den ene af disse Størrelser, saasom Formuen, positiv eller bekræftende, saa kalder man den modsatte, saasom Gielden, en negativ eller nægtende Størrelse. Det er ligesom guldigt, og beroer almindelig paa Øjensfigter eller Formodninger, hvilke af dem begge man kalder positiv; dog maae den eengang antagne Benævnelse i eet og samme Tilfælde omhyggelig bevares for hvort især.

Uf det hidtil-sagte sees nu tydelig, at de negative Størrelser ligesaa vel ere virkelige Størrelser, som de positive. J. E. Gield, saa længe man kun anseer den som Gield, er virkelig, ja endog noget positiv. Men saasnart man vil anse den som Formue, er den ikke det, men det modsatte deraf, d. e. Gield er nægtende Formue.

Til at undgaae Vildløstighed har man indeført, at tilkiendegive det positive ved Tegnet +, det negative ved —.

§. 70.

Naar man til en nægtende Størrelse sætter den dermed lige store bekræftende, saa opheves de hinanden, og give tilsammen 0. J. E. — 3 + 3 = 0. Eller naar een var 3 Rdr. skyldig og faaer 3 Rdr. rede Penge, hvormed han betaler sin Gield, saa har han intet. Man kan altsaa sige om ham, han har forhen havt mindre end Intet, fordi han nu først har intet, efterat han har faaet noget. I

denne



denne Forstand kan man sige, en nægtende Størrelse er mindre end intet, nemlig af den positive. Thi i sig selv er den negative Størrelse, da den er noget viskeligt §. i. mere end intet; den er mindre end et relativt, mere end et absolut Intet.

Dette er den Maade, hvorpaa Hr. Hofst. Råstner retfærdiggjør Udtrykket mindre end Intet, og bevare det for Mistyndning. Paa en lige Linie kan man antage et Punct som Grændsen for de positive og negative Størrelser, som ligge paa de forskellige Sider af Punctet. Den vil da kunne tiene til den bedste sandfælsige Forestilling paa det her sagte; ligesom i Almindelighed dette Begreb meget oplyses ved Anvendelsen paa Geometrien, hvorfor ogsaa Hr. Hofst. Karsten Th. I. Abth. I. af sin Lærebog udleder det deraf.

§. 71.

Opg. I almindelig Forstand at addere ulige store modsatte Størrelser af een Art.

Opløs. Man anseer begge Størrelser som absolute Størrelser, og søger deres Difference, hvilken man sætter med den største Tegn, saa har man begge Størrelseres Sum i almindelig Forstand. Man kalder dette ogsaa den algebraiske Sum. F. E. $+ 7$ og $- 3$ adderede, giver $+ 4$; og $- 11$ $+ 5 = - 6$. Saaledes ogsaa $9 a - 5 a$ adderede, er $+ 4 a$; og $11 b - 13 b = - 2 b$.



Bem. Da modsatte Størrelser efter deres Natur formindstke hinanden, naar de skulle udgaae et Høelt, §. 68., og det saaledes, at den større Just formindstkes saa meget af den mindre, som den største absolute Størrelse beløber sig til, saa ses det af Rigtigheden i Omgangsmaaden.

Anmærkt. Just de modsatte Størrelser besynderlige Natur gjør, at Sum her virkelig intet andet er, end det, der bliver tilbage af den større, naar den ved den mindste er formindstket saa meget, som denne er stor. Det er en sand Subtraction. Men det følgende vil vise, at det tiende af Regningens Berettigelse her at betjene sig af de Ord Addition, Sum. Det gaaer dog, tænker jeg, allerede efter Sprogbrugen an at sige: Man maae tage Mandens Capitaler og Gjæld, hans positive og negative Capitaler samledes (addere dem) naar man vil udbringe hans sande Formue.

§. 72.

Det er siensynligt, at lige store modsatte Størrelser adderede give 0. $F. E. + 7a - 7a = 0$; fremdeles, at, naar Størrelserne have eens Tegn, man uden Omstændigheder kan addere dem med beholder Tegn. $F. E. + 3 + 5 = + 8$; $- 3 - 2 = - 5$; $+ a + 3a = + 4a$; $- 2b - 7b = - 9b$.

§. 73.

Betagne Sætninger. Naar man tager flere Tal positive og negative i en Række, saa er man bleven enig om, at skrive det første uden Tegn, naar

naar det er positiv. - F. E. $a - b + c$. Man
 skriver ei heller $+ 1 a$, men kun $+ a$, og ikke
 $- 1 b$, men kun $- b$.

§. 74.

Størrelser, som ere angivne med forskjellige
 Bogstaver, maae ligesom Ting, der ikke ere af
 een Art, eller som endnu ikke ere bragte til eens be-
 stemt Enhed, alene med deres Tegn henføres
 hos hinanden, naar man skal summere dem. F. E.
 ligesom 5 Stole og 3 Borde ere $= 5 \text{ Stole} + 3$
 Borde, saa gibe 2 a og 3 b adderede 2 $a + 3 b$,
 s. d. L.

§. 75.

Da nu alle Tilfælde ere overveiede, saa kunne
 vi nu addere alle Størrelser, som ere forbundne
 med Tegnene $+$ og $-$, hvad enten de saa ere ud-
 trykte med Bogstaver eller Tal eller blandede.

Exempel. Summen skal søges af følgende
 Størrelser, $a - h - 4c + 3b - 2d - 5f +$
 $(3d - 7b + 5a - 6f + c - 2g + m)$.
 Man ordner de forskjellige Led i Columner, at de
 lige Bogstaver komme under hinanden. De, hvorefter
 at ingen lige findes, sættes tilsidst.

$$\begin{array}{r}
 a - 4c + 3b - 2d - 5f - h \\
 5a + c - 7b + 3d - 6f - 2g + m \\
 \hline
 6a - 3c - 4b + d - 11f - h - 2g + m.
 \end{array}$$



Efter §. 74. maae nu $-h - 2g + 7a$ blot tilføies med deres Tegn; efter §. 72. give $-5f - 6f$ tilsammen $-11f$; efter §. 71. give $-2d + 3d$ den algebraiske Sum $+d = +1d$. §. 73. o. s. v. Det er ogsaa lige meget, enten man begynder at addere fra den høire eller venstre Side, da Bogstaverne ingen Værdie have af deres Plads.

Man seer ogsaa let, hvorledes Regningen falder ud, naar flere end 2 Rader komme til at staar under hinanden. §. 75.

$$3a - 6b + f - 9$$

$$2a + 3b - 3f + 2$$

$$-a - 2b + 4f - 1$$

$$+ 16b - 8f$$

$$4a + 11b - 6f - 8$$

Her kan man nu ved enhver Columnne enten addere de positive og negative for sig, og da benævne Differencen med de største Tegn; §. 76.

$$-8f - 3f = -11f; +f + 4f = +5f;$$

nu er $-11f + 5f$ efter §. 71. $= -6f$; eller man gjør det paa følgende noget kortere Maade:

$$-8f + 4f \text{ giver } -4f; \text{ men } -4f - 3f \text{ gav } -7f; \text{ endelig } -7f + f \text{ giver } -6f.$$

Paa en ganske lignende Maade kunde man forholde sig ved benævnte Tal, dersom §. 76. de forskellige Poster af Indtægt og Udgiwt paa følgende Maade vare skrevne under hinanden, betegnede de første med $+$, de andre med $-$; $+6$ Rdr. -7 Rdr. $+4$ Rdr. $+1$ Rdr. $+5$ Rdr. -3 Rdr. -5 Rdr. $+3$ Rdr. -5 Rdr. $+5$ Rdr. -2 Rdr. saa sætter man:

6 Rdr.

$$\begin{array}{r}
 6 \text{ Rdr.} - 4 \text{ Mr.} - 7 \text{ f.} \\
 1 \text{ Rdr.} + 5 \text{ Mr.} - 3 \text{ f.} \\
 - 5 \text{ Rdr.} + 3 \text{ Mr.} + 5 \text{ f.} \\
 \quad - 5 \text{ Mr.} \\
 \quad - 2 \text{ Mr.}
 \end{array}$$

$$2 \text{ Rdr.} - 3 \text{ Mr.} - 5 \text{ f.}$$

$$\text{eller } 1 \text{ Rdr. } 2 \text{ Mr. } 11 \text{ f.}$$

$$\text{Indtægt } 6 \text{ Rdr. } 5 \text{ Mr. } 5 \text{ f.}$$

$$1 \quad 3$$

$$\text{Indtægtes Sum } 8 \text{ Rdr. } 2 \text{ Mr. } 5 \text{ f.}$$

$$\text{Udgiwt } 5 \text{ Rdr. } 4 \text{ Mr. } 7 \text{ f.}$$

$$5 \quad 3$$

$$2$$

$$\text{Udgiwtens Sum } 6 \text{ Rdr. } 5 \text{ Mr. } 10 \text{ f.}$$

$$\text{Rest} = 1 \text{ Rdr. } 2 \text{ Mr. } 11 \text{ f.}$$

Den sidst anbragte Regning efter den almindelige Maade viser, at begge føre til eet Resultat, til en nye Bekræftelse for den her af modsatte Storrelser Natur udledeede Omgangsmaade.

Anmærkn. Man kan ogsaa forestille sig den almindelige Addition saaledes: Til et Tal, f. E. 7 skal et Aggregat, f. E. 8 — 5 adderes, hvad er nu 7 + (8 — 5)? Det er 12 — 5 = 10. Saaledes er 7 + (6 — 5) = 8, og 7 + (0 — 5) = 7 + (— 5) = + 2. Tilsvarende i Bøgstaver 7 + (4 a — 2 a) = 9 a, og hvis der i Stedet for 4 a blev sat 0, saa er dog 7 a + (— 2 a) = + 5 a.



§. 76.

Dyg. I almindelig Forstand at subtrahere Storrelser fra hinanden, hvad enten de nu ere modsatte eller ikke, og hvad enten Subtrahendus er større eller mindre end Minuendus.

Oplosn. Man omverler Tegnene i de forskellige Led af Subtrahendus, i det man sætter —, hvor der staaer +, og +, hvor der staaer —, og derpaa adderer man paa forhen beskrevne almindelige Maade. F. E.

I. +7.	II. +7 eller 3a.	III. —7.	
+4	—4	—a	—4
—	+	+	+
Diff. +3.			
H. +11.	+4a	III. —3.	
IV. —7 eller —a.	V. +4.		
+4	+b	+7	
—	—	—	
Diff. IV. —11. —a—b. V. —3.			

Thi da i I. naar det positive fradrages, 7 tager 4 af, saa maae i II, hvor ligesaa meget men negativ fradrages, lige det modsatte følge, d. e. 7 tage 4 til. Det samme lader sig vise ved III. og IV. Dette erholder man nu ved den givne Regel.

§. 77.

Derfor der var givet 9, derfra skulde fradrages 7 — 4, saa blev dette tegnet saaledes 9 — (7—4).



(7 - 4). Spørgsmaal kan nu gøres i Tal paa 2
Maader. I. $7 - 4 = 3$; altsaa $9 - 3 = 6$.
II. $9 - 7 = 2$. Men nu er 4 for mange for
dragne. Altsaa maae de igjen adderes, givet
 $2 + 4 = 6$. Naar man derfor ikke virkelig vil
foretage sig Subtractionen, men dog skrive uden
Klamre, saa er $9 - (7 - 4) = 9 - 7 + 4$,
og almindelig $a - (b - c) = a - b + c$.

Ogsaa heraf følger den forrige Spørgsmaal Regel.
I Kraft af det sagte er $9 - (7 - 4) = 6$, og $9 -$
 $(6 - 4) = 7$, og $9 - (5 - 4) = 8$. I Almin-
delighed vorer Resten saa mange Eenheder, som
det positive Tal inden for Klammerne afstager.
Saaledes er $9 - (4 - 4) = 9$; $9 - (3 - 4)$
 $= 10$; $9 - (2 - 4) = 11$; $9 - (1 - 4) = 12$;
 $9 - (0 + 4) = 13$; hvilket man umiddelbar vil
de erkende, dersom man adderede $+ 4$ med det
modsatte Tegn. Ligeledes maae i Almindelighed
 $a - (0 - c) = a - (-c) = a + c$, og $7 a$
 $- (-4 a) = 11 a$. Saaledes er ogsaa $a + b$
 $- (c - d) = a + b - c + d$; $3 a - 4 b$
 $- (2 a - 5 b) = 3 a - 4 b - 2 a + 5 b = a$
 $+ b$. Saaledes lade alle Opgaver sig reducere til
denne Betegnelse, at man indslutter den hele Sub-
trahendus i Klamre; men tillige er det klart, at
det giver samme Regel som den forrige, da de in-
den for Klammerne staaende Størrelser, naar man
vil borttage Klammerne, adderes til Minuendus
med modsatte Tegn.



Fr. Høfr. Råstner anbringer endnu denne
Betrægtning. Fra 7 skal fradrages — 4. Men
 $7 - 4 = 7 - 4 + 4$. Tager man deraf — 4
bort, saa bliver $7 + 4$, som Regelen vil.

§. 78.

Da man kan addere hele Rækker eller Aggre-
gater af Størrelser, §. 75, saa kan man ogsaa sub-
trahere dem fra hinanden. F. E. $3a - b + 4g$
 $+ f - (2a + b - 3g - f)$ bliver nu efter
§. 76. saaledes ordnet og regnet:

$$\begin{array}{r} 3a - b + 4g - f \\ \text{Subtr. } 2a + b - 3g - f \\ \hline - \quad - \quad + \quad + \end{array}$$

$$\text{Diff. } a - 2b + 7g$$

Eller naar man efter §. 77. udelader Klammerne,
 $3a - b + 4g + f - 2a - b + 3g + f = a$
 $+ 2b + 7g$, som før. Saaledes ogsaa følgende
Exempel:

$$\begin{array}{r} 5a - 3b + f - 9h + 8 \\ \text{Subtr. } 2a + 3b + f - 8h + 7 + g \\ \hline \end{array}$$

$$\text{Diff. } 3a - 6b \quad - h + 1 - g$$

Anmærkn. 1. Man kan ligesom §. 75. prøve Om-
gangsmaadens Rigtighed i benævnte Tal.

7 Rd. — 5 mf. + 13 β.	7 Rd. 3 mf. 4 β.
A — 3 + 2 + 7	Subtr. 3 + 5 +
A = + 4 Rd. — 3 mf. + 20 β. =	3 Rd. 4 mf. 4 β.
9 Rd. — 4 mf. — 11 β.	9 Rd. 2 mf.
A — 7 + 2 — 4	Subtr. 7 + 4 + 15 β.
B = + 2 Rd. — 2 mf. — 15 β. =	1 Rd. 3 mf. 1 β.
A - B = + 2 Rd. — 1 mf. + 35 β. =	2 Rd. 1 mf. 3 β.

$26 + 2 \text{ Rdr.} = 1 \text{ Mf.} = 1 \text{ Rdr. } 5 \text{ Mf.}$, og da
 $35 \text{ f.} = 2 \text{ Mf. } 3 \text{ f.}$, saa er $+ 2 \text{ Rdr.} = 1 \text{ mf.}$
 $+ 35 \text{ f.} = 1 \text{ Rdr. } 5 \text{ Mf. } + 2 \text{ Mf. } 3 \text{ f.} = 1$
 $\text{Rdr. } 7 \text{ Mf. } 3 \text{ f.} = 2 \text{ Rdr. } 1 \text{ Mf. } 3 \text{ f.}$

Anmærkn. 2. Additionen og Subtractionen tiende alle-
 rede til, at finde mange nyttige almindelige Løstfæ-
 ninger eller Opløsninger. Der være 2 Størrelser
 a og b ; og $a > b$, saa er $a + b$ Summen, $a - b$
 Differencen. Man addere denne Sum og Diffæ-
 rence, og man subtrahere Differencen fra Summen,
 saa har man

$$\begin{array}{r}
 \text{add. } a + b \quad \text{subtr. } a + b \\
 a - b \quad \quad a - b \\
 \hline
 2a \quad \quad 2b
 \end{array}$$

Følgelig giver to Tals
 Difference, subtraheret
 fra Summen, det dobb-
 belte af det mindre Tal;

Differencen adderet til Summen giver det dobbelte
 af det større Tal. S. E. 4395 Rdr. Skulle saaledes
 deles imellem 2 Arvinger, at en faaer 537 Rdr. mere
 end den anden.

§. 79.

Da Bogstaver ingen Værdie faae af deres
 Plads, saa kunde man ved dem undvære eet af de
 4 Tegn i Regningsoperationerne, saasom et Tegns
 Graværelse nu allorede for sig kunde afgive et Tegn.
 Man har fastsat dette for Multiplicationen med
 Bogstaver, og har talt var den første, der i Ste-
 det for $a \times b$ skrev blot ab , i Stedet for $a \times b \times c$
 blot abc , o. s. f. Saaledes maatte han ogsaa i
 Stedet for $a \times a$ skrive aa , i Stedet for $a \times a \times a$
 sætte aaa , o. s. f. For Udrøp af det sidste Slags
 indførte Cartesius endnu den Afkortning, at til-
 kiendegive Antallet af saadanne lige Factorer med
 et lidet Ciffer, som sættes oven ved paa høire Haand

hos



hos den enkelte Factor. Saaledes fattor man, $aa = a^2$; $aaa = a^3$; $aaaaaa = a^6$; o. s. v; hvoraf Fordelen er meget indelig.

En Størrelse multipliceret med sig selv, eller et Product af to lige Factorer pleier man at kalde Størrelsens Kvadrat eller 2den Potents, og at tilsvarende give den ved a^2 , b^2 , o. d. l. Tre lige Factorers Product hedder Cubus eller 3die Potents af den enkelte Factor, og angives ved a^3 , b^3 , o. d. l. Saaledes hedder a^4 Biquadratet eller 4de Potents af a ; a^5 den 5te Potents af a , o. s. f.

§. 80.

Da alle Tal maae have et vist Forhold til deres Eenhed, eller kunne tænkes som komne af en Eenhed; men vi nu have at regne med positive og negative Størrelser, ligesom de forekomme, saa maas der i det mindste bestemmes, om $+1$ eller -1 skal være den Eenhed, hvormed vi vilke sammenligne alting. Man har valgt $+1$ dertil; og saaledes ere de bekræftende Størrelser Mængder af denne Eenhed selv, de nægtende ere Mængder af dens modsatte; eller de bekræftende komme derved, at man sætter eller igiendager $+1$ nogle gange, de nægtende derved, at man først lader $+1$ blive til intet, dernæst lader det være saa meget paa den modsatte Side, som det havde aftaget, og saa tager den Størrelse -1 , som er modsat $+1$, nogle gange.

§. 81.

§. 81.

Opg. At multiplicere to Størrelser med hinanden, hvad enten de nu begge ere positive eller begge negative, eller een positiv, den anden negativ, hvad enten de have lige eller forskellige Tegn.

Opløs. Man multiplicerer dem som absolute Størrelser. Men naar begge Factorer ere positive eller negative, saa giver man Productet Tegnet $+$; men er Factorernes Tegn forskellige, saa faaet Productet det negative Tegn. F. E. $+ 7. + 4 = + 28$; $- 7. + 4$ eller $+ 7. - 4 = - 28$; $- 7. - 4 = + 28$. Saaledes ogsaa $+ a. + b = + ab$; $+ a. - b = - ab$; $- a. + b = - ab$; $- a. - b = + ab$.

Bev. Tager man Eenheden, hvorpaa alting grunder sig, positiv, §. 80, og sammenligner med de 4 Tilfælde, som her forekomme, den Grundregel for Multiplicationen: ligesom den ene Factor gøres af Eenheden, saaledes gøres Productet af den anden Factor, saa vil man ingen Tvivl have om det Tegn, som maae gives Productet;

I. $+ 1 : + a = + b : (+ a. + b)$; $+ 1 : + 7 = + 4 : (+ 7. + 4)$. Ingen tvivler her paa, at Productet jo maae være $+ ab$ og $+ 28$.

II. $+ 1 : + a = - b : (+ a. - b)$; $+ 1 : + 7 = - 4 : (+ 7. - 4)$. Af $+ 1$ selv, og ikke af dets modsatte, som man iglentyger 7 gange, er den Factor 7 kommen, saaledes maae



maae ogsaa den anden Factor — 4 selv igientages (lægges sammen) 7 gange, hvilket giver — 28. Ligeledes maae Productet i Bogstaver være — ab .

III. $+1 : -a = +b : (-a. + b)$;
 $+1 : -7 = +4 : (-7. + 4)$. Her maae af $+1$ først gøres — 1, og dette sidste lægges 7 gange sammen, for at gøre — 7, saaledes maae ogsaa Productet gøres af det ligesaa ofte igientagne modsatte til $+4$ d. e. af — 4, dette giver — 28. Ligeledes i Bogstaver — $a. + b = -ab$.

IV. $+1 : -a = -b : (-a. - b)$;
 $+1 : -7 = -4 : (-7. - 4)$. Ligesom man her ladet $+1$ først forvandle sig til sit modsatte — 1, og dette nu 7 gange sammenlagt giver — 7; saaledes maae man ogsaa forvandle — 4 til sit modsatte $+4$, hvilket da 7 gange igientaget giver $+28$. Og saaledes giver ogsaa — $a. - b$ det positive $+ab$.

Anmærkn. Saaledes finder man denno Sag først udført af Hr. Rästner, hvilken næsten alle Ryere siden have fulgt. Andre Beviser ere ikke saa stikke til, at have Tvivlene, især ved det 4de Tilfælde. Det beste er endnu dette: Der være givet $-7(+5-3)$, saa vilde, naar det 2det og 3die Tilfælde var afgjort, $-7. +5 = -35$ være for meget af det negative Slags. Egentlig udkommer itkun — 14. Da nu $-7. -3$, naar man betragter Tallet absolut, giver 21, saa kunne disse 21 ikke være andet end $+21$. Thi itkun $-35 + 21 = -14$, Ingenlunde — 35 — 21, det er $-7. -3 = +21$.



§. 82.

Nu lader det algebraiske Product sig giøre af alle Aggregater.

$$\begin{array}{r}
 (7-8+3)(6-7+4)=2.3=6. \text{ Thi} \\
 \begin{array}{r}
 7-8+3=2 \\
 6-7+4=3 \\
 \hline
 28-32+12 \\
 -49+56-21 \\
 +42-48+18 \\
 \hline
 +42-97+102-53+12=6
 \end{array}
 \end{array}$$

Man seer, at det ved abstracte Tal ikke havde været fornødent, at adsprede Producterne. Man havde strax kunnet opheve det positive og negative imod hinanden.

Exempler i Bogstaver: 1) $(a-x)x$; 2) $(a+b)(a+b)$; 3) $(a-b)(a-b)$; 4) $(a+b)(a-b)$; 5) $(a+b-c)(b-c)$; 6) $(5a+3b-c)(7b-2c+d)$.

1) $a-x$ Det er: To Størrelser Difference
 x multipliceret med den mindre, er
 $ax-x^2$ begge Størrelser Product mindre
 Kvadratet af den mindste.

2) $a+b$ Da en Størrelse, multipliceret
 $a+b$ med sig selv, giver Kvadratet af
 $ab+b^2$ denne givne Størrelse, saa viser
 a^2+ab denne Multiplication det almindelige Udtryk for Kvadratet af
 $a^2+2ab+b^2$ enhver Størrelse, der bestaaer af 2 Dele (binomium).



$$\begin{array}{r}
 3) \quad a-b \\
 \quad a-b \\
 \hline
 \quad -ab+b^2 \\
 a^2-ab
 \end{array}$$

Dette er det almindelige Udtryk for Kvadratet af to Størrelser Difference.

$$a^2 - 2ab + b^2$$

$$\begin{array}{r}
 4) \quad a+b \\
 \quad a-b \\
 \hline
 \quad -ab-b^2
 \end{array}$$

Productet af to Størrelser Sum i deres Difference er altid lige stor med Differencen mellem begge Størrelser Kvadrater.

$$a^2 + ab$$

$$a^2 - b^2$$

$$a^2 - b^2$$

$$\begin{array}{r}
 5) \quad a+b-c \\
 \quad b-c \\
 \hline
 \quad -ac-bc+c^2
 \end{array}$$

$$ab + b^2 - bc$$

$$+ab - ac + b^2 - 2bc + c^2$$

$$\text{eller } a + (b-c)$$

$$(b-c)$$

$$a(b-c) + (b-c)^2$$

$$= ab - ac + b^2 - 2bc + c^2 \text{ efter No. 3.}$$

$$6) \quad 5a + 3b - c$$

$$7b - 2c + d$$

$$+5ad + 3bd - cd$$

$$-10ac - 6bc + 2c^2$$

$$35ab + 21b^2 - 7bc$$

$$+21b^2 + 35ab - 10ac - 13bc + 2c^2 + 5ad$$

$$+3bd - cd.$$

Till.



Till. De første 4 Exempler vise tilfulde, hvorledes den almindelige Multiplication kan tiene til brugbare Sætningers Opfindelse, som nu gielde for alle Talstørrelser. Saaledes er efter No. 4 $(7+4)(7-4) = 49 - 16 = 33$. Ligeledes vise sig her de første Skridt til den for Analysten høist brugbare Kunst, at opløse sammensatte Størrelser i deres Factorer. Thi

$$1) ax - x^2 = (a - x)x.$$

$$2) a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)(a + b).$$

$$3) a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)(a - b).$$

$$4) a^2 - b^2 = (a + b)(a - b).$$

Anmærkn. Heraf seer man nu følgende Udtryks Liageb:

$$16x^2 + 8xg + g^2 = (4x + g)(4x + g) = (4x + g)^2.$$

$$(f + \frac{1}{2}g)^2 = f^2 + fg + \frac{1}{4}g^2.$$

$$(x - 3g)^2 = x^2 - 6xg + 9g^2.$$

$$25f^2g^2 - 9r^2u^2 = (5fg + 3ru)(5fg - 3ru).$$

$$(x + g)^2 - (x - g)^2 = 4xg.$$

Endnu et Exempel hvorledes Talregningen derved kan lattes. Der ere to Byggepladser tilfals, den ene af 114 Fod, den anden af 109 Fod i Kvadrat. Hvor mange Kvadratsfod er den ene større end den anden? $114^2 - 109^2 = (114 + 109)(114 - 109)$ efter No. 4 $= 223 \cdot 5 = 1115$ Kvadratsfod.

§. 83.

Naar ab er givet i almindelige Udtryk, og skal divideres med a , saa seer man let, at $ab : a = \frac{ab}{a} = b$; og ligesaa $abc : bc = a$. Man kan nu give den Regel: De lige Factorer eller Bog-



staver i Dividendus og Divisor have hinanden indbyrdes; hvad der da bliver staaende, er Quotienten. Derfor er ogsaa $bd : cbd = \frac{bd}{cbd} = \frac{1}{c}$, hvor $\frac{1}{c}$ er Quotienten. Naar derimod Dividendus og Divisor ere ganske forskellige, saa kan Divisionen alene tilkiendegives ved Tegn; f. E. $a : b = \frac{a}{b}$; $a : (b + c) = \frac{a}{b + c}$. Om Tilfælde, som det sidste, lader sig her endnu intet mere sige.

§. 84.

Opg. At dividere Størrelser med lige eller modsatte Tegn med hinanden.

Oploøsn. Ogsaa her dividerer man først ligesom ved absolute Størrelser, hvis det er Bogstaver, efter den forrige §., men giver ogsaa ligeledes Quotienten det positive eller negative Tegn, eftersom Dividendus og Divisor have lige eller ulige Tegn. F. E. $+12 : +4 = +3$; $-12 : -4 = +3$; $+12 : -4 = -3$; $-12 : +4 = -3$. Saaledes ogsaa $+ab : +a = +b$; $-ab : -a = +b$; $+ab : -a = -b$; $-ab : +a = -b$. $+a : +b = +\frac{a}{b}$; $-a : -b = +\frac{a}{b}$; $+a : -b = -\frac{a}{b}$; $-a : +b = -\frac{a}{b}$.

Bev.



Bes. Da Quotienten gøres af Eenheden
paa samme Maade, som Dividendus af Divisor,
saa lader Bevist sig føre ligesom ved Multiplica-
tionen. F. E. $4 : + 12 = + 1 : - 3$ og
 $4 : - 12 = + 1 : + 3$.

Anmærkn. Heraf seer man, hvad den korte Regel for
Multiplication og Division vil sige: Lige Tegn give
plus (+), ulige give minus (-).

§. 85.

Nu lade ogsaa sammensatte Størrelser sig
dividere. (Om de Tilfælde, da Dividendus og
Divisor have ganske ulige Bogstaver, er allerede
ovenfor talet. §. 83). Vi ville endnu gøre For-
skiel imellem 2 Tilfælde:

1) Naar kun Dividendus alene er en sam-
mensat Størrelse. F. E. $(ab - ac + ad) : a$
opsættes saaledes:

$$\begin{array}{r|l} ab - ac + ad & b - c + d. \\ a & \\ \hline ab & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -ac \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +ad \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +ad \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +ad \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +ad \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +ad \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +ad \\ \hline \end{array}$$

Nemlig hvert Led i
Dividendus divider-
res med Divisor:

$$\text{saaledes er } \frac{ab}{a} = b;$$

$$\frac{-ac}{a} = -c, \text{ o. s. f.}$$

Summen af Quo-

tienterne skrives ved

Siden med højerste

Tegn. Da i Talke-

tionen



2) Naar saavel Divisor som Dividendus er en sammensat Størrelse. En forud løbende Regel er her, at ordne Ledene i Dividendus og Divisor efter et Bogstavs Potentser, som forekommer i begge. F. E. $(a^3 - a^2b + b^3 - a^2b)$:
 $(a + b)$ sættes saaledes:

$$(a+b) \overline{) a^3 - a^2b - ab^2 + b^3} \quad | \quad a^3 - 2ab + b^3$$

$$a^3 + a^2b$$

$$\begin{array}{r} \hline -2a^2b - ab^2 + b^3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -2a^2b - 2ab^2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + \quad + \\ \hline \end{array}$$

$$+ab^2 + b^3$$

$$+ab^2 + b^3$$

0

Ligesom man nemlig ved Taldivisionen pleier at spørge, hvor ofte Divisors højeste Cifer indeholdes i det højeste Cifer af Dividendus, og saa multiplicerer alle Divisors Cifre med den fundne Quotient, o. s. v., saaledes spørger man kun ogsaa her, hvor ofte det første Led (a) af Divisor indeholdes i det første Led af Dividendus (a^3).

Nu er $\frac{a^3}{a} = a^2$. Med dette a^2 multipliceres nu alle Led af Divisor, og det hele Product drages fra Dividendus. Ibland Ledene i Subtrahendus maa i det mindste det første Led være lige stor med det første af Dividendus. Efterat Resten nu er funden,



funden; hvoriblant det første Led af Dividendus ikke mere kan være, spørger man paa nye, hvor ofte Divisors første Led indeholdes i det første Led af den endnu øvrige Dividendus, og bliver ved med den bestrevne Maade, indtil enten, som her, alting gaar op, eller om der bliver nogen Rest, lader den sig, som det følgende viser, ogsaa hogsøie i Form af en Brøk.

Anderledes ere følgende Exempler ikke regnede:

$$(a+b) a^2 - b^2 \big| a - b$$

$$a^2 + ab \big|$$

$$\begin{array}{r} - \\ - \\ \hline -ab - b^2 \\ -ab - b^2 \\ + \quad + \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \circ \\ a^2 - 2ac - b^2 + c^2 \big| a + b - c \\ (a - b - c) \\ a^2 - ab - ac \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +ab - ac - b^2 + c^2 \\ +ab - b^2 - bc \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -ac + bc + c^2 \\ -ac + bc + c^2 \\ \hline \end{array}$$

○

§. 86.

Det er af sig selv aabenbart, at de her givne Regler grunde sig paa Divisionens Grundbegreb.



Naar alting gaaer op, maae ogsaa altid Productet af Quotienten i Divisor igien udbringe Dividendus. Saaledes er $(a + b - c)(a - b - c) = a^2 - 2ac - b^2 + c^2$, hvoraf tillige sees, hvorledes Divisionen umiddelbar kan tiene til, at opløse Udtryk, der ere givne i Bogstaver, i Factorer.

II. Brøkfregning i almindelige Tegn.

§. 87.

Da Bogstaverne ere almindelige Tegn paa Tal, saa kunne Udtryk som $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ i Almindelighed tagne, forestille Brøker; hvorved de i Talregnekunsten givne Regler nu paa det almindeligste lade sig foredrage og bevise.

§. 88.

Brøker skulde bringes under eens Benævning, men enhver dog beholde sin Værdie.

Brøkerne være saaledes betegnede: $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$, $\frac{f}{g}$.

Man multiplicere enhver Tæller og Nævner med Productet af de øvriges Nævnere, saa har man $\frac{adg}{bdg} = \frac{a}{b}$; $\frac{cbg}{bdg} = \frac{c}{d}$; $\frac{bdf}{bdg} = \frac{f}{g}$ indrettet, som

det blev forlangt. Nu følger ogsaa $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a+d}{b}$; $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{f}{g} = \frac{adg + cbg + bdf}{bdg}$; og $\frac{a}{b} - \frac{c}{d}$



$\frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} - \frac{cb}{bd} = \frac{ad - cb}{bd}$; hvilket i almindelige Formler ere Reglerne for Brøkenes Addition og Subtraction.

§. 89.

Brøker multipliceres med Brøker, naar man gjør Tællernes Product til Tæller, og Nævnernes Product til Nævner i det søgte Product; eller

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

Bev. $\frac{a}{b} = m; \frac{c}{d} = n$

$$a = bm; c = dn \quad \text{§. 9. V.}$$

$$c = dn$$

$$ac = bd. mn : bd$$

$$\frac{ac}{bd} = mn \text{ eller } \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

Anmærkn. Ved dette Beviis kommer man til at op- holde sig noget, for ret at vise dets Natur. Enhver Brøk er en vis Størrelse, som man i Stedet for

$\frac{a}{b}$ og $\frac{c}{d}$ tilkiendegiver ved de enkelte Tegn m og n .

Man bliver $bm = a$, det er, Brøken multipliceret med sin Nævner bliver lige stor med Tælleren. Saaledes er $\frac{1}{2} \cdot 4 = 2$. Og saaledes kan man videre igiennemgaar enhver Slutning, for først at vænne sig til denne almindelige Omgangsmaade,



§. 90.

En Brøk divideres med en anden, naar man vendter den sidste om, og multiplicerer som forhen,

$$\text{eller } \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}.$$

$$\text{Bed. } \frac{a}{b} = m; \quad \frac{c}{d} = n$$

$$a = bm \quad c = dn$$

$$c = 1n$$

$$\frac{a}{c} = \frac{bm}{dn}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{bm}{dn} \cdot d$$

$$\frac{ad}{c} = \frac{bm}{n}$$

$$\frac{ad}{c} = \frac{m}{n} : b$$

§. 29.

$$\frac{ad}{bc} = \frac{m}{n} = m : n = \frac{a}{b} : \frac{c}{d}.$$

§. 91.

Der være givet $b^2 + bc - ab - ac + a$ at dividere med $b + c$, saa maae man efter §. 85. saaledes forholde sig:

$$(b+c) \overline{) b^2 + bc - ab - ac + a} \quad \left| \begin{array}{l} b - a + \frac{a}{b+c} \\ b^2 + bc \end{array} \right.$$

$$\underline{\quad - ab - ac + a \quad}$$

$$\underline{\quad - ab - ac \quad}$$

Rest

+ a

i det man gior
Resten til Tæl-
ler, Divisor til
Nævner, som
§. 28. og 25.

Men vilde man endnu ogsaa anvende de for Divi-
sionen almindelig giældende Regler paa Resten og
Divisor,



Diøffer, saa spørgde man, hvor ofte er b i a ?

Svar $\frac{a}{b}$ gange; thi $b \cdot \frac{a}{b} = a$. Nu er $\frac{a}{b} \times$

$$(b+c) = a + \frac{ac}{b} \text{ og } a - (a + \frac{ac}{b}) = -\frac{ac}{b}.$$

Man spørger videre, hvor ofte er b i $-\frac{ac}{b}$, og

finder $-\frac{ac}{b^2}$ gange, og saaledes kan man videre
fortsætte. Exemplet stod saaledes:

$$(b+c) \overline{) a} \left| \frac{a}{b} - \frac{ac}{b^2} + \frac{ac^2}{b^3} \text{ o. s. v.} \right.$$

$$\begin{array}{r} a + \frac{ac}{b} \\ \hline - \frac{ac}{b} \\ \hline ac - \frac{ac^2}{b^2} \\ \hline + \frac{ac^2}{b^2} \\ \hline + \frac{ac^2}{b^2} + \frac{ac^3}{b^3} \\ \hline - \frac{ac^3}{b^3} \\ \hline \end{array}$$

Det er klart, at man kan fortsætte denne Division,
saa længe man vil, uden nogensinde at komme til
Ende; at hvert følgende Led i Quotienten kommer
efter een Lev (naar man multiplicerer med $\frac{c}{b}$) af det
foregaaendes, at, naar man vil bryde af, der da
til



til den hvide fundne Quotient maae søges en Rest, hvis Tæller er den Rest, hvorved man blev staaende, og Nævneren er Divisor.

III. Om at uddrage Kvadratroden.

§. 92.

Productet af to lige store Factorer kaldede vi Kvadratet af den enkelte Factor. Saaledes er $a^2 = aa$ Kvadratet af a , og i Tisre $2^2 = 2 \cdot 2 = 4$ Kvadratet af 2. Og paa denne Maade finder man let Kvadratet af ethvert Tal, naar man multiplicerer det med sig selv. Omvendt kunde et Tal, f. E. 64, være givet, og man skulde finde det Tal, som, multipliceret med sig selv, udbringer det givne. Det Tal, som udretter dette, kalder man det givne Tals Kvadratrod. Tegnet, at denne Operation skal foretages, er dette $\sqrt{\quad}$, og man seer nu let, hvad de Udtryk $\sqrt{9}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{a^2}$, $\sqrt{a}$ ville sige.

§. 93.

Efter §. 82. 2. var $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, det er, fordi dette er en ganske almindelig Læsesætning, Kvadratet af en Rod, som bestaar af 2 Dele (af et binonium) kan sammensættes af følgende Led:

- 1) Kvadratet af Rodens første Deel,
- 2) Det dobbelte Product af begge Dele, og
- 3) Kvadratet af Rodens anden Deel.

Nu



Men kan man ansee ethvert Tal af 2 Cifre som et binomium. Saaledes er $78 = 70 + 8$
 $78^2 = (70 + 8)^2 = 70^2 + 2 \cdot 70 \cdot 8 + 8^2$ d. e.
 $78^2 = 4900 + 1120 + 64 = 6084$; et Tal, som man og finder ligesaa ved den sædvanlige Multiplication.

§. 94.

Sammenligner man saadant et besynderligt Tilfælde med det almindelige Udtryk for Quadrattet af en Rod af to Dele, saa vil en Regel her ved lade sig udlede, hvorledes i Almindelighed denne Rod, og det strax decadist tegnet, kan findes til det givne Quadrat af et Tal af 2 Cifre. Det første Led a^2 giver Rodens første Deel a ; og ligeledes giver det første Led af Taludtrykket 4900 Roden 70. Drager man a^2 og 4900 fra deres tilhørende Hele, saa bliver $2ab + b^2$ og 1120 + 64 tilovers, hvoraf Rodens anden Deel i begge maae vise sig. I første Fald vide vi, den er b .

Nu er $\frac{2ab + b^2}{b} = 2a + b$, og $2ab + b^2 = (2a + b) \cdot b$. I andet Fald maae vel her forudsættes, vi vide endnu ikke denne Rodens anden Deel. Men formedelsst Formlens Almindelighed maatte dog 1120 + 64 lade sig opløse i Factorer som $(2a + b)b$. Af det fundne 70 lader sig nu gøre $2 \cdot 70 = 140$, som 2 af a . Og ligesom $\frac{2ab}{2a}$ giver Quotienten b , saa maae ogsaa



$\frac{1120}{140}$ give den anden Deel, nemlig 8. Man har altsaa, ligesom i det almindelige $2a + b$, her $140 + 8$. Og da $(2a + b) \cdot b = 2ab + b^2$, saa bliver ogsaa $(140 + 8) \cdot 8 = 1120 + 64$, som nødvendigt er, naar $4900 + 1120 + 64$ ere Kvadrattallets Led, formede efter den binomiske Løsesætning. Man kan nu sætte Schemata saaledes:

a^2	$+2ab+b^2$	$a+b$	4900	$+1120+64$	$70+8$
a^2			4900		
○	$2ab+b^2$				
	$((2a)+b)$				
	$2ab+b^2$				
	○				○
	$2ab+b^2$				
	$((140)+8)$				
	$2ab+b^2$				

§. 95.

Men endsskiønt Kvadratets Led ved den decadisse Addition vare tilforn samlede i een Sum, eller det givne Tal, hvis Kvadratrod man skal søge, var et enkelt decadiff Udtryk, saa kan man dog her anbringe den af den almindelige Regnekunst udledede Udvikling. Man kan dog altid anse ethvert Kvadrat, som om det var fremkommet saaledes som i følgende Exempler.

$A \quad 78^2 = (70 + 8)^2$ $70^2 = 4900$ $2 \cdot 70 \cdot 8 = 1120$ $8^2 = 64$ $78^2 = 6084$	$B \quad 99^2 = (90 + 9)^2$ $90^2 = 8100$ $2 \cdot 90 \cdot 9 = 1620$ $9^2 = 81$ $99^2 = 9801$
---	---

Giver



Bløet man Agt paa disse Exempler, saa seer man, at man kan undgaae at Prive Nullerne i de enkelte Led, da de ikke forandre Summen, men at altid det ringeste virkelige Eifer af den første Deels eller Tiernes Kvadrat kommer til at staae paa det 3die Sted fra høiere til venstre Haand, det dobbelte Products ringeste Eifer paa det andet, og Kvadratets af anden Deel eller af Eeneren paa det første Sted. Almindeligheden deraf begriber man lettelig.

Man kunne vel de virkelige Eifre i de enkelte Led for sig betragtede endnu have større eller mindre Værdier end i A. Men da ingen Tier eller Eener kan have et større Kvadrat end i B, der heller ikke gives noget større dobbelt Product af en Tier med en Eener end i samme Exempel, saa kan man heraf slutte, til hvilke Steder disse Værdiers virkelige Eifre ved en Rod af to Dele i Almindelighed kunne række, og at saadant et Kvadrat i Almindelighed ikkun kan have 4 Eifre. Men mindre end 3 Eifre kan heller ikke Kvadratet af et Binomium have, da allerede 10^2 er $\equiv 100$, og bestaaer af 3 Eifre.

§. 96.

Roden af 4900 eller 8100 veed man, naar man veed den af 49 og 81 som de virkelige Eifre. Vel ere ikke alle Tal af det Slags, ligesom disse, Kvadrattal af hele Eenerne. De sidste har man
alle



alle i Tængangeenan. Man pleier vel ogsaa at hense-
 sette dem for sig selv i følgende Orden, som man
 kalder en Quadrattabel. Jeg vil for det følgen-
 des Skjld ogsaa tilføie Cubicallene.

Røder	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Quadrater	1	4	9	16	25	36	49	64	81
Cubi	1	8	27	64	125	216	343	512	729

§. 97.

Vi ville nu fremsætte et Schema til Bereg-
 ningen, som det grunder sig paa det hidtil sagte,
 og tilføie Forklaringen:

$$\begin{array}{r}
 A \quad (a+b)^2 \\
 78^2 = (70+8)^2 \\
 a^2 = 70^2 = 49 \mid 00 \\
 2ab = 2 \cdot 70 \cdot 8 = 11 \mid 20 \\
 b^2 = 8^2 = 64 \\
 \hline
 78^2 = 60 \mid 84 \mid 70 = a \\
 a^2 = 49 \mid 8 = b \\
 2ab + b^2 = 11 \mid 84 \mid 78 = a + b \\
 ((2a) + b) = ((14)8) \\
 2ab + b^2 = 11 \mid 84 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 B \quad (a+b)^2 \\
 99^2 = (90+9)^2 \\
 90^2 = 81 \mid 00 \\
 2 \cdot 90 \cdot 9 = 16 \mid 20 \\
 9^2 = 81 \\
 \hline
 99^2 = 98 \mid 01 \mid 90 = a \\
 a^2 = 81 \mid 9 = b \\
 2ab + b^2 = 17 \mid 01 \mid 99 = a + b \\
 ((2a) + b) = ((18)9) \\
 2ab + b^2 = 17 \mid 01 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

Naar



Naar man nemlig i Exemplet affører ved en Verticalstreg 2 Cifre fra den høire til den venstre Haand, saa maae nu Quadrattet af Tierens virkelige Cifer ligge ganske i de paa venstre Haand tilbageblevne Cifre. Og da i B, hvor $2ab$ har den høieste muelige Værdie, ikke komme mere end 17 til disse Cifre, og dog $81 + 17 = 98$ er $< (9 + 1)^2$, saa har man ikkun det næst ringere Quadrat at afdrage fra den Klasse paa venstre Haand, for at faae en Rest, som nu er lige stor med $2ab + b^2$. Naar man nu tager Roden af den første Deel eller a dobbelt, og ordner det som Divisor under det Sted, hvori det ringeste Cifer af $2ab$ har Indflydelse, saa finder man derved den anden Deel af Roden. Man sætter den til Divisoren ($2a$) og faaer ($2a$) $+ b$. Dette, multipliceret med b eller den anden Deel, maae give $2ab + b^2$, og altsaa, naar som her altid forudsættes, det givne Tal er et fuldstændigt Quadrat, ingen Rest give, naar det fradrages, til Beviis, at man ogsaa rigtig har fundet den anden Deel af Roden.

Saaledes retfærdiggjøres herved allerede den sædvanlige Regel: 1) Man deler det givne Tal fra den høire til den venstre Side i Classer af 2 Cifre (den sidste kan dog ogsaa faae ikkun eet); 2) drager det lige store eller næst mindre Quadrat fra den første Klasse paa venstre Haand, og skriver Roden, ligesom i Divisionen, ved Siden af det givne Tal. 3) Det dobbelte af denne Rod skriver man under



Paa samme Maade vil man kunne forholde sig ved Quadrattet af en Rod af fire, fem, o. s. f. Dele. Thi f. E. $(a + b + c + d)^2 = ((a + b + c) + d)^2 = a^2 + 2ab + b^2 + 2(a + b)c + c^2 + 2(a + b + c)d + d^2$. Og det er aabensbart, at man, for at finde den 3die, 4de o. s. f. Deel af Roden, kun altid behøver at tage det dobbelte af det, man allerede har fundet af Roden, til Divisor, og at forholde sig dermed som §. 97.

Lader man i Formlen $a^2 + 2ab + b^2$ Bogstavet a altid betyde det allerede ved forrige Klasse fundne, men b den Deel af Roden, som man søger ved den Klasse, hvorved man just har at gjøre, saa behøves der ingen videre Forskrift end denne korte Formel, for i ethvert Tilfælde rigtig at finde Quadratroden. Jeg vil give to Exempler, som kunne vise dette.

$$\begin{array}{r}
 643^2 = (600 + 40 + 3)^2 \\
 \begin{array}{r|l|l}
 a^2 = 36 & 00 & 00 \\
 2ab = 4 & 80 & 00 \\
 b^2 = & 16 & 00 \\
 2(a+b)c = & 38 & 40 \\
 c^2 = & & 9
 \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{r|l|l|l}
 & 41 & 34 & 49 \\
 a^2 = 36 & & & \\
 \hline
 & 5 & 34 & \\
 (2a) + b = (1 & 2) & 4 & \\
 2ab + b^2 = 4 & 9 & 6 & \\
 \hline
 & & 38 & 49 \\
 2(a+b) + c = & (12 & 8) & 3 \\
 2(a+b)c + c^2 = & 38 & 49 & \\
 \hline
 & & 0 &
 \end{array}
 \end{array}$$



$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 ab \\
 \wedge \\
 ab \\
 \wedge \dots \\
 ab \dots
 \end{array} \\
 \begin{array}{r}
 a^2 = 14 \overline{) 39} \quad 44 \quad 36 \overline{) 3794} \\
 \underline{9} \\
 5 \overline{) 39} \\
 \underline{(6) 7} \\
 2ab + b^2 = 4 \overline{) 69} \\
 \hline
 (2a) + b = 70 \overline{) 44} \\
 \underline{(7) 4} 9 \\
 2ab + b^2 = 67 \overline{) 41} \\
 \hline
 (2a) + b = 3 \overline{) 03} \quad 36 \\
 \underline{(7) 5} 8 \overline{) 4} \\
 2ab + b^2 = 3 \overline{) 03} \quad 36
 \end{array}
 \end{array}$$

Alt hvad der for Resten er anmærket §. 95. om Kvadratet af den decadiske Rod af to Dele, gielder ogsaa her; hvilket man seer, naar man gjør Kvadraterne af 100 og af 999, af 1000 og af 9999, o. s. v.; hvoraf da ogsaa i Almindelighed viser sig, at Antallet paa Cifrene i Rodstørrelsen er lige med Classernes Antal.

§. 99.

Ikke alle Tal ere Kvadrattal af Røder, som bestaae af hele Tal, som allerede saaes §. 96. Imidlertid kan man dog ved den hidtil viste Omgangsmaade finde Røderne saa noie, at de ikke ere en heel Eenhed forskiellige fra den egentlige Kvadratrod af den givne Størrelse. Man skal f. E. søge $\sqrt{280700}$ og $\sqrt{560}$.



$$\begin{array}{c} a \ b \\ \wedge \\ a \ b \end{array}$$

$$\text{I. } \begin{array}{r|l} 28 & 07 \\ \hline a' = 25 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 00 & 529 \end{array}$$

$$(2a) + b = \begin{array}{r|l} 3 & 07 \\ \hline (10) & 2 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 2 & 04 \end{array}$$

$$(2a) + b = \begin{array}{r|l} 1 & 03 \\ \hline (10) & 4 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 94 & 41 \end{array}$$

8 | 59

$$\text{II. } \begin{array}{r|l} 5 & 60 \\ \hline a' = 4 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 23 & \end{array}$$

$$(2a) + b = \begin{array}{r|l} 1 & 60 \\ \hline (4) & 3 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 12 & 9 \end{array}$$

Rest 31

I disse Exempler er nu 529 den nsigtige Rod af 280700 — 859 d. e. af 279841, og 23 af 560 = 31 d. e. af 529. Men 530³ vilde allerede være 280900 og 24² > 560.

Anmærkn. Det første Qvadrattal er Resultatet af det Spørgsmaal: hvor stor maatte Fronten af en Leir være for 66 Batailloner og 40 Eskadroner, naar en Bataillon behøvede 3350 $\square$ roder, 1 Eskadron 1490 $\square$ roder Plads, og Leiren skal anlægges i en Firkant. Her vilde det vel ikke komme an paa nogle Rod meer eller mindre. Men naar f. E. Havepladser af 1 Tønde Land geometrisk Maal = 14000 $\square$ alen, eller 560 $\square$ roder skal anvises Huusmænd i lutter Firkanter, maatte man allerede regne nsiere, hvor til Anledningen nu følger.

§. 100.

Qvadratet af en Rod er lige stor med Tallets Qvadrat, divideret med Rodens Qvadrat.

§ 3

Ehi



$\text{Zhi } \left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} = \frac{a^2}{b^2}$. Ligeledes er Roden
 af en Brøk en Brøk, som man faaer, naar man
 gjør Tællerens Kvadratrod til Tæller, Nævnerens
 Rod til Nævner. $\text{Zhi } \sqrt{\frac{a^2}{b^2}} = \frac{a}{b}$, og $\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$.

§. 101.

Naar man nu gjør et Tal, saasom 560 mul-
 tipliceret med 100, til Tæller i en Brøk, hvis
 Nævner er 100, saasom $\frac{56000}{100}$, saa lader Qua-
 dratroden sig udbrage deraf som af en Brøk. Den
 bliver en Brøk, hvis Nævner er 10. Sætter
 man $560 = \frac{560000}{10000}$, saa fik man 100 til Næv-
 ner, efterat man havde fundet Tællerens Qua-
 dratrod, saavidt det gaaer an i hele Tal, og saa-
 ledes kan man videre i den Brøk, som forestiller
 Roden, faae 1000, 10000, o. s. v. til Nævnere.
 Herpaa og paa den Maade at skrive Decimalbrø-
 ker, grunder sig den Regel, at komme den sande
 Rod af et ufuldkomment Kvadrattal, saasom
 560, saa nær i Tiendedeelsbrøker, som man fin-
 der det fornødent. Nemlig man forskaffer sig
 ved at føie to Nuller til Resten altid igien en nye
 Classe, hvilken man behandler ligesom de forrige,
 som i de Exempler $\sqrt{560}$ og $\sqrt{2}$.



$$\begin{array}{r|l} 5 & 60 \\ 4 & \end{array} 23,66$$

$$\begin{array}{r|l} 1 & 60 \\ (4) & 3 \\ 1 & 29 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 31 & 00 \\ (4) & 66 \\ 27 & 96 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 304 & 00 \\ (47) & 26 \\ 283 & 56 \end{array}$$

$$20 \mid 44$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 1,414 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 1 & 00 \\ (2) & 4 \\ 1 & 96 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 4 & 00 \\ (2) & 81 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l|l} 1 & 19 & 00 \\ (28) & 2 & 4 \\ 1 & 12 & 96 \\ \hline & 6 & 04 \end{array}$$

F. E. En Nabning af 2 Kvadratfod maae, naar den skal være firkantet, i alle Kanter holde 1,414 Fod.

Anmærkn. Multiplicerer man de fundne Rødder med sig selv, saa finder man, at de altid desto næriere udbringe det givne Tal, jo flere Decimalcifre man har søgt.

IV. Om at udbrage Cubicroden.

§. 102.

Cubus af et Tal fremkommer, naar man endnu engang multiplicerer dets Kvadrat med Rodtallet. Thi $a^2 \cdot a = aaa = a^3$. Og Cubicroden af et Tal er det Tal, hvis Kvadrat multipliceret med Roden igien udbringer det givne Tal;



Tal; Tegnet er $\sqrt[3]{}$, og man seer nu, hvad det maae forstaaes ved de Udtryk $\sqrt[3]{a^3}$, $\sqrt[3]{b}$, $\sqrt[3]{729}$, $\sqrt[3]{14}$.

§. 103.

Naar man altsaa endnu engang multiplicerer $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ med $a+b$, saa faaer man et almindeligt Udtryk for Cubictallet af et binomium, saasom $a+b$. Regningen er denne:

$$\begin{array}{r}
 a^2 + 2ab + b^2 \\
 \quad \quad \quad a + b \\
 \hline
 + \quad a^2b + 2ab^2 + b^3 \\
 a^3 + 2a^2b + ab^2 \\
 \hline
 a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a+b)^3
 \end{array}$$

Da nu ethvert af to Cifre bestaaende Tal kan betragtes som et binomium, saa har man f. E.

$$\begin{array}{rcl}
 87^3 & = & (80+7)^3 \\
 a^3 & = & 80^3 = 512000 \\
 3a^2b & = & 3 \cdot 80^2 \cdot 7 = 134400 \\
 3ab^2 & = & 3 \cdot 80 \cdot 7^2 = 11760 \\
 b^3 & = & 7^3 = 343 \\
 \hline
 (a+b)^3 & = & 87^3 = 658503
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{rcl}
 99^3 & = & (90+9)^3 \\
 90^3 & = & 729000 \\
 3 \cdot 90^2 \cdot 9 & = & 218700 \\
 3 \cdot 90 \cdot 9^2 & = & 21870 \\
 9^3 & = & 729 \\
 \hline
 99^3 & = & 970299
 \end{array}$$

§. 104.

Vi ville nu først foretage det letteste, og af det almindelige Udtryk opsøge Roden, hvorfra det bestaaer.

a^3



dere er at giøre, seer man nu let af det fremsatte Schema.

§. 105.

Men ved den decadisfke Regning maae vi forestille os, at et givet Cubictal bestaaer af de i en Hovedsum samlede Partialled, hvoraf Cubicroden da er at sege. Jeg vil fremsætte den hele Regning, og derpaa lade Regelen følge med dens Grunde.

$$\begin{array}{r}
 a^3 = 80^3 = 512 \mid 000 \\
 3a^2b = 3 \cdot 80^2 \cdot 7 = 134 \mid 400 \\
 3ab^2 = 3 \cdot 80 \cdot 7^2 = 11 \mid 760 \\
 b^3 = 7^3 = \quad \mid 343 \quad a+b \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 658 \mid 503 \mid 80+7=87. \\
 a^3 = 512 \mid \quad \mid \\
 \hline
 146 \mid 503 \\
 (3a^2) = (19 \mid 200) \\
 3a^2b = 134 \mid 400 \\
 3ab^2 = 11 \mid 760 \\
 b^3 = \quad \mid 343 \\
 \hline
 146 \mid 503 \\
 \hline
 0
 \end{array}
 \end{array}$$

Til at uddrage Cubicroden af et givet Tal, som ikke bestaaer af flere end 6 Cifre, pleie følgende Regler at gives:

1) Man dele saadant et Tal i Classer af 3 Cifre fra den høire til den venstre Haand, da den Klasse



Classe ved venstre Haand ogsaa kan faae ifkun 2 eller 1 Cifer. Thi $9^3 = 729$ har kun endnu 3; $10^3 = 1000$ allerede 4; og $99^3 = 970299$ ikke mere end 6 Cifre. Derfor vil man, naar en Rod af to Dele ligger til Grund, altid vist faae 2 Classer, men heller ikke flere.

2) Man anseer Cifrene af den ringere Classe som Nuller, og tager af Cubictabellen S. 96 et Cubictal, som er lige med Cifrene i den høieste Classe, eller dog det næst ringere deraf. Dette er med 3 tilhængte Nuller Cubictallet af Rodens første Deel eller Tier, hvilken sidste bemærkes ved Siden som en Quotient.

Da i Exemplet S. 103. den høieste Classe i 99^3 , naagtet alt hvad der ved Additionen er kommet til af de øvrige Led's Cifre, dog kun indeholder 970, hvilket er mindre end $(9 + 1)^3$, saa behøver man ikke at frygte for, at man ved denne Omgangsmaade skulde faae for stor en Rod.

3) Denne næst mindre Cubus drager man fra det givne Tal. Resten indeholder da de tre øvrige Led, eller $3a^2b + 3ab^2 + b^3$.

Anmærkn. Man seer lettelig, at de 3 Nuller ved det Tal, som skal fradrages, ikke forandre Resten; altsaa heller ikke behøvede at skrives.

4) Man søger det 3dobbelte Kvadrat af Rodens fundne Deel ($3a^2$) og skriver det under Resten saaledes, at dets ringeste Cifer kommer til at staae under det høieste, som ved Subtractionen er nedsat



nedsat af anden Classe. Nu dividerer man som sædvanlig Resten med det 3dobbelte Kvadrat, og anmærker Quotienten som Rodens anden Deel (b), her Ceneren, ved Siden af den, og multiplicerer Divisor ($3 a^2$) med samme. Productet ($3 a^2 b$) skrives under ligesom Divisor, men fradrages endnu ikke strax, men

5) Soges først Productet af den 3dobbelte første Deel af Roden i Quotientens Kvadrat (b^3), og sættes saaledes under det forrige, at dets ringeste virkelige Cifer kommer et Tal længer hen til høire Side. Nu gøres

6) Cubus af den anden Deel eller Quotient ($a^2 b$) og skrives atter saaledes under det forrige, at det ringeste Cifer rykkes ud til høire Side.

7) Tages Summen af de 3 paa saadan Maade fundne Led ($3 a^2 b + 3 a b^2 + b^3$) og drages fra den forrige Rest, hvilket nu ikke vil lade noget blive tilbage.

Af den almindelige Betragtning i forrige §. saaes, at $3 a^2 b$ først maatte divideres med $3 a^2$, eller med de virkelige Cifre i disse to Størrelser. Men nu strække de virkelige Cifre af $3 a^2 b$ sig ikkun til det første Cifer af anden Classe. At Producterne maae skrives, som her er sagt, seer man tydelig, naar de Nuller skrives med, som komme af de ved Factorerne egentlig hængende Nuller. Men Regelen maatte gives, blot fordi man for Kortheds Skyld pleier at udelade Nullerne.

Egent-



Egentlig burde, efterat b var fundet, den hele Divisor §. 104. $3a^2 + 3ab + b^2$ først være completeret. Men multipliceret med b giver den $3a^2b + 3ab^2 + b^3$, hvorpaa det ved Subtractionen dog kun egentlig ankommer.

Anmærkn. Da gemeenlig mange af de høieste Cifre af Producterne $3ab^2$ og b^3 ere adderede til de Cifre af Resten, hvori der først divideres med $3a^2$, saa kan man ved den første Prøve have taget b for stor. Der er intet andet Raad, end at tage det 1 mindre, og at igientage Regningen.

§. 106.

Da $(a + b + c)^3 = ((a + b) + c)^3 = (a + b)^3 + 3(a + b)^2c + 3(a + b)c^2 + c^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 + 3(a + b)^2c + 3(a + b)c^2 + c^3$, saa lader sig ved et Tal, der har en Rod af 3 Dele, naar a og b efter Reglerne i forrige §. ere fundne for de to første Classer, ogsaa c søge derved, at man dividerer Resten med $3(a + b)^2$. Ligeledes vilde man finde Rodens fjerde Deel, om den har saa mange, derved, at man ved den 4de Klasse paa høire Haand dividerede med det 3dobbelte Quadrant af de allerede fundne 3 Dele, o. s. v.

Alt dette udrettes ved det enkelte Udtryk $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$, naar man betragter a og b ligesom ovenfor ved Quadratrodens Udtagning. §. 98.

At Antallet paa Classerne og Rodens Dele maae være lige, derom overttyder man sig, naar man



er andet end en Brøk, hvis Tæller er Cubicroden af den givne Brøks Tæller, og hvis Nævner er Cubicroden af den givne Brøks Nævner.

Heraf følger for saadanne Tal, hvis Cubicrod man ikke nøie kan finde i hele Tal, en ligesaa-
dan Regel som ved Quadrattallene, at nærme sig til den sande cubiske Rod i Decimaldele. Næm-
lig: Man skaffer sig, ved at tilføie tre og tre Nul-
ler, nye Classer, hvilke man behandler som de for-
rige. De fundne Tal ere da Tiendedele, Hund-
dredele, o. s. v. F. E. $\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{\frac{1000}{1000}} =$

$\sqrt[3]{\frac{1000000}{1000000}}$. Exemplet lader sig saaledes beregne;

3	1,442	
1		
2	000	
(3)		
1	2	
	48	
	64	
1	744	
	256	000
	(58)	8)
	235	2
	6	72
		64
	241	984
	14	016
	(6	220
	12	441
		17
		28
		8
	12	458
		888
	Rest 0,001	557
		112



§. 108.

Opg. At uddrage Kvadrat- og Cubicrodderne af Tiendedeelsbrøker, eller af Tal, hvorved der hænge Decimalbrøker.

Opløsn. Naar Tallet 2 gaaer op i Antallet af Cifrene, ifald Kvadratroden søges, men hvis Cubicroden forlanges, Tallet 3 gaaer op i Antallet af Decimalcifrene, saa er intet videre at lagttage, end at den første Klasse, som bestaaer af Decimalcifre, giver i Roden Tiendedele, den anden Hundredebele. Men gaaer saadan en Division med 2 og 3 ikke op, saa tilhænges saa mange Nuller, indtil det gaaer an. Thi herved forstørres ikke et Decimaludtryk. §. 50.

Till. I. Saaledes er $\sqrt{43.4} = \sqrt{43.40}$, og $\sqrt[3]{67,3201} = \sqrt[3]{67,320100}$; hvorved da strax Cifrenes Værdie i den fundne Rod bestemmes, hvilken ellers vilde være tvivlsom, eller maatte søges ved Omsvøb. Sagen følger aldeles af Decimalbrøkernes Natur. F. E. $\sqrt[3]{78,392} = \sqrt[3]{\frac{78932}{1000}}$
 $= \sqrt[3]{78932} : \sqrt[3]{1000} = \frac{\sqrt[3]{78932}}{10}$, o. d. l.

§. 109.

Herved lader sig ogsaa vise, hvorledes Kvadrat- og Cubictabellerne, hvoraf der forekomme i Wolfs trigonometriske Tabeller, og i Lamberts Zusätze, fuldstændigere hos Rudolph og Büchner, tiene



tiene til at afforte Qvadrat-, og Cubicregning. Naar f. E. Tabellerne naae indtil de første 1000 Tal, saa kan man deraf paa eengang finde Rodens første 3 Dele. Nemlig man tager af Tabellerne det Qvadrat- eller Cubictal, som er det næst mindre til det, som Cifrene i de 3 høieste Classer af det givne for sig betragtet tilkiendegive. Efterat man har fradraget det, og anmærket Roden af Tabellerne paa behørig Sted, saa regner man videre som sædvanlig. Dette gaaer ogsaa an ved Decimaludtryk, naar man behørig har indrettet dem §. 108. og først ved Sammenligning med Tallene i Tabellen betragter dem som hele Tal, og ikkun i den fundne Rod regner et Decimalcifer i Roden for hver Decimalclassse i det givne Tal. Have de givne Tal ikke 3 Classer, saa tilføier man det tilbørlige Antal Nuller, hvilke man, om der endog endnu ingen Decimalcifre ere, betragter som saadanne i at betegne Rodens Cifre, f. E. §. 99. var

$$\begin{array}{r} \text{Næst min-} \quad \sqrt{28|07|00} \quad 529,8 \\ \text{dre Qvadrat} = \quad 27|98|41 \\ \hline \quad \quad \quad 85900 \\ \quad \quad \quad 1058 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{180,00} \quad 13,4 \\ 179,56 \\ \hline 44 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} \text{Ligeledes §. 106. } \sqrt[3]{189|712|900|936|5746} \\ \text{Næst mind. Cub.} = 189|119|224| \end{array}$$

593676936

(988428)

5930568

61992

216

593676936

0

$$\begin{array}{r} \sqrt[3]{67,320100|4,06} \\ 66,923416| \end{array}$$

396684

$$\begin{array}{r} \text{og i §. 107. } \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{3,000000|1,442} \\ \text{næst mindre Cubus} = 2985984| \end{array}$$

14016000

(62208)

Anmærkn. 1. Følgende Exempler kunne tiene til Øvelse:
 200 Edr. Korn skulle indeholdes i et cubisk Rum. En
 dansk Korntønde et 144 Potter, og 32 Potter fylde
 een Cubic Fod, eller Tønden er $= 4\frac{1}{2}$ Cubic Fod,
 efter Forordn. af 10 Januari 1698, hvor dybt maae
 Rummet være? Svar: 9, 65 Cub. Fod. Dersom
 100000 Stkr. Species Ducater smelttes i en Cubus,
 hvor stor bliver dens Side? En Cub. Fod smeltet
 Ducatguld veier 1191, 2278 K , og 67 Ducater ud-
 gjøre 1 Mark eller $\frac{1}{2}$ K .

Anmærkn. 2. For de første 100 Tal har Hr. Lam-
 bert i sine Zusätze Tab. 41. beregnet Quadratræ-
 derne



derne indtil ti Milliondele. Dette er af Hr. Prof. Wihl ikke alene fortsat indtil Tallet 1000, men han har ogsaa ligeledes beregnet Cubicrøderne af de første 1000 Tal. De ere indrykkede i Schulzes Tabeller.

V. Om Potentser og Digniteter og deres Forandringer.

§. 110.

I Almindelighed hedder et Product af lutter lige store Factorer en Potents eller Dignitet af den enkelte Factor, hvorom allerede ovenfor §. 79. er talet, hvilket her maae igientages. Det lidet ved den høire Haand af den enkelte Factor eller Roden skrevne Tal, som viser, hvor mange lige store Factorers Product Potentsen skal være, eller af hvad for en Grad Potentsen er, hedder Potentsens Exponent, f. E. $a^5 = aaaaa$. Ligeledes betynder a^n den n de Potents af a , eller et Product af n lige store Factorer, som alle ere $= a$. Ligesom der nu kunne foresfalde Quadrats og Cubicrøder at søge, saaledes kunne ogsaa Røder af høiere Potentser forlanges. Man betiener sig, for at tilkiendegive dette, af det sædvanlige Rodtegn, hvori man skriver et lidet Tal, som viser, af hvad for en Grad man søger Roden. Saaledes viser $\sqrt[4]{625}$, at man søger et Tal, som sat fire gange som enkelt Factor, ved Multiplication udbringer Tallet 625, $\sqrt[7]{a}$ betynder een af 7 lige store



store Factorer, som multiplicerede med hinanden give Størrelsen a . Man seer vel, hvad $\sqrt[n]{a}$ nu skal forestille.

Deraf følger strax, at $\sqrt[n]{a}$ forhøiet til den n de Potents, eller $(\sqrt[n]{a})^n = a$. Saaledes er $(\sqrt{2})^2 = 2$; $(\sqrt[4]{625})^4 = 625$ o. d. l.

§. III.

Et Products Potents er et Product af Factorernes Potentser af den forlangte Exponent. Næmlig $(ab)^n$ er et Product af n Factorer ab , d. e. af n Factorer a i n Factorer b . Derfor er $(ab)^n$

$$= a^n b^n. \text{ Omvendt er } \sqrt[n]{(a^n \cdot b^n)} = \sqrt[n]{a^n} \cdot \sqrt[n]{b^n} = ab \text{ og } \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}.$$

§. II2.

En Brøk opheier man til en Potents af en given Exponent, naar man opheier den givne Tæller og Nævner hver for sig til den forlangte Potents, og gjør Tællerens fundne Potents til Tæller, og Nævnerens Potents til Nævner i en Brøk. Saa dan en Brøk er den forlangte Potents af den givne Brøk. Thi $\left(\frac{a}{b}\right)^4$ er $= \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} =$

$$\frac{a^4}{b^4}. \text{ Altsaa i Almindelighed } \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}. \text{ Paa saas}$$



saadan Maade er nu $\left(\frac{a}{b}\right)^7 = \frac{a^7}{b^7}$; $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$; o. d. l.

Lill. Ligeledes finder man ogsaa Roden af enhver foregIVEN Potents af en Brøk, naar man dividerer Roden af denne Potents uddragen af Tælleren, med Roden af samme Potents af Nævneren. F. E.

$$\sqrt[n]{\frac{a^n}{b^n}} = \frac{\sqrt[n]{a^n}}{\sqrt[n]{b^n}} = \frac{a}{b}, \text{ og } \sqrt[3]{\frac{27}{64}} = \frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{64}} = \frac{3}{4}$$

$$\sqrt[n]{\frac{c}{d}} = \frac{\sqrt[n]{c}}{\sqrt[n]{d}}; \sqrt[4]{\frac{4}{5}} = \frac{\sqrt[4]{4}}{\sqrt[4]{5}}$$

§. II 3.

En Brøks Potents kan ikke alene altid udtrykkes i Form af en Brøk, som er klart af foregaaende §.; men Potentsen af en sand Brøk af enhver Grad maae ogsaa altid være en sand Brøk.

Bev. Om egentlige Brøker er denne Paa-stand let at indsee. Thi da $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$, saa maae a^n være $\leq b^n$, fordi a er $\leq b$; selgelig er $\frac{a^n}{b^n}$ en egentlig Brøk. Er $\frac{a}{b}$ en uegentlig Brøk, saa er den enten bragt til sit mindste Udtryk eller ikke.



ikke. Da den i begge Tilfælde dog har eens Værd, saa vil man altid kunne forestille sig Brøken, som om den var bragt til de mindste Tal. Dens Tæller og Nævner maae selgelig være ulige store Primita, eller Producter af ulige store Primita. Lad

$$\text{altsaa være } \frac{a}{b} = \frac{c. d. e. \text{ — — — } h}{\gamma. \delta. \varepsilon. \text{ — — — } \eta}; \text{ hvor}$$

Bogstavfactorerne betyde ulige store Primita, saa er

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{c. c. d. d. e. e. \text{ — — } h. h.}{\gamma. \gamma. \delta. \delta. \varepsilon. \varepsilon. \text{ — — } \eta. \eta.} \quad \text{Ligeledes}$$

vilde ved Cubus enhver enkelt Factor i Tæller og Nævner forekomme 3 gange, ved den n de Potents n gange. Altsaa vilde, ved ingen Potents af $\frac{a}{b}$

endog kun nogle, langt mindre alle Nævnerens Factorer, lade sig ophæbe imod lige store Factorer

i Tælleren. Selgelig kan $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ aldrig

være et heelt Tal, og der maae meget mere, fordi $a^n > b^n$, opkomme uegentlige Brøker igiennem alle Potentser.

Till. 1. Potentserne af egentlige Brøker vilde fra Grad til Grad aftage, af uegentlige tiltage, saaledes er $\left(\frac{1}{2}\right)^3 < \left(\frac{1}{2}\right)^2 < \frac{1}{2}$; $\left(\frac{4}{3}\right)^3 > \left(\frac{4}{3}\right)^2 > \frac{4}{3}$.

Till. 2. Naar derfor Potentserne ingen hele Tal ere, saa ere Rødderne det heller ikke; thi dersom $\frac{a}{b}$ skulde være en sand Brøk, og $\sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ et heelt Tal,

saa



saa maatte $\left(\sqrt[n]{\frac{a}{b}}\right)^n = \frac{a}{b}$ ogsaa være et heelt Tal, tværtimod Forudsættelsen.

§. 114.

Derfom Roden af et heelt Tal er større end et vist heelt Tal x , og mindre end $x + 1$, saa gives der ingen egentlig Brøk, der tilsammen tagen med x , nøie udtrykker Roden. §. E. Roden af enhver Potents af 3 er mindre end 2 og større end 1. Gaves der nu en Brøk, som lagt til 1 nøie angav den forlangte Rod, saa vilde den dog tagen samlet med 1 udgiøre en uegentlig Brøk; følgelig kunde den n de Potents af denne uegentlige Brøk ikke være et heelt Tal, altsaa heller ikke 3.

§. 113. I det høieste kan man derfor angive Methodeder, hvorved man i saadanne Tilfælde kommer Rodens sande Værd saa nær, at Feilen efter Uafstændighederne bliver umærkelig eller ubetydelig; saadan en Methode var det, naar man, ved at ud-
drage Røderne af ufuldkomne Kvadrattal, søiede 2 eller 3 Nuller til Resten.

§. 115.

At addere Potentser og at subtrahere dem fra hinanden.

Opløsn. Naar Rodstørrelserne eller kun Exponenterne ere forskjellige, saa kan man ikke anderledes sammensætte saadanne Størrelser end



med Tegnene $+$ og $-$. F. E. til a^3 adderet b^2 er $a^3 + b^2$; a^5 til a^2 er $a^5 + a^2$. Ligeledes b^3 fra a^4 er $a^4 - b^3$; $2a^2$ fra $4a^3$ er $4a^3 - 2a^2$. Men ere Rodstørrelserne saavel som Exponenterne lige store, saa er $2a^5 + 4a^5 = 6a^5$, og $7a^2 - 3a^2 = 4a^2$.

§. 116.

At multiplicere og dividere Potentser med hinanden.

Opløsning. Naar Rodstørrelserne ere ulige store, saa lader Multiplicationen og Divisionen sig ikkun tilkiendegive ved Tegn, f. E. a^3 multipliceret med b^2 er $a^3 b^2$, og $a^n : b^m = \frac{a^n}{b^m}$. Ere

Rodstørrelserne lige store, saa mærker man

1) Multiplicationsregelen: Man beholder Rodstørrelsen, og giver den en Exponent, som er Summen af Factorernes Exponenter. F. E. $a^3 \cdot a^2 = a^5$; thi $a^3 \cdot a^2 = a a a \cdot a a = a^5$.

Divisionsregelen: Man beholder Rodstørrelsen, men giver den en Exponent, som fremkommer, naar man fra Dividendi Exponent subtraherer Divisors Exponent. F. E. $a^5 : a^2 = a^3$; thi $a^5 : a^2 = \frac{a a a a a}{a a} = a a a = a^{5-2} = a^3$.

Naar Exponenterne ere almindelige Tegn, som m og n , saa maae $a^m \cdot a^n$ være $= a^{m+n}$, og $a^m : a^n = a^{m-n}$, hvilke Udtryk nu afgive almindelige



Uindellige Regler for Multiplicationen og Divisionen.

Anmærkn. Stodte man $2^{12} = 4096$, saa giver een Multiplication $2^{24} = 2^{12} \cdot 2^{12} = 4096 \cdot 4096$. Saaledes er $4^2 \cdot 4^2 \cdot 4^2 \cdot 4^2 = 4^{16}$, hvoraf man begriber, hvorledes det sagte giver Afkortninger, til at finde hve Potentser af Tal.

§. 117.

Da nu $x^3 : x^2 = x^{3-2} = x^1$ og ligeledes $x^3 : x^2 = \frac{x \cdot x \cdot x}{x \cdot x} = x$, saa er $x^1 = x$, d. e. enhver Størrelse er den første Potents af sig selv. En Sætning, som maae mærkes, fordi man i det følgende ofte har Aarsag til, at sætte eet af disse Udtryk for det andet.

§. 118.

En Potents, hvis Exponent er 0 er altid 1.

Bev. $x^1 : x^1 = x^{1-1} = x^0$

$x^1 : x^1 = x : x = 1$. Følgeliger $x^0 = 1$.

Dette er altid sandt, x maae være hvad for en Størrelse det vil. Saaledes er $a^0 = 1$; $b^0 = 1$; $2^0 = 1$; $1000000^0 = 1$. Det er ogsaa ligesgieldende Udtryk $1 = \frac{x}{x} = x^0$, og $\frac{x}{x} = b^0 = \frac{1}{b} = 10^0$ o. s. v.

§. 119.

Naar Divisors Exponent er større end Dividendi, saa bliver Quotientens Exponent negativ.



ikke. Da den i begge Tilfælde dog har eens Værd, saa vil man altid kunne forestille sig Brøken, som om den var bragt til de mindste Tal. Dens Tæller og Nævner maae selvgelig være ulige store Primita, eller Producter af ulige store Primita. Lad

$$\text{altsaa være } \frac{a}{b} = \frac{c. d. e. \text{ — — — } h}{\gamma. \delta. \epsilon. \text{ — — — } \eta}; \text{ hvor}$$

Bogstavfactorerne betyde ulige store Primita, saa er

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{x. c. d. d. e. e. \text{ — — } h. h.}{\gamma. \gamma. \delta. \delta. \epsilon. \epsilon. \text{ — — } \eta. \eta.} \quad \text{Ligeledes}$$

vilde ved Cubus enhver enkelt Factor i Tæller og Nævner forekomme 3 gange, ved den n de Potents n gange. Altsaa vilde, ved ingen Potents af $\frac{a}{b}$

endog kun nogle, langt mindre alle Nævnerens Factorer, lade sig ophæbe imod lige store Factorer

i Tælleren. Selvgelig kan $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ aldrig

være et heelt Tal, og der maae meget mere, fordi $a^n > b^n$, opkomme uegentlige Brøker igiennem alle Potentser.

Till. 1. Potentserne af egentlige Brøker vilde fra Grad til Grad aftage, af uegentlige tiltage, saaledes er $\left(\frac{1}{2}\right)^3 < \left(\frac{1}{2}\right)^2 < \frac{1}{2}$; $\left(\frac{4}{3}\right)^3 > \left(\frac{4}{3}\right)^2 > \frac{4}{3}$.

Till. 2. Naar derfor Potentserne ingen hele Tal ere, saa ere Rødderne det heller ikke; thi dersom $\frac{a}{b}$ skulde være en sand Brøk, og $\sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ et heelt Tal,

saa



saa maatte $\left(\sqrt[n]{\frac{a}{b}}\right)^n = \frac{a}{b}$ ogsaa være et heelt Tal, tværtimod Forudsættelsen.

§. 114.

Derfom Roden af et heelt Tal er større end et vist heelt Tal x , og mindre end $x + 1$, saa gives der ingen egentlig Brøk, der tilsammen tagen med x , nøie udtrykker Roden. F. E. Roden af enhver Potents af 3 er mindre end 2 og større end 1. Gaves der nu en Brøk, som lagt til 1 nøie angav den forlangte Rod, saa vilde den dog tagen samlet med 1 udgiøre en uegentlig Brøk; følgelig kunde den n de Potents af denne uegentlige Brøk ikke være et heelt Tal, altsaa heller ikke 3.

§. 113. I det høieste kan man derfor angive Methodes, hvorved man i saadanne Tilfælde kommer Rodens sande Værd saa nær, at Feilen efter Omstændighederne bliver umærkelig eller ubetydelig; saadan en Methode var det, naar man, ved at ud-
drage Roderne af ufuldkomne Kvadrattal, søiede 2 eller 3 Nuller til Resten.

§. 115.

At addere Potentser og at subtrahere dem fra hinanden.

Oplosn. Naar Rodstørrelserne eller kun Exponenterne ere forskjellige, saa kan man ikke anderledes sammensætte saadanne Størrelser end



med Tegnene $+$ og $-$. F. E. til a^3 adderet b^2 er $a^3 + b^2$; a^5 til a^2 er $a^5 + a^2$. Ligeledes b^3 fra a^4 er $a^4 - b^3$; $2a^2$ fra $4a^3$ er $4a^3 - 2a^2$. Men ere Rodstørrelserne saavel som Exponenterne lige store, saa er $2a^5 + 4a^5 = 6a^5$, og $7a^5 - 3a^5 = 4a^5$.

§. 116.

At multiplicere og dividere Potentser med hinanden.

Oplosn. Naar Rodstørrelserne ere ulige store, saa lader Multiplicationen og Divisionen sig ikkun tilkiendegive ved Tegn, f. E. a^3 multipliceret med b^2 er $a^3 b^2$, og $a^n : b^m = \frac{a^n}{b^m}$. Ere

Rodstørrelserne lige store, saa mærker man

1) Multiplicationsregelen: Man beholder Rodstørrelsen, og giver den en Exponent, som er Summen af Factorernes Exponenter. F. E. $a^3 \cdot a^2 = a^5$; thi $a^3 \cdot a^2 = a a a \cdot a a = a^5$.

Divisionsregelen: Man beholder Rodstørrelsen, men giver den en Exponent, som fremkommer, naar man fra Dividendi Exponent subtraherer Divisors Exponent. F. E. $a^5 : a^2 = a^3$; thi $a^5 : a^2 = \frac{a a a a a}{a a} = a a a = a^5 - 2 = a^3$.

Naar Exponenterne ere almindelige Tegn, som m og n , saa maae $a^m \cdot a^n$ være $= a^{m+n}$, og $a^m : a^n = a^{m-n}$, hvilke Udtryk nu afgive almindel-



mindelige Regler for Multiplicationen og Divisionen.

Anmærkn. Vilde man $2^{12} = 4096$, saa giver een Multiplication $2^{24} = 2^{12} \cdot 2^{12} = 4096 \cdot 4096$. Saaledes er $4^2 \cdot 4^2 \cdot 4^2 \cdot 4^2 = 4^{16}$, hvoraf man begriber, hvorledes det sagte giver Afkortninger, til at finde høie Potentser af Tal.

§. 117.

Da nu $x^3 : x^2 = x^{3-2} = x^1$ og ligeledes $x^3 : x^2 = \frac{x \cdot x \cdot x}{x \cdot x} = x$, saa er $x^1 = x$, d. e. enhver Størrelse er den første Potents af sig selv. En Sætning, som maae mærkes, fordi man i det følgende ofte har Aarsag til, at sætte eet af disse Udtryk for det andet.

§. 118.

En Potents, hvis Exponent er 0 er altid 1.

Bev. $x^1 : x^1 = x^{1-1} = x^0$

$x^1 : x^1 = x : x = 1$. Følgeliger $x^0 = 1$.

Dette er altid sandt, x maae være hvad for en Størrelse det vil. Saaledes er $a^0 = 1$; $b^0 = 1$; $2^0 = 1$; $1000000^0 = 1$. Det er ogsaa ligegyldende Udtryk $1 = \frac{x}{x} = x^0$, og $\frac{x}{x} = b^0 = \frac{1}{b} = 12^0$ o. s. v.

§. 119.

Naar Divisors Exponent er større end Dividendi, saa bliver Quotientens Exponent negativ.



Efti $x^3 : x^2 = x^1$; $x^3 : x^3 = x^0$; $x^3 : x^4 = x^{-1}$; $x^3 : x^5 = x^{-2}$, o. s. f.

En Potens, som har en negativ Exponent, er lige stor med en Brøk, hvis Tæller er 1, og hvis Nævner er en Potens med den samme Exponent, men positiv. Efti $x^3 : x^5 = x^{-2}$; men $x^3 : x^5 = \frac{x^3}{x^5} = \frac{1}{x^2}$. Følgelig er $x^{-2} = \frac{1}{x^2}$.

I Almindelighed ere x^{-n} og $\frac{1}{x^n}$ ligegyldende

Udtryk, fordi $x^{-n} = x^0 - n = x^0 : x^n = \frac{x^0}{x^n} = \frac{1}{x^n}$.

Deraf seer man, hvad de Taludtryk 2^{-3} , 10^{-4} , o. d. l. egentlig betyde, eller hvorledes man kan bestemme deres Værdier efter Talregningen: nemlig $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$, og $10^{-4} = \frac{1}{10000} = 0,0001$, og $4 \cdot 10^{-4} = \frac{4}{10000} = 0,0004$.

Da nu $a^{-m} \cdot a^{-n} = \frac{1}{a^m} \cdot \frac{1}{a^n} = \frac{a^m + n}{1} =$

$a^{-(m+n)}$, og $a^{-m} : a^{-n} = \frac{1}{a^m} : \frac{1}{a^n} =$

$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} = a^{-m+n}$, saa seer man, at,

da dog virkelig $-m$ og $-n$ adderede give $-(m+n)$.



$(m + n)$ og $-n$ draget fra $-m$ giver det Udtryk $-m + n$, de almindelige Regler §. 116. ogsaa gielde her. Altsaa er $x^{-3} \cdot x^{-4} = x^{-7}$; $x^{-3} : x^{-4} = x$; $3^{-7} : 3^{-3} = 3^{-4}$, o. s. f.

§. 120.

Sammenfatte Potenser lade sig paa en ganske lignende Maade behandle. Saaledes er $a^2 x^3 \cdot ax = a^3 x^4$; thi $a^2 x^3 \cdot ax = a^2 \cdot a \cdot x^3 \cdot x = a^3 x^4$; derfor almindelig $x^n \cdot y^m \cdot xy = x^{n+1} \cdot y^{m+1}$. Ligeledes er $a^2 x^3 : ax = ax^2$, fordi $\frac{a^2 x^3}{ax} = ax^2$. Fremdeles er $x^n \cdot x^2 = x^{n+2}$, og $x^n : x^3 = x^{n-3}$, saa at disse Regler ogsaa gielde for ubestemte og for blandede Udtryk.

§. 121.

At ophøie givne Potenser til høiere Grader.

Opløsn. Man multiplicerer deres Exponenter med den forlangte Grads Exponent. F. E. $(a^3)^4 = a^{12}$. Thi $(a^3)^4 = a^3 \cdot a^3 \cdot a^3 \cdot a^3 = a^{3+3+3+3} = a^{12}$. Man seer heraf, at Exponenten i den givne Potens adderes saa ofte til sig selv, som den forlangte Grads Exponent viser, det er, den første multipliceres med den sidste, derfor er i Almindelighed $(x^m)^n = x^{mn}$.

Saaledes er ogsaa $(x^2 \cdot y^3)^3 = x^6 y^9$; i Almindelighed $(x^m y^n)^r = x^{mr} y^{nr}$. Ogsaa ved



ved negative Exponenter gielder denne Regel. F. E.
 $(x^{-2})^3 = x^{-6}$; thi $(x^{-2})^3 = x^{-2} \cdot x^{-2} \cdot x^{-2} = x^{-6}$. §. 116. Derfor almindelig $(x^{-n})^m = x^{-nm}$.

Heraf viser sig endnu en lettere Methode, end i §. 116. at finde meget høie Potenser af bestemte Tal. F. E. Der skulde paa den sidste Rude af Skakbrettet lægges, hvad der udkommer, naar der paa den første Rude lægges 1, paa den anden 2, paa den tredie 4 o. s. v. Stykker, saa kom der paa den sidste 2^{63} . Nu er $(2^2)^2 = 2^4$; $(2^4)^2 = 2^8$; $(2^8)^2 = 2^{16}$; $(2^{16})^2 = 2^{32}$; $(2^{32})^2 = 2^{64}$, og $\frac{2^{64}}{2} = 2^{63}$.

§. 122.

Opg. Af en given Potents at udbrage Roden af en given Grad.

Opløs. Den givne Potents være x^{12} ; deraf skal Roden af den 3die Potents udbrages. Man forlanger altsaa et Udtryk, der, sat 3 gange som Factor, giver ved Multiplication x^{12} ; dette maae være x med saadan en Exponent, som 3 gange tagen giver 12, følgelig er den søgte Exponent $12 : 3$

$= \frac{12}{3} = 4$; og $\sqrt[3]{x^{12}} = x^{\frac{12}{3}} = x^4$. Almindelig

er derfor $\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$. Man faaer altsaa den forlangte Rod, naar man dividerer Exponenten i den givne Potents med Roderponenten.

Bed



Ved sammensatte Størrelser er $\sqrt[n]{x^m y^r} =$
 $x^{\frac{m}{n}} y^{\frac{r}{n}}$. Derfor er ogsaa $\sqrt[n]{a^n \cdot x^m} = a \cdot x^{\frac{m}{n}}$.
 $x^{\frac{m}{n}} = a \cdot x^{\frac{m}{n}} = a \sqrt[n]{x^m}$, hvilket heder at befrie
 Størrelsen for en Deel fra Rodtegnet.

§. 123.

Da m og n kunne have enhver Værdie, saa kan det ogsaa hændes sig, at n er $> m$, eller dog n ikke gaaer op i m . Det er, man træffer paa Udtryk, hvis Exponenter ere Brøker. Man kalder dem Brøkpotentser. F. E. $\sqrt[3]{x^2} = x^{\frac{2}{3}}$. Ligeledes er ogsaa $(x^{\frac{2}{3}})^3 = x^2$, folgelig $x^{\frac{2}{3}}$ Cubic-
 roden af x^2 . Ligeledes $\sqrt[2]{x^5} = x^{\frac{5}{2}}$; $\sqrt[5]{x} = \sqrt[5]{x^1} = x^{\frac{1}{5}}$.

Disse brudne Exponenter kunne ogsaa være negative Størrelser, f. E. $\sqrt[7]{x^{-3}} = x^{-\frac{3}{7}}$.

§. 124.

Da man altsaa kan udtrykke alle Størrelser, hvorved Rodtegnet forekommer, som Potentser med brudne Exponenter, saa vilde man til Nød kunne undvære Rodtegnet. Man betiener sig ogsaa virkelig meget ofte af denne Betegnelsesmaade, især naar den overeensstemmende Oprindelsesmaade, eller den lige Behandling ved Potentser med hele Expo-



Exponenter og ved Radicalstørrelser, o. d. l. deraf skal oplyses. Imidlertid beholder man dog hel-
lere i andre Tilfælde det allerede saa bekiendte Rod-
tegn. Det betegner nu ogsaa blant andet kort og
tydelig, hvad en Brøkpotents egentlig vil sige.

Saaledes er $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$; $4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4}$; $5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$; $5^{\frac{3}{2}} = \sqrt[3]{5^3}$ = Biquadratrodten af 125.

§. 125.

Heraf lade sig nu mange Forvandlinger i Ud-
trykkene udlede. Naar Exponenterne ere uegent-
lige Brøker, saa er f. E. $a^{\frac{1}{2}} = a^{2\frac{1}{2}} = a^2 \cdot a^{\frac{1}{2}}$
 $= a^2 \sqrt{a}$; $a^{\frac{1}{3}} = a^3 \cdot a^{\frac{1}{3}} = a^3 \sqrt[3]{a}$, og $a^{\frac{1}{4}} = a^3 \sqrt[4]{a^3}$. Saaledes er $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{a^{\frac{1}{2}}} = a^{-\frac{1}{2}}$
 $= \sqrt{a^{-1}} = \sqrt{\frac{1}{a}}$, og $\frac{a^2}{\sqrt[4]{a^3}} = a \sqrt[4]{a}$; fordi
 $\frac{a^2}{\sqrt[4]{a^3}} = a^2 \cdot a^{-\frac{3}{4}} = a^{\frac{1}{4}}$, o. s. v.

§. 126.

Fordi $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ §. 117. og $\sqrt[n]{ab} = (ab)^{\frac{1}{n}}$, saa er $(ab)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{n}}$.

Fordi $\frac{a}{b} = \frac{ab}{b^2} = \frac{1}{b^2} \cdot ab$, saa er $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \sqrt[n]{\frac{1}{b^2}} \cdot \sqrt[n]{ab} = \frac{1}{b^{\frac{2}{n}}} \sqrt[n]{ab} = \frac{\sqrt[n]{ab}}{b^{\frac{2}{n}}}$. Altsaa og $\sqrt[n]{\frac{1}{b}} = \frac{1}{b^{\frac{1}{n}}}$



$$= \frac{1}{b} \sqrt{b} = \frac{\sqrt{b}}{b}. \quad \text{Lad være } \frac{a}{b} = \frac{3}{4}, \text{ saa er}$$

$$\sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{12}}{4} \text{ og dersom } \frac{a}{b} = \frac{1}{7}, \text{ saa er } \sqrt{\frac{1}{7}} = \frac{\sqrt{7}}{7}.$$

Naar Productet af en Brøks Tæller i Nævneren ikke overstiger Tallet 100, saa tiener Lamberts ovenfor §. 109. Anmærkn. 2. anførte Tabel til at finde ved en blot Division Kvadratroden af en Brøk indtil ti Milliondele. F. E. $\sqrt{\frac{35}{7}} = \frac{\sqrt{35}}{7}$. Nu er efter Tabellen $\sqrt{35} = 5,9160798$. Følgelig er $\sqrt{\frac{35}{7}} = 0,8451542$. Hr. Köhls Tabeller udfordre kun, at Productet af Tæller og Nævner ikke er større end 1000.

$$\text{Da } \frac{a}{b} = \frac{ab^2}{b^3}, \text{ saa er } \sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{ab^2}}{b}, \text{ og}$$

naar $a = 1$; $\sqrt[3]{\frac{1}{b}} = \frac{\sqrt[3]{b^2}}{b}$, hvilket giver lignende Forkortninger til at uddrage Cubicroden af Brøker, naar man bruger Hr. Köhls Tabeller.

§. 127.

Opg. At bringe Rodstørrelser under eens Benævnelse, eller at gjøre, at de samme Rodstørrelser faae eens Rod-Exponenter.

Opløsn. Der være givet $\sqrt[m]{x^n}$ og $\sqrt[r]{y^r}$,

hvilke nu kunne sættes $x^{\frac{n}{m}}$, $y^{\frac{r}{r}}$. Men $\frac{n}{m}$ og $\frac{r}{r}$ bragte



bragte til eens Benævning give $\frac{nr}{mr} = \frac{n}{m}$, og $\frac{tm}{rm}$
 $= \frac{t}{r}$. Følgelig $x^{\frac{n}{m}} = x^{\frac{nr}{mr}} = \sqrt[mr]{x^{nr}}$; $y^{\frac{t}{r}} =$
 $y^{\frac{tm}{rm}} = \sqrt[mr]{y^{tm}}$.

§. 128.

Dpg. At addere Rodstørrelser og at subtrahere dem fra hinanden.

Dpløsn. $\sqrt[m]{x^n} \pm \sqrt[r]{y^t} = x^{\frac{nr}{mr}} \pm y^{\frac{mt}{mr}}$ kan
 ikkun tilkiendegives ved Tegn. Men havde man
 $\sqrt[n]{a^m b^r} \pm \sqrt[n]{c^n b^r}$, saa var dette $a\sqrt[n]{b^r} \pm c\sqrt[n]{b^r}$
 $= (a \pm c)\sqrt[n]{b^r}$. I Tal kunne her komme me-
 get affortede Udrøst. F. Ex. $\sqrt{63} + \sqrt{28} =$
 $\sqrt{(9 \cdot 7)} + \sqrt{(4 \cdot 7)} = 3\sqrt{7} + 2\sqrt{7} = 5$
 $\sqrt{7}$; og $\sqrt{63} - \sqrt{28} = 3\sqrt{7} - 2\sqrt{7} = \sqrt{7}$.

§. 129.

Dpg. At multiplicere Rodstørrelser med hinanden.

Dpløsn. $a\sqrt[m]{b} \times c\sqrt[n]{d} = ac\sqrt[m]{b} \cdot \sqrt[n]{d}$
 $= ac b^{\frac{1}{m}} \cdot d^{\frac{1}{n}} = ac b^{\frac{n}{mn}} \cdot d^{\frac{m}{mn}} = ac \sqrt[mn]{b^n d^m}$.
 I Tal $3\sqrt[3]{7} \cdot 2\sqrt[2]{8} = 3 \cdot 2\sqrt[6]{7^2 \cdot 8^3} = 6\sqrt[6]{25088}$.
 $(\sqrt{3} +$



$$(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = \sqrt{9} - \sqrt{4} = 3 - 2 = 1.$$

§. 130.

Til at dividere to enkelte Rodstørrelser af eens Benævning med hinanden, betiener man sig af en lignende Regel, f. E. $ab\sqrt{ce} : bf\sqrt{ge} =$

$$\frac{ab\sqrt{ce}}{bf\sqrt{ge}} = \frac{ab}{bf} \cdot \sqrt{\frac{ce}{ge}} = \frac{a}{f} \sqrt{\frac{c}{g}}.$$

Anmærkn. De i dette Afsnit foredragne Lærdomme tiene nu fornemmelig til Slutningernes Afkortning i det analytiske Foredrag. Da de ligesom ere Analytiskernes hemmelige Sprog, saa maae man have nogen Øvelse deri, naar man vil læse mathematiske Skrifter uden Anstød. Naar nu Udtryk som de følgende sættes lige store, vil man i det foregaaende finde Grunden dertil:

$$x^3 \cdot x^n = x^{3+n}; x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{2}} = \sqrt[10]{x^9}; x^{\frac{1}{2}} \cdot$$

$$\sqrt[n]{x^m} = \sqrt[2m]{x^{m+2n}}; \sqrt[4]{x^{-1}} \cdot \sqrt[5]{x} = \sqrt[12]{x};$$

$$y^{\frac{3}{4}} : y^{\frac{1}{2}} = \sqrt[4]{y}; \sqrt[4]{y} : \sqrt[3]{y^{-2}} = y\sqrt[6]{y}; (z - \frac{1}{2})^6$$

$$= \sqrt[3]{z^6}; (z - \frac{1}{2})^m = \sqrt[mr]{z^{\frac{1}{2}}}; x^2 y^3 \cdot x^4 y^{\frac{1}{2}} =$$

$$x^6 \sqrt[2]{y^7}; z^3 y : z^4 y^2 = \frac{1}{zy}.$$

Andendelse paa Decimal- og Seragenal-regningen.

§. 131.

Af Decimalbrøkenes Natur følger, at Udtryk

som disse $\frac{a}{10^n}, \frac{b}{10^m}$ kunne betegne enhver Decimal-



brøf, naar a og b betyde de virkelige Cifre, hvoraf Decimalbrøfkerne bestaae, anseete som hele Tal eller Brøfens Tæller; og n og m maae være saa stort, som Antallet paa Decimalsifrene ere, som Udtrykket har, naar det skrives efter §. 50.

$$\text{Da nu } \frac{a}{10^n} = a \cdot 10^{-n}, \text{ eller } \frac{b}{10^m} = b \cdot 10^{-m}.$$

10^{-m} , saa kan man ogsaa udtrykke enhver Decimalbrøf som et heelt Tal multipliceret med en Potents af 10 med en negativ Exponent.

$$\text{Nu er } a \cdot 10^{-n} \cdot b \cdot 10^{-m} = ab \cdot$$

$$10^{-(n+m)} = \frac{ab}{10^{n+m}}, \text{ hvilket nu giver den samme}$$

Regel som §. 53. for Multiplicationen, naar man kun betænker, at der afføres saa mange Cifre i Productet, som $m+n$ angiver, hvilken Exponent er lige stor med Cifrenes Antal i Factorerne tilsammentagne.

$$\text{Fremdeles er } a \cdot 10^{-n} : b \cdot 10^{-m} = \frac{a}{b} \cdot$$

$$\frac{10^{-n}}{10^{-m}} = \frac{a}{b} \cdot 10^{-n+m}. \text{ Man sætte } \frac{a}{b} = q,$$

$$\text{saa er } \frac{a}{b} \cdot 10^{-n+m} = q \cdot 10^{-(n-m)} = \frac{q}{10^{n-m}}.$$

Det er: Man dividere de virkelige Cifre, men i Quotienten indrykkes Decimaltegnet saa mange Cifre til den venstre Side, som Tallet $n-m$, d. e. Cifrenes Antal i Dividendus mindre deres Antal

Antal i Divisor beløber sig. Var $m > n$, altsaa $n - m$ negativ, saa maae Decimaltegnet rykkes saa mange Cifre til den høire Side, det er, saa mange Nuller tilføies Quotienten. Man seer hvorledes ogsaa dette stemmer overeens med §. 53.

§. 132.

Da en Sexagesimalbrøk er saadan en Brøk,

hvis Nævner er en Potents af 60, saa er $\frac{a}{60^n} =$

$a \cdot 60^{-n}$ den almindeligste Forestilling paa saadan en Brøk. Et Tal, som bestaaer af 60 Gener, kalder man en Skof; naar man nu igientog 60 af disse Skofke, o. s. v. saa gav dette høiere Ordener. Hvad der her er under Generne, kan altsaa betegnes ved $a \cdot 60^{-n}$, hvad der hører til de høiere Ordener, ved $a \cdot 60^n$. Men kortere kan man endnu ved Tal, der sættes lige over Cifrene, tilkiendegive, med hvad for en positiv eller negativ Potents af 60 man maae forestille sig, at de ere

multipliserede. $\begin{matrix} +1 & 0 \\ \text{F. E. } 14 & = 14 \cdot 60; 13 \text{ ere} \\ -3 & \\ \text{simple Eenheder; } 45 & = 45 \cdot 60^{-3}. \end{matrix}$

§. 133.

Opg. At foretage de fire Regnemaader med Sexagesimalbrøker.

Opløsn. Addition og Subtraction kunne i alle Maader foretages som i benævnte Tal. $\begin{matrix} \text{F. E.} \\ +1 \end{matrix}$



⁺¹	⁰	⁻¹	⁻²
34	05	18	23
18	12	54	14

Summa 52 18 12 37

Forskiel 15 52 24 9

Multiplication. Man behøver kun algebræist at addere de overskrevne Tal, og at sætte denne Sum over Productet af de virkelige Cifre.

$\begin{matrix} +1 & -3 & -2 & +1 & -3 \\ \text{f. E. } 17.46 & = & 782. & \text{Epi } 17. & = & 17.60; & 46 \\ & = & 46.60^{-3}. & \text{Altsaa Productet } 17.46.60^{-2} \end{matrix}$

$= 782.60^{-2} = 782 \text{ §. } 132.$ Et Tal som her 782 maae nu fremdeles som §. 57. bringes til det

høiere Navn. Dette giver $\frac{782}{60} = 13 \frac{-1}{02}.$

Man finder blant andre i Hausens Elem. Math. p. 77 en egen Tabel, som en Engangeen, til at spare sig den sidste Division. Deri finder man f. E. $17.46 = 13 \text{ } 02.$ Den Lære om Exponenterne viser nu de ringeste Classers Værdie, o. s. v.

Saaledes kan man nu let, endog naar begge Factorer have flere Led, foretage Multiplicationen. f. E.

		⁺¹	⁰	⁻¹	⁻²
		07	+ 19	+ 03	+ 37
				08	+ 17
					⁻³
					29
		⁺¹	⁻²	⁻³	⁻⁴
		02	04	24	01
		⁻¹	⁻²		
		28	56		
⁺¹	⁰	⁻¹	⁻²	⁻³	⁻⁴
58	32	31	00	24	01
					⁻⁵
					25

Divi-



Division. For Kortheds Skyld sætter jeg her strax et Exempel.

$$\begin{array}{r}
 \overset{-2}{-} \overset{-1}{-} 1 \mid \overset{+1}{+} 1 \quad 1 \quad \overset{-1}{-} 1 \\
 16 \overline{) 33} \mid 02 \quad 03 \quad 45 \\
 \underline{32} \quad \quad \quad \\
 \quad \quad \quad \overset{-2}{-} 2 \\
 \quad \quad \quad 1 \quad 00 \\
 \quad \quad \quad \underline{48} \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \overset{-3}{-} 3 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad 12 \quad 00
 \end{array}$$

$$\text{Ehi dersom } 33. 60^{-1} : 16. 60^{-2} = \overset{+1}{+} \overset{+1}{+} \frac{33}{16} . 60 + 1.$$

Derfor er Quotienten 2 eller 02 egentlig 02. Re-

$$\overset{-1}{-} \overset{-2}{-} \overset{-2}{-} \text{sten } 1 = 1 \quad 00 = 60 = 60. 60^{-2}. \text{ Nu er } 60. 60^{-2} : 16. 60^{-2} = \frac{60}{16}.$$

$$\overset{0}{0} \overset{-2}{-} \overset{-2}{-} \overset{-3}{-} \text{tienten } 3 = 03. \text{ Resten } 12 = 12 \quad 00 = 720 \quad 720. 60^{-3}. \text{ Nu er } 720. 60^{-3} : 16. 60^{-2} =$$

$$\overset{-5}{-} \frac{720}{16} . 60^{-1} = 45. 60^{-1} = 45, \text{ hvilket ingen Rest efterlader sig.}$$

Dette maae være nok om en Regning, som bruges meest i de astronomiske Videnskaber.

VI. Om Irrationaltallene, de indbildte og umuelige Størrelser.

§. 134.

Iblant Tallene gaves der saadanne, hvis Qvadrat- og Cuberod man aldrig noie kunde finde ved

R 3

Reg-



Regning. F. E. $\sqrt{12}$; $\sqrt[3]{15}$. Det samme finder endnu oftere Sted ved Røder af høiere Potenser. F. E. naar der forlanges $\sqrt[7]{2}$, saa kan man ved ingen Regning finde noget Tal, som ophøiet til 7de Potents bliver $= 2$. I Umindelighed

kunne-i det Udtryk $\sqrt[n]{a}$ de Størrelser n og a blant alle muelige Værdier meget ofte have saadanne, at man aldrig ganske nøie kan angive Roden af den n de Potents af a . Man kalder saadanne Røder Irrationalrøder eller Irrationaltal. Det er nemlig Tal, hvis Forhold til Eenheden aldrig fuldkommen nøie lader sig angive, f. E. $\sqrt{2}$; $\sqrt{3}$. Dermed adskille de sig fra saadanne Tal, hvis Forhold til en vis bestemt Deel af Eenheden ikke nøie er at finde, endskjønt de ved en anden Inddeling af Eenheden ganske nøie lade sig angive, f. E. $\frac{3}{4}$ er et Rationaltal, men kan aldrig bringes til en Decimalbrøk, der fuldkommen nøie udtrykkede det. Smidlertid ere Irrationaltallene dog vilkelige Størrelser. Thi jeg kan ganske bestemt sige, $\sqrt{2}$ er det Tal, hvis Kvadrat er $= 2$, og ikke noget andet.

Anmærkn. Om dette sidste overtøder Geometrien os siensynlig. Naar i en retvinklet Triangel begge Katheterne ere $= 1$, saa er Hypothenusen $\sqrt{2}$ og en virkelig fuldkommen bestemt Størrelse.



§. 135.

De hidindtil beskrevne Irrationaltal ere egentlig arithmetisk irrationale. Men algebraisk irrationale ere alle saadanne i Bogstaver udtrykte Størrelser, som man, saa længe de ikke ere bragte til bestemt Tal, ikke kan befrie fra Rodtegnet eller

Brøf-Exponenten. Saaledes er $a^2 + b$, $\sqrt[3]{a^3}$ (fordi det er $= a$), $\sqrt{(a^2 - 2ab + b^2)}$ ratio-

nale i algebraisk Forstand. Men $\sqrt{a}$, a^n , $\sqrt{(a^2 + b)}$ ere irrationale i denne Forstand, i det mindste saa længe Udtrykkene blive almindelige. Thi dersom der i $\sqrt{a}$ i Stedet for a sættes det bestemte Tal 4, saa var $\sqrt{4} = 2$ rational. Men her er blevet et arithmetisk Udtryk af det algebraiske.

§. 136.

Lige Tal ere saadanne, som dividerede med 2 give et heelt Tal; ulige, hvor Divisionen med 2 giver 1 til Rest. Derfor naar n betynder ethvert heelt Tal, saa er ethvert lige Tal indbefattet under den Form $2n$, ethvert ulige under den Form $2n + 1$.

§. 137.

Naar Quadratet af et Irrationaltal er rationalt, saa ere alle lige Potentser rationale, men alle ulige irrationale.



Bes. I Udtrykket $\sqrt{a}$ betyde a et rationalt Tal, saa er $\sqrt{a} = a$ rational. Følgelig er 1) $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$ og $(a^{\frac{1}{2}})^{2n} = a^n$ rational. 2) $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$ og $(a^{\frac{1}{2}})^{2n+1} = a^n + \frac{1}{2} = a^n \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^n \cdot \sqrt{a}$ irrational. Den Sætning gielder ogsaa om arithmetiske Irrationaltal. Thi $(\sqrt{2})^2 = 2$; $(\sqrt{2})^3 = (2^{\frac{1}{2}})^3 = 2^1 + \frac{1}{2} = 2\sqrt{2}$ irrational, o. s. v.

§. 138.

Naar Kvadratroden forlanges af -9 , saa er den hverken $+3$ eller -3 , (hvilke begge give Kvadratet $+9$). Ethvert andet Tal kan endnu mindre være Kvadratroden af -9 . Hvo der altsaa vil have denne Kvadratrod angiven, han fordrer noget umueligt, og $\sqrt{-9}$ er en umuelig Størrelse. Dette Begreb kan lettelig gøres almindeligere. Enhver positiv Rod giver lutter Potenser, som ere positive Størrelser. Af enhver negativ Rod ere alle lige Potenser ogsaa positive, de ulige negative. Thi $-x \times -x = +x^2$; $+x^2 \times -x = -x^3$; $-x^3 \times -x = +x^4$; o. s. v. Derfor er det i Almindelighed umueligt, at uddrage Roden af en lige Exponent af en negativ Størrelse. Thi man tage den $+$ eller $-$, saa vil den, ophøiet til en lige Potents, dog aldrig give noget negativ. Følgelig er $\sqrt[2n]{-x}$ det almindeligste Udtryk for de umuelige Størrelser, eller en



en umuelig Størrelse er Roden af en lige Expo-
nont af en negativ Størrelse. Men Roden af en
ulige Exponent af en negativ Størrelse er slet ikke
umuelig. Thi f. E. $\sqrt[3]{-8} = -2$, fordi -2
 $\times -2 \times -2 = -8$.

VII. Ligningers, især de enkeltes, Opløsning.

§. 139.

Samme Størrelse kan ofte udtrykkes paa for-
skiellige Maader, ligesom den paa mange Maader
er sammensat, snart af disse, snart af andre Dele.
Naar man sætter to Udtryk af dette Slags hinan-
den lige store, saa har man en Ligning. F. E.
 $7 \cdot 3 = 30 - 9$. Dele af en Ligning, som uden
videre Forbindelse hænge blot sammen med Tegnene
+ og —, hede Ligningens Led, f. E. $8 \cdot 3 +$
 $\frac{7 + 11}{2} = \frac{64}{2} - \frac{21 - 9}{3} + 1 + \sqrt{16}$ bestaaer
af 6 Led. Af de i saadanne Ligninger forekom-
mende Størrelser kan een og anden være ubekendt,
endskjønt man altid af andre Grunde veed, at begge
Udtryk maatte være lige store. F. E. Der gives
en Mynt, hvoraf 4 Stykker gjøre fem 8 Skillings
Stykker. Denne Mynt skal for Kortheds Skyld
hede x , og Skillings Stykket være Eenheden, saa
er $4x = 5 \cdot 8$.

Da $x = x^1$, saa forekommer den ubekendte
Størrelse i denne Ligning i første Potens. Saa-



danne Ligninger hede enkelte, endog da, naar flere ubekiendte Størrelser blande sig ind med, dog maae de ikke i noget Led være multiplicerede med hinanden, saa længe Ligningen skal blive enkelt. Er den ubekiendte Størrelse endog kun i eet Led i en høiere Potents, saa hedet Ligningen herefter en quadratisk, cubisk, biquadratisk, og i Almindelighed en høiere Ligning.

§. 140.

Man betiener sig af de sidste Bogstaver i Alphabetet, for at betegne de ubekiendte Størrelser, af de første Bogstaver i ubestemte, af Cifre i bestemte Tilfælde, for at betegne de bekiendte Størrelser. Først om enkelte Ligninger, som indeholde ifkun een ubekiendte Størrelse, hvilken da almindelig tilkiendegives ved Bogstavet x .

§. 141.

Ved at udfinde den ubekiendte Størrelse kommer nu alting an paa, at man bringer den givne Ligning, hvori x endnu er blandet med bekiendte Størrelser, eller ved de forskjellige Regnemaader forbunden dermed, til den Form $x = A$, det er, at man veed en Maade, at indrette alting saaledes, at alle bekiendte Størrelser komme til at staae paa een Side, men den forhen ubekiendte alene befindes lige over for dem. A betynder nemlig et Udtryk, som kommer ved mange Slags Anvendelse



delse af Regnemaaderne paa de bestemte Størrelser, og er det endelige Resultat deraf. Da nu x paa denne Maade er befundet lige stor med dette Resultat, saa er det da ikke mere nogen ubekjendt Størrelse. F. E. i det bekjendte forrige Tilfælde, naar $4x = 5.8$, saa er $x = \frac{5.8}{4} = \frac{40}{4} = 10$ Skilling.

§. 142.

Denne Forretning, at bringe den ubekjendte Størrelse paa een Side, og de bekjendte paa den anden i en Forbindelse, hvori de ere lige store med den ubekjendte, kalder man Ligningernes Opøsning og Algebra i Ordets indskrænkede eller egentlige Betydning. Alting berøer næsten paa en passende Anvendelse af de almindelige Grundsætninger i den 9de §, især af den Vte, hvilken efter nogen Øvelse næsten kan foretages mechanisk. Her ere nogle Exempler:

I. $3a - x = b$ $x = x$ add. $3a = b + x$ $b = b$ subtr. $3a - b = x$ efter V.	II. $ax = b$ $\frac{ax}{a} = \frac{b}{a}$: a efter V. $x = \frac{b}{a}$
III. $\frac{x}{b} = a$ $x = ab$. b efter V.	

Regel. Den subtraherte Størrelse bringes ved Additionen, og omvendt; den multiplicerte ved Divisionen, og omvendt, paa den anden Side.

IV.



$$\text{IV. } \sqrt[n]{x} = ab \quad \text{efter §. 110.}$$

$$x = a^n b^n$$

$$\text{V. } \frac{ax}{f} + b - c = d$$

$$\frac{ax}{f} = d - b + c \text{ som No. I.}$$

$$x = \frac{f(d - b + c)}{a} \text{ som No. II og III.}$$

$$\text{VI. } \frac{ax + b}{x - c} = f$$

$$\frac{ax + b}{x - c} = fx - fc \cdot x - c$$

$$ax + b = fx - fc$$

$$ax = ax \text{ subtr. om } a < f$$

$$b = (f - a)x - fc$$

$$\frac{b + fc}{f - a} = x$$

$$\text{VII. } ax = \frac{c}{f} - bx$$

$$ax + bx = \frac{c}{f}$$

$$(a + b)x = \frac{c}{f}$$

$$x = \frac{c}{f(a + b)}$$

Regel. Dersom x forekommer i Nævneren, saa maae allerførst hele Ligningen multipliceres med denne Nævner, paa det at man kan faae at vide,



vide, om den ogsaa kan opløses som en enkelt. Thi
 var $fx + \frac{b}{x} = a$, saa er $fx^2 + b = ax$ en
 quadratisk Ligning, som maae anderledes opløses
 end den enkelte.

Af saadanne Regler kan man endnu her ud-
 lede flere.

§. 143.

Jeg har optegnet de almindeligste Veie til
 allerede givne enkelte Ligningers Opøsning. Men
 gemeenlig maae Ligningen selv først fremsøges af
 Opgavens Betingelser. Dette er Analystens Hø-
 vedfærdighed, hvortil enhver egen sunde Forstand
 giver ham de beste Regler, hvis ofte igientagne
 Udvøvelse frembringer den benævnte Færdighed. I
 Almindelighed lader sig lidet mere sige, end at man
 maae være opmærksom paa alle Betingelser ved et
 Spørsmaal, adskille de fremmede Omstændigheder
 fra de egentlig til Opgavens Opøsning udfordrende
 Datis, og nu ved den lærte algebraiske Betegnelse
 udtrykke Størrelsernes forskjellige Forbindelser, un-
 der hvilke de ere eens eller lige store. Exempler
 vise Sagen tydeligst.

§. 144.

I. Dpg. En Muurmester, som med 25
 Folk, Svende og Handlangere har arbeidet,
 er ved 12 Timers Dagarbeide betalt 47 Rdr.
 Ugeløn. Der er ikke lagt Mærke til, hvor
 mange



mange Svende og hvor mange Handlangere der have været, mén skal nu undersøges. Mesteren faaer 36, Svenden 32, og Handlangeren 20 β . Dagløn?

Opløsn. Det kommer kun an paa Tallet af Svendene og Handlangerne, og da der paa Mesterens Part kommer 6. 36 = 216 β . = 2 Rdr. 24 β ., saa beløber Ugelønnen for hine sig endnu 44 Rdr. 72 β . Lad Svendenes Antal have været x , saa maae der have været 25 — x Handlangere. Svendenes Ugeløn beløber sig til 6. 32. x β . Handlangernes 6. 20. (25 — x) = 6. 20. 25 — 6. 20 x . Nu maae begge Dele tilsammen, d. e.

6. 32 x — 6. 20 x + 6. 20. 25 β . være = 44 Rdr. 72 β .

Dette giver 72 x + 3000 = 4296

eller 72 x = 4296 — 3000 = 1296

Følgelig x = $\frac{1296}{72}$ = 18 Svendenes Antal.

Altsaa 25 — 18 = 7 Handlangernes Antal.

Anmærkn. Ganske lignende Tilfælde i Henseende til Opløsningen kunne forekomme ved nok saa forandrede Omstændigheder. F. E. En Lærredshandler faaer Commission til at oversende to Sorter Lærred, det finere Stykket til 11 Rdr., det grovere til 9 Rdr. Han veed, at han har sluttet Handel paa 1320 Rdr. for 134 Stykker, men har glemt, at lægge Mærke til, hvor mange Stykker der forlangdes af hvert Slags. Ogsaa her er en Sum af Stykker ligesom hiffet af Arbeidere given, (den være ogsaa i Almindelighed a) Antallet af Stykkerne af det finere Lærred, ligesom ovenfor Antallet af Svendene, er ogsaa her ubekendt, altsaa x ; Antallet af Stykkerne af



af den anden Sort $a - x$. Naar enhver af de sidste Størrelser ogsaa her multipliceres med den bekiendte Priis, som hiffet med Ugelønnen (disse Factorer skulde hede b og c), saa er Producterne tilsammen lige store med en vis bekiendt Størrelse d . Følgelig er i Almindelighed

$$\begin{aligned} bx + ac - cx &= d \\ (b - c)x &= d - ac \\ x &= \frac{d - ac}{b - c} \end{aligned}$$

§. 145.

II. Dpg. En Kiøbmand behøver til sin Huusholdning aarlig 500 Rdr. Naar han ved hvert Aars Begyndelse har taget disse fra Massen af sin Formue, saa formerer han det øvrige med $\frac{1}{3}$ Deel. I 3 Aar har han paa den Maade just fordoblet sin Formue, hvor stor var den Capital, hvormed han for 3 Aar siden begyndte?

Oplosning.

1) Kiøbmanden begynder at handle med en Capital. Den hede x .

2) Deraf tager han ved det første Aars Begyndelse til sin Huusholdning 500 Rdr., bliver tilbage $x - 500$.

3) Denne Rest formerer han med den 3die Deel, gjør $x - 500 + \frac{x - 500}{3} = \frac{4x - 2000}{3}$.

4) I det andet Aar tager han først igien 500 Rdr. af Massen, bliver $\frac{4x - 2000}{3} - 500 = \frac{4x - 3500}{3}$.

5) Denne



5) Denne Rest formerer han i dette Aar med den 3die Deel, gjør $\frac{4x-3500}{3} + \frac{4x-3500}{9} =$
 $\frac{16x-14000}{9}$

6) Derfra afgaae ved 3die Aars Begyndelse 500 Rdr., bliver tilbage $\frac{16x-14000}{9} - 500 =$
 $\frac{16x-18500}{9}$

7) Denne Rest formeres igien med den 3die Deel, gjør $\frac{16x-18500}{9} + \frac{16x-18500}{27} =$
 $\frac{64x-74000}{27}$

8) Ved disse Forandringer er hans Capital bleven dobbelt saa stor, som den var i Begyndelsen. Altsaa er

$$\frac{64x-74000}{27} = 2x$$

$$64x - 74000 = 54x$$

$$64x = 54x + 74000$$

$$10x = 74000$$

$$x = 7400$$

Han har altsaa for 3 Aar siden begyndt at handle med 7400 Rdr., og nu er han 14800 Rdr. rlig. Man seer tydelig, hvorledes Opgavens Betingelser oversættes af det sædvanlige i det algebraiske Sprog.



§. 146.

III. Dpg. At finde det Tal, hvoraf Halvdelen, 3die Delen og 4de Delen er een større end det søgte Tal.

Opløsn. Det søgte Tal være x , saa er

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x = x + 1$$

$$\text{Altsaa } \frac{1}{12}x = x + 1; \text{ følgelig } \frac{1}{12}x = 1,$$

$$\text{og } x = 12.$$

Anmærkn. Var et Testament gjort saaledes: A skal arve en Halvpart, B en Trediedeel, C en Fierdedeel, saa gaaer dette for sig ikke an. Dog blev Testators Willie vel rigtigst fulgt, hvis de arvede i den dem tiltænkte Proportion. Formuen være 16800 Rdr., man søger en Størrelse, hvoraf Halvdelen, Trediedelen og Fierdedelen giver 16800. Altsaa er

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x = \frac{13}{12}x = 16800$$

$$\text{Følgelig er } x = \frac{12 \cdot 16800}{13} = 15507\frac{2}{13}$$

Nu faaer A $7753\frac{11}{13}$, B $5169\frac{2}{13}$, C $3876\frac{12}{13}$ Rdr.
See Polacks Math. for. 2 Udgave S. 27.

§. 147.

IV. Dpg. En Jordegods-Eier, der paa 6 Aar var reist udenlands, havde bortforpagtet sin Hovedgaard paa den Betingelse, at der ved hans Tilbagekomst skulde betales ham 12000 Rdr., og ved Forpagtnings-Contracten var tillige fastsat, -at for hvad Misvert der i Forpagtnings-Aarene maatte indtreffe, skulde Forpagteren tilstaaes, efter lovlig Taxation, et forholdsmæssig Afslag i den stipulerede Afgiwt; nu har Forpagteren i det



3die og 5te Aar havt Misvert. For den første gang skal efter Kettens Besigtelse eftergives ham $\frac{1}{2}$, for anden gang $\frac{1}{4}$. Hvor mange Rigsdaler ere virkelig at eftergive i den hele Sum af 12000 Rdr.?

Opløsn. Dersom den aarlige Forpagtnings-Afgift var bekendt, saa kunde man deraf ogsaa bestemme, hvor meget der skulde eftergives. Men den er her ikke, som det i Begyndelsen synes, 2000 Rdr. Thi da Forpagtnings-Afgiften for det 1ste Aar bliver staaende i 5, for det andet i 4 Aar, o. s. v., saa skulde der, naar Renterne regnedes, til Slutning være mere end 12000 Rdr. at betale. Man søge altsaa den aarlige Forpagtning $= x$, saa var der at betale
 efter første Aar x , og naar x bliver staaende, desuden endnu

efter 2det Aar $x + \frac{x}{20}$ ved 5 p. C. Renter

efter 3die $x + \frac{2x}{20}$

— 4de $x + \frac{3x}{20}$

— 5te $x + \frac{4x}{20}$

— 6te $x + \frac{5x}{20}$

Sum $6x + \frac{15x}{20}$

Nu er $6x + \frac{15x}{20} = 12000 = (6 + \frac{3}{4})x = \frac{27}{4}x$.

Altsaa er $x = \frac{48000}{27} = \frac{16000}{9} = 1777\frac{7}{9}$ Rdr.

den aarlige Forpagtning.

Nu



Man maae det ikke alene forholdsvis estergives af denne aarlige Forpagtning, men ogsaa de derpaa høftende Renter tillige regnes fra Hovedsummen. Saaledes er for det 3die Aar det Ester-givne $\frac{1}{2}x$, og formødelst Renterne i de 3 øvrige Aar alt det Estergivne $\frac{1}{2}x + \frac{3x}{40}$. Tilgeledes for det 5te Aar $\frac{1}{4}x + \frac{3}{80}x$. Altsaa fragaaer fra de 12000 Rdr. $\frac{1}{4}x + \frac{3}{80}x = \frac{109}{80}x = \frac{109 \cdot 12000}{80 \cdot 9}$

$= 2422\frac{2}{3}$ Rdr. Havde man urigtig antaget 2000 Rdr., saa vilde man have bestemt det Estergivne til 2500 Rdr. See Ungers Beitr. zur Math. for. 2 Th. S. 117.

§. 148.

V. Dpg. To Bud A og B gjøre een og samme Vej, B gaaer 3 Dage sildigere ud end A , men gjør 6 Mile om Dagen, da A ifkun lægger daglig 4 Mile tilbage. I hvor mange Dage vil B indhente A ?

Den søgte Tid være x , saa har A gaaet $3 + x$ Dage, førend B indhenter ham. I denne Tid har A lagt $(3 + x) \cdot 4$ Mile tilbage, men B har gaaet $6x$ Mile. Naar de træffe hinanden, ere begges fra Begyndelsespunctet af tilbagelagte Veie lige store. Altsaa er $6x = 12 + 4x$, og $2x = 12$. Følgelig $x = 6$, d. e. B indhenter A i 6 Dage.



Det eneste, som udfordres, om B skal indhente A , er, at B i Almindelighed gjør større Dagreiser end A . Ellers kunne Dagreiserne i og for sig have enhver Størrelse, eller ethvert Forhold til hinanden. Nu være den Tid, da A er gaaen tiligere ud, i Almindelighed c . A 's Dagreise $= a$, B 's $= b$, og x den Tid, i hvilken B indhenter A , saa er almindeligt den Wei, som B i den Tid lægger tilbage $bx = ac + ax =$ den Wei, som A har lagt tilbage. Altsaa $bx - ax = ac$, og $x = \frac{ac}{b-a}$. Nu kan man antage Tilfældene, ligesom man vil, naar kun b er $> a$, og man har en almindelig Regel.

For herved at vise, hvorledes saadan en Regel ogsaa kan føres til Nytte, naar Opgaven forekom omvendt, sætter jeg dette Exempel. En Courreer, som skal gjøre 10 Mile om Dagen, er allerede $1\frac{1}{2}$ Dag borte. Han skal hentes tilbage, i det mindste førend han har lagt over 60 Mile tilbage. Hvor mange Mile maae den efter ham udsendte reise om Dagen? Man seer, at b her er det søgte. Nu slutte man $x = \frac{ac}{b-a}$; altsaa

$$(b-a)x = ac; \quad b-a = \frac{ac}{x}; \quad b = \frac{ac}{x} + a.$$

Nu er $a = 10$, $c = 1\frac{1}{2}$, og da A i det høieste skal have lagt 60 Mile tilbage, saa er $\frac{45}{10} = 4,5$

$$= x. \quad \text{Følgelig er } b = \frac{\frac{1}{2} \cdot 10}{4,5} + 10 = 10 +$$



$\frac{3}{2}^{\circ} = 13\frac{1}{2}$ Mile. I Almindelighed gielder denne
 Oplosning for 2 Legemer *A* og *B*, hvilke de endog
 ere, som ere i Bevægelse, naar det langsommere
 er forud for det hurtigere. Hurtigheden være *a*
 og *b*. Fremdeles være den første Afstand bekiendt,
 den være *d*, saa er $\frac{d}{a}$ den Tid, som *A* ved sin
 Hurtighed behøvede, for at komme saa langt forud.
 Følgelig er $\frac{d}{a} = c$, og $\frac{ac}{b-a} = x$, som forhen,
 eller naar man substituerer $x = \frac{d}{b-a}$. F. E. En
 Comet gaaer daglig 10° , Maanen samme Wei 13° ,
 naar vil Maanen dække Cometen, naar de endnu
 ere 20° fra hinanden? Her er $x = \frac{20}{13-10} =$
 $\frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$ Dage.

§. 149.

VI. Dpg. Naar Penge postfrie skulle
 indsendes, og Posten ikkun modtager Beta-
 lingen til et vist Sted, hvor meget maae da
 lægges til Hovedsummen, at Modtageren
 kan postfrit faae hvad han skal have.

Oplosn. Vi ville strax betragte dette Til-
 fælde almindelig. Lad *m* være den Størrelse, som
 viser, hvor ofte Postpengene af 100 Rdr. indehol-
 des i 100 Rdr.; det, som til at erstatte Postpen-
 gene maae lægges til, være *x*; Hovedsummen
 være *a*, saa maae der oversendes $a + x$, deraf



maae Modtageren give Posten $\frac{a+x}{m}$, altsaa er

$x = \frac{a+x}{m}$. Følgelig er $mx = a+x$; mx

$- x = (m-1)x = a$, d. e. $x = \frac{a}{m-1}$,

f. E. om Postpengene ere 2 p. C., saa er $m=50$.

Vare 10000 Rdr. at indsende, saa maatte $x = \frac{10000}{49} = 204 \frac{4}{49}$ Rdr., omtrent 204 Rdr. 8 $\frac{4}{49}$ tillægges.

Anmærkn. I det Hannoverske er en Afgift, som man kalder Skieppeskatten. I Kraft af samme skal en Vortforpagter af den Forpagtningsafgift han faaer, betale $\frac{1}{20}$ til Landsherrens Casse. Der spørges, naar Forpagteren tillige paatager sig denne Afgift, hvor meget han da har at betale, naar Vortforpagteren vil have den fulde Sum a ? Det søgte være x , saa betaler Forpagteren i alt $a+x$. Dette er den samtlige Forpagtningsafgift af Godset, og deraf vil Lands-

herren have den 20de Deel. Saa er $\frac{a+x}{20} = x$,

d. e. $x = \frac{a}{20-1}$. Sætter man i Almindelighed

m i Stedet for 20, saa har man ogsaa her $x =$

$$\frac{a}{m-1}.$$

Ved disse Exempler lader sig især vise, til hvad for Vanskelighed den sædvanlige Regning fører, og ved det sidste fornemmelig, hvor store Summer man kan feile ved en Indtægt af et heelt Land, naar man ikke bruger nøie Overlæg, eller af Mangel paa algerbraiske Hjælpemidler regner for letfindig.



§. 150.

Naar to eller flere ubekiendte Størrelser skulde findes af en Opgaves Betingelser, saa maae der, for at finde dem bestemt, af Datis lade sig ligesaa mange særskilte Ligninger ulede, som der ere ubekiendte Størrelser at søge.

Sæt nu, man skulde af 2 saadanne Ligninger søge Størrelserne x og y , saa seer man først i enhver Ligning ifkun paa een af de ubekiendte Størrelser, f. E. paa x , og bestemmer den af enhver Ligning, som om ikke alene alle de øvrige Størrelser, men endog selv y var bekiendt. Begge saaledes fundne Værdier af x maae dog være hinanden lige, og man kan derfor opsætte en Ligning, hvori der endnu kun er een ubekiendt Størrelse y , hvilken nu bestemmes efter det forrige. Sætter man nu det fundne y i een af de forrige Værdier af x , saa er ogsaa x bestemt. Exempler ville oplyse den almindelige Regel.

§. 151.

Opg. I. Man skal søge to Størrelser, hvis Sum er a , og hvis Forskiel er b .

Oplosn. I. $x + y = a$; $x - y = b$, derfor er $x = a - y$, og $x = b + y$; følger lig $a - y = b + y$. Altsaa er $2y + b = a$, og $2y = a - b$. Følgelig er $y = \frac{a - b}{2} =$

$\frac{a}{2} - \frac{b}{2}$. Da x var $= b + y$, saa er ogsaa

§ 4

$x = b$



$x = b + \frac{a}{2} - \frac{b}{2} = \frac{a}{2} + \frac{b}{2}$. d. e. den største
 Quantitet er lige stor med den halve Sum og den
 halve Forskiel tilsammen, den mindste lige stor
 med den halve Sum mindre den halve Forskiel.
 En almindelig Oplosning, hvis Nytte ofte vil vise
 sig i det følgende.

II. Man sætte

$\begin{array}{rcl} x + y & = & a \\ \text{add. } x - y & = & b \\ \hline 2x & = & a + b \end{array}$	subtr.	$\begin{array}{rcl} x + y & = & a \\ x - y & = & b \\ \hline 2y & = & a - b \end{array}$
---	--------	--

Altsaa $x = \frac{a}{2} + \frac{b}{2}$ og $y = \frac{a}{2} - \frac{b}{2}$ som før.

Dette er en Oplosning, som passer sig for dette
 besynderlige Tilfælde. Men den første Wei kan
 man gaae ved alle Oplosninger, hvor af 2 Lignin-
 ger 2 ubekjendte Størrelser skulle findes.

§. 152.

II. Dpg. *A* vil afkøbe sin Nabo *B* en
 Ager. *B* vægrer sig, fordi han siger, da
 vilde *A* besidde dobbelt saa mange Ager som
B, *A* skulde heller sælge ham een af sine Ager,
 saa havde de begge lige mange Ager. Hvor
 mange Ager har enhver?

Lad *A* have x og *B* have y Ager, saa er

$$\begin{array}{rcl} x + 1 & = & 2(y - 1) \quad \text{og} \quad x - 1 = y + 1 \\ x & = & 2(y - 1) - 1 \quad \text{og} \quad x = y + 2 \\ 2y - 2 - 1 & = & 2y - 3 = y + 2 \end{array}$$

Altsaa



Altsaa $y - 3 = 2$, og $y = 5$. Da nu $x = y + 2$,
saa er $x = 7$.

Denne Opgave kan gradviis gøres almindeligere. 1) Sætter man i Stedet for 1 i Almindelighed a , saa er $y = 5a$, $x = 7a$. 2) Sætter man i Almindelighed naar A faaer af B Tallet a , saa besidder A m gange saa meget som B ; men afgiver A til B samme a , saa have begge lige meget, saa er $y = \frac{m+3}{m-1} a$, og $x = \frac{3m+1}{m-1} a$.

§. 153.

III. Dpg. Af 2 Rør ledes Vand i et Rør. Man har een gang ladet det første springe i a Timer, og det andet i b Timer. Man fandt, at der vare c Potter i Røret. En anden gang havde det første sprunget d , og det andet Rør f Timer, og man fandt g Potter i Røret. Hvor meget Vand giver hvert Rør i een Time?

Oplosn. Naar det første Rør i een Time giver x Potter, saa maae det i a Timer give ax Potter. Og naar det andet i een Time giver y Potter, saa giver det i b Timer by Potter. Derfor er

I. $ax + by = c$ Ligeledes finder man II. $dx + fy = g$

$$ax = c - by$$

$$x = \frac{g - fy}{d}$$

$$x = \frac{c - by}{a}$$



$$\text{Altsaa } \frac{c-by}{a} = \frac{g-fy}{d} \text{ og } cd - bdy = ag - afy$$

$$\text{Følgelig } afy - bdy = ag - cd; \text{ og I. } y = \frac{ag-cd}{af-bd}$$

$$\text{Da nu } ax = c - by, \text{ saa er } ax = c - \frac{bag + bdc}{af - bd} \text{ eller}$$

$$ax = \frac{afc - bdc - bag - bdc}{af - bd} = \frac{afc - bag}{af - bd}$$

$$\text{Følgelig II. } x = \frac{fc - bg}{af - bd}$$

$$\text{F. E. Lad } a \text{ være } = 2; b = 3; c = 21; d = 7; f = 6; g = 51;$$

$$\text{saa er } x = \frac{6 \cdot 21 - 3 \cdot 51}{2 \cdot 6 - 3 \cdot 7} = \frac{42 - 51}{4 - 7} = \frac{-9}{-3} = 3$$

$$\text{og } y = \frac{2 \cdot 51 - 7 \cdot 21}{2 \cdot 6 - 3 \cdot 7} = \frac{2 \cdot 17 - 7 \cdot 7}{4 - 7} = \frac{-15}{-3} = 5$$

§. 154.

Den sidste Oplosning er især mærkværdig. Fordi overalt to Ligninger, hvorved to ubekiendte Størrelser bestemmes, kunne henføres til den Form $ax + by = c$, og $dx + fy = g$, saa ere Størrelserne x og y ogsaa uden videre Sagen at ulede af de her fundne Værdier. F. E. Ved den I. Opgave var $x + y = a$; $x - y = b$. Følgelig er $a = 1$; $b = 1$; $c = a$; $d = 1$; $f = -1$; $g = b$. Dette giver $x = \frac{-a-b}{-1-1} = \frac{-(a+b)}{-2} = \frac{a+b}{2}$; og $y = \frac{b-a}{-2} = \frac{-a+b}{-2} = \frac{a}{2} - \frac{b}{2}$, som oven før.

Anmærkn.



Anmærkn. 1. For Kortheds Skyld maae jeg forbigaae de Opgaver, hvor 3 eller flere ubekiendte Størrelser ere at ulede af ligesaa mange Ligninger, for ikke at borttage Pladsen for endnu nyttigere Lærdomme.

Anmærkn. 2. Dersom i een af de to Ligninger, hvori x og y forekomme, findes Productet xy , saa fører dette til en quadratisk Ligning. F. E. Lad være I.

$$c + xy = a^2, \text{ saa er } x = \frac{a^2 - c}{y}. \quad \text{II. } a^3 + x$$

$$= y, \text{ saa er } x = y - a^3, \text{ følgelig } \frac{a^2 - c}{y} =$$

$$y - a^3, \text{ og } a^2 - c = y^2 - a^3 y \text{ en quadratisk Ligning.}$$

VIII. De quadratiske, saavel rene, som urene, Ligningers Opløsning.

§. 155.

Saa snart man i en Ligning finder Led, om det endog kun var eet, som indeholder den 2den Potents af den ubekiendte Størrelse, saa er Ligningen en quadratisk. Der kan altsaa i en quadratisk Ligning desuden endnu findes Led, hvori x forekommer i den første Potents, eller hvori det slet ikke forekommer. Enhver quadratisk Ligning lader sig paa denne Maade bringe til den Form $x^2 + mx = \pm g$. Dette lader sig vise i Ligninger som disse $2x^2 - 3x + 4 = 5x^2 - 8x + 11$, og $\frac{ax + b}{cx + d} = \frac{ex + f}{gx + h}$, naar man behørig reducerer og ordner dem.

§. 156.



§. 156.

Det Led x^2 som det væsentlige i den quadratiske Ligning kan naturligtvis aldrig feile i Ligningen. Men fattedes g eller det Led, som indeholder luttet bekiendte Størrelser, saa var $x^2 \pm mx = 0$, derfor naar man dividerer med x , bliver $x \pm m = 0$, eller $x = \mp m$, hvilket ifkun er en enkelt Ligning. Men fattedes det 2det Led mx , saa er $x^2 = \pm g$. Ligninger, som kunne bringes til denne Form, kalder man rene quadratiske Ligninger.

§. 157.

Rene quadratiske Ligninger lade sig let opløse. Thi naar $x^2 = \pm g$, saa er $x = \sqrt{\pm g}$, eller da Quadratroden af et positivt Quadrat kan være positiv og negativ, $x = \pm \sqrt{\pm g}$. Er g positiv, saa er det en muelig, men er g negativ, en umuelig Størrelse.

§. 158.

Opg. Der søges et Tal af den Beskaffenhed, at, naar man lægger 5 dertil, og drager 5 derfra, og nu multiplicerer Summen $(x + 5)$ med Forskiellen $(x - 5)$, Productet da gjør 96.

Opløsn. $(x + 5)(x - 5) = x^2 - 25 = 96$, derfor er $x^2 = 96 + 25 = 121$. Følgelig $x = \pm \sqrt{121} = \pm 11$. Thi $11 + 5 = 16$; $11 - 5 = 6$, og $6 \cdot 16 = 96$.

§. 159.



§. 159.

Opg. Naar Summen og Productet af to Tal ere givne, da at finde Tallene selv.

Oploøn. Dersom man erindrer sig Sætningen i den 151 §., saa seer man, det kom kun an paa, at vide Tallenes Forskiel. Nu være Summen m , Forskiellen z , saa er det største Tal $\frac{1}{2} m + \frac{1}{2} z$; det mindste $\frac{1}{2} m - \frac{1}{2} z$. Productet af begge de søgte Tal være g , saa er $(\frac{1}{2} m + \frac{1}{2} z)(\frac{1}{2} m - \frac{1}{2} z) = \frac{1}{4} m^2 - \frac{1}{4} z^2 = g$. Dette giver $\frac{1}{4} z^2 = \frac{1}{4} m^2 - g$, følgelig $z^2 = m^2 - 4g$, og $z = \pm \sqrt{m^2 - 4g}$. Følgelig er det største Tal $= \frac{1}{2} m + \frac{\sqrt{m^2 - 4g}}{2}$, det mindste $= \frac{1}{2} m - \frac{\sqrt{m^2 - 4g}}{2}$.

Var man maaffee ikke falden paa, at føre dette Problem tilbage til Forskiellens Udfindelse, saa havde man her for 2 ubekiendte Størrelser fundet 2 Ligninger, nemlig: I. $x + y = m$. II. $xy = g$. Deraf følger $y = m - x$, og $y = \frac{g}{x}$, følgelig $m - x = \frac{g}{x}$, og $mx - x^2 = g$, eller $x^2 - mx = -g$.

§. 160.

Denne Ligning $x^2 - mx = -g$ indeholder nu alle Led af den ovenfor §. 155. givne Form paa quadratiske Ligninger. I denne Hensigt kalder man den fuldstændig, da $x^2 = \pm g$



§. 156. var ufuldstændig. Men for saavidt der i $x^2 \pm mx = \pm g$ foruden det Led, hvori x^2 er, ogsaa endnu forekommer et andet, hvori x er, heder den en ureen eller blandet (impura, mixta, adfecta).

§. 161.

Opg. At opløse en ureen quadratiff Ligning.

Opløsn. Var $x^2 \pm 2nx + n^2 = \pm g$ givet, saa fandt man let x . Thi man veed af §. 82., at $\sqrt{(x^2 \pm 2nx + n^2)} = x \pm n$; selgelig $x \pm n = \pm \sqrt{\pm g}$, altsaa $x = \mp n \pm \sqrt{\pm g}$. Nu har den urene Ligning den Form $x^2 \pm mx = \pm g$, hvilket ogsaa udtrykkes saaledes: $x^2 \pm 2 \cdot \frac{1}{2} mx = \pm g$. Hvorfor

$x^2 \pm 2 \cdot \frac{1}{2} mx + \frac{1}{4} m^2 = \pm g + \frac{1}{4} m^2$ eller $x^2 \pm mx + \frac{1}{4} m^2 = \pm g + \frac{1}{4} m^2$. Men nu er

$x \pm \frac{1}{2} m = \pm \sqrt{(\pm g + \frac{1}{4} m^2)}$. Selgelig er $x = \mp \frac{1}{2} m \pm \sqrt{(\pm g + \frac{1}{4} m^2)}$, hvilket giver en ganske almindelig Regel: naar den urene Ligning er bragt til sin simpleste Form, saa lægger man til den bestandige Størrelse ($\pm g$) Quadrattet af Halvdelen af den bekiendte Coefficient i det andet Led, eller af $\frac{1}{2} m$, d. e. $\frac{1}{4} m^2$. Til Quadrattoden af denne Sum søier man endnu den negative Værdie af den halve Coefficient ($-\frac{1}{2} m$) hvis m er positiv, den positive Værdie ($+\frac{1}{2} m$) hvis



hvis m var negativ. Men Størrelsen x faaer i ethvert Tilfælde en dobbelt Værdie, da Rodstørrelsen kan være positiv og negativ.

Till. 1. Naar derfor $x^2 - 6x = 7$, saa er her $m = -6$, $g = +7$, følgelig $x = +3 \pm \sqrt{(7+9)} = +3 \pm \sqrt{16}$; altsaa I. $x = +7$, og II. $x = -1$.

Till. 2. Naar $x^2 \pm x = \pm g$, saa er $m = 1$. Følgelig $x = \mp \frac{1}{2} \pm \sqrt{(\pm g + \frac{1}{4})}$; og naar m er en Brøk, f. E. $x^2 \pm \frac{1}{3}x = \pm g$, saa er $x = \mp \frac{1}{3} \pm \sqrt{(\pm g + \frac{1}{9})}$.

Till. 3. Naar $x^2 \pm mx = -g$, og g er større end $\frac{1}{4}m^2$, saa er $\pm \sqrt{(-g + \frac{1}{4}m^2)}$ en umuelig Størrelse-S. 138. Derfor ere ogsaa begge Værdier af x umuelige, eller have ifftun en indbildt Størrelse.

§. 162.

Naar vi nu foretage endnu engang Opgaven i den 159de §. at finde to Størrelser, hvis Sum $x + y = m$, og hvis Product $xy = g$, saa fik vi for x den Værdie $x^2 - mx = -g$. Altsaa er $x = \pm \frac{1}{2}m \pm \sqrt{(-g + \frac{1}{4}m^2)}$ eller $x = \pm \frac{1}{2}m \pm \frac{\sqrt{(m^2 - 4g)}}{2}$. Da nu $y =$

$m - x$, saa er $y = \pm \frac{1}{2}m \mp \frac{\sqrt{(m^2 - 4g)}}{2}$, eller rettere, man faaer begge Tallene, naar man tager Rodstørrelserne engang positiv, den anden gang negativ,



negativ, hvilket her ogsaa kommer deraf, fordi $x + y = y + x$, og $xy = yx$. F. E. Lad m være $= 74$; $g = 793$, saa er $x = 37 \pm \sqrt{(37^2 - 793)}$. Altsaa er det ene Tal 61, det andet 13.

§. 163.

Dpg. En Kiøbmand havde paa Messen kiøbt nogle Stykker Klæde for 180 Ducater, hvilke han havde ladet blive hos sin Commissionair, for at sendes efter ham. Førend de ankom, døde den første pludselig, og efter nogen Tid sendte Commissionairen Arvingerne 10 Stykker Klæde. Man veed ikke, om Tallet er rigtigt. Man erindrer sig kun, at den Afdøde har sagt: Havde han sluttet sin Handel een Dag før, saa havde han for de samme 180 Ducater kunnet kiøbe 3 Stykker flere, og Stykket var kommet ham 3 Ducater lettere.

Opløsn. Det sande Tal være $= x$, saa er $\frac{180}{x}$ Prisen for et enkelt Stykke. Havde man faaet 3 Stykker flere for 180 Ducater, saa var Prisen paa et enkelt Stykke $\frac{180}{x+3}$. Den sidste Priis er 3 mindre end den første. Følgelig er $\frac{180}{x+3} + 3 = \frac{180}{x}$.



$$= \frac{180}{x}, \text{ eller } \frac{180 + 3x + 9}{x + 3} = \frac{180}{x}, \text{ altsaa } 180 \\ + 3x + 9 = \frac{180x + 3 \cdot 180}{x} \text{ og}$$

$$180x + 3x^2 + 9x = 180x + 3 \cdot 180$$

$$\text{d. e. } 3x^2 + 9x = 3 \cdot 180 \text{ eller } x^2 + 3x = 180$$

$$\text{Følgelig er } x = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{(180 + \frac{9}{4})}$$

Det er $x = -\frac{3}{2} + \frac{27}{2} = 12$, fordi ifkun den positive Værdie er her anvendelig. To Stykker Løi ere altsaa tilbageholdte.

§. 164.

Opg. At finde to Tal, hvis Sum, Product og Quadraters Forskiel er lige stor.

$$\text{Opløs. } x + y = x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$$

Derfor er $1 = x - y$ (d. e. den ene Størrelse

Følgelig er $1 + y = x$ er 1 større end den anden)

Og $1 + 2y = x + y$ Men da ogsaa

$$x + y = xy, \text{ saa er}$$

$$1 + 2y = xy = (1 + y)y$$

Følgelig er $1 + 2y = y^2 + y$

$$\text{Eller } y^2 - y = 1$$

$$\text{Dette giver } y = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\text{Da nu } x = 1 + y, \text{ saa er } x = 1 + \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} =$$

$$\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}, \text{ Disse Værdier af } x \text{ og } y \text{ holde Prøve; thi}$$



$$1) x + y = \frac{1 \pm \sqrt{5} + 3 \pm \sqrt{5}}{2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{5}}{2} \\ = 2 \pm \sqrt{5}, \text{ eller, om man ifkun tager den po-} \\ \text{sitive Værdie, den Sum } x + y = 2 + \sqrt{5}.$$

$$2) xy = \frac{3 + 4\sqrt{5} + 5}{4} = \frac{8 + 4\sqrt{5}}{4} = \\ 2 + \sqrt{5}.$$

$$3) x^2 - y^2 = \frac{9 + 6\sqrt{5} + 5 - 1 - 2\sqrt{5} - 5}{4} \\ = \frac{8 + 4\sqrt{5}}{4} = 2 + \sqrt{5}.$$

IX. Om Proportioner i Almindelighed.

§. 165.

Naar man vil sammenligne to Størrelser med hinanden, saa kan man enten spørge 1) hvor mange den ene er større end den anden, d. e. hvad for en Størrelse der maae lægges til den ene, for at gjøre den anden deraf, eller 2) hvor mange gange den ene er større end den anden, d. e. hvor ofte den ene indeholder den anden i sig. I første Fald betyder det, man søger begge Størrelsers arithmetiske, i andet Fald deres geometriske Forhold. (Udtrykt, som ikke ere synderlig vel valgte, men overalt gultagne.) Den arithmetiske Forhold finder man ved Subtraction, den geometriske ved Division. To Forholdes Lighed, som i begge Tilfælde betyder en Proportion, bestemmes altsaa i første Fald ved lige Forskieller, i andet ved lige Quotienter.



ter. *f. E.* $3 - 1 = 2$, og $6 - 4 = 2$. De Tal 3, 1, 6, 4, give nu en arithmetisk Proportion, som ogsaa skrives saaledes $3 - 1 = 6 - 4$. Thi Subtractionstegnet er det naturligeste for arithmetiske Forholde. Ligeledes naar $6 : 2 = 3$, og $15 : 5 = 3$, saa give de Tal 6, 2, 15, 5, en geometrisk Proportion, som vi med Leibniz skrive saaledes: $6 : 2 = 15 : 5$.

Anmærkn. 1. Hos nogle, især Engellændere og Franskmænd finder man denne Betegningsmaade: $6. 2 :: 15. 5$ eller $6. 2 \div \div 15. 5$.

Anmærkn. 2. De Gamle have itkun betragtet de geometriske Forholde. Navnet Forhold, Proportion, uden Biord betyder derfor endnu den geometriske.

§. 166.

Enhver enkelt Størrelse af de to, hvis Forhold man betragter, hedder et Led (terminus) af Forholden. Derfor maae enhver Proportion have fire Led.

Det er ligegyldigt, om det mindste Led i begge Forholdene sættes først eller sidst. Thi ligesom $3 - 1 = 6 - 4$, saa er ogsaa $1 - 3 = 4 - 6$, og ligesom $6 : 2 = 15 : 5$, saa er ogsaa $2 : 6 = 5 : 15$.

Naar det 2det og 3die Led ere hinanden lige, saa hedder Proportionen sammenhængende (continua) ellers særskilt (difereta) *f. E.* $2 - 3 = 3 - 4$ er en sammenhængende arithmetisk; $2 : 6 = 6 : 18$ en sammenhængende geometrisk, $4 - 7$



$\frac{5}{8}$ en discret arithmetisk; $2 : 6 = 5 : 15$ en discret geometrisk Proportion.

Det første og 3die Led i den geometriske Proportion hede foregaaende (antecedentes); det 2det og 4de efterfølgende (consequentes). Derfor hede ogsaa begge foregaaende og begge efterfølgende de lige benævnedes eller lige beliggende Led (termini homologi).

X. Om arithmetiske Proportioner og Rækker.

§. 167.

Man behøver kun til det givne første og 3die Led af en arithmetisk Proportion at addere den givne Forskiel, for at faae det 2det og 4de Led. En sammenhængende Proportion har kun 3 virkelig forskiellige Led. I samme giver altsaa Forskiellen, adderet til det første Led, det andet, og samme Forskiel, adderet til det andet, giver det 3die. Lad det første Led være a , det 3die b , Forskiellen d , saa er det almindelige Udtryk for den discrete arithmetiske Proportion $a - (a + d) = b - (b + d)$. Naar ligeledes a er det første Led, d Forskiellen, saa er det almindelige Udtryk for den sammenhængende arithmetiske Proportion $a - (a + d) = (a + d) - (a + 2d)$, hvor da $a + d$ heder det andet eller mellemste Led.



§. 168.

Summen af de to yderste (det første og fjerde) er lige stor med Summen af de to mellemste Led (det andet og tredie). Thi

I. II. III. IV.

$$a - (a + d) = b - (b + d)$$

$$\text{add } b + d \quad b$$

$$a + b + d = a + d + b$$

$$\text{f. E. } 5 - 7 = 6 - 8, \text{ og } 5 + 8 = 7 + 6 = 13.$$

Till. Man finder altsaa det 4de Led, naar man fra Summen af begge de mellemste drager det første. Thi $(a + d + b) - a = (b + d)$ det 4de, f. E. naar $9 - 6 = 17 - x$, saa maae x være $= 17 + 6 - 9 = 14$.

§. 169.

I en sammenhængende Proportion er altsaa Summen af de yderste lige stor med det dobbelte mellemste Led. Summen af de yderste $a + (a + 2d) = 2(a + d)$, det dobbelte af mellemste $= 2(a + d)$ i den almindelige Formel. f. E. $7 - 18 = 18 - 29$, og $2 \cdot 18 = 7 + 29 = 36$.

Till. Derfor finder man det mellemste Led af de givne yderste Led, naar man halverer Summen af de sidste. f. E. naar $8 - x = x - 34$, saa maae x være $= \frac{8 + 34}{2} = 21$.



§. 170.

En Mængde Størrelser, som bestandig vore eller aftage lige meget, ligesom de følge i Ordenen paa hinanden, saa at altid 3, der staae hos hinanden, give en arithmetisk sammenhængende Proportion, hede en arithmetisk Række eller Progression. Saaledes ere de efter hinanden opskrevne naturlige Taltegn, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 198, 199, 200, 201, 202, 203, 204, 205, 206, 207, 208, 209, 210, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 217, 218, 219, 220, 221, 222, 223, 224, 225, 226, 227, 228, 229, 230, 231, 232, 233, 234, 235, 236, 237, 238, 239, 240, 241, 242, 243, 244, 245, 246, 247, 248, 249, 250, 251, 252, 253, 254, 255, 256, 257, 258, 259, 260, 261, 262, 263, 264, 265, 266, 267, 268, 269, 270, 271, 272, 273, 274, 275, 276, 277, 278, 279, 280, 281, 282, 283, 284, 285, 286, 287, 288, 289, 290, 291, 292, 293, 294, 295, 296, 297, 298, 299, 300, 301, 302, 303, 304, 305, 306, 307, 308, 309, 310, 311, 312, 313, 314, 315, 316, 317, 318, 319, 320, 321, 322, 323, 324, 325, 326, 327, 328, 329, 330, 331, 332, 333, 334, 335, 336, 337, 338, 339, 340, 341, 342, 343, 344, 345, 346, 347, 348, 349, 350, 351, 352, 353, 354, 355, 356, 357, 358, 359, 360, 361, 362, 363, 364, 365, 366, 367, 368, 369, 370, 371, 372, 373, 374, 375, 376, 377, 378, 379, 380, 381, 382, 383, 384, 385, 386, 387, 388, 389, 390, 391, 392, 393, 394, 395, 396, 397, 398, 399, 400, 401, 402, 403, 404, 405, 406, 407, 408, 409, 410, 411, 412, 413, 414, 415, 416, 417, 418, 419, 420, 421, 422, 423, 424, 425, 426, 427, 428, 429, 430, 431, 432, 433, 434, 435, 436, 437, 438, 439, 440, 441, 442, 443, 444, 445, 446, 447, 448, 449, 450, 451, 452, 453, 454, 455, 456, 457, 458, 459, 460, 461, 462, 463, 464, 465, 466, 467, 468, 469, 470, 471, 472, 473, 474, 475, 476, 477, 478, 479, 480, 481, 482, 483, 484, 485, 486, 487, 488, 489, 490, 491, 492, 493, 494, 495, 496, 497, 498, 499, 500, 501, 502, 503, 504, 505, 506, 507, 508, 509, 510, 511, 512, 513, 514, 515, 516, 517, 518, 519, 520, 521, 522, 523, 524, 525, 526, 527, 528, 529, 530, 531, 532, 533, 534, 535, 536, 537, 538, 539, 540, 541, 542, 543, 544, 545, 546, 547, 548, 549, 550, 551, 552, 553, 554, 555, 556, 557, 558, 559, 560, 561, 562, 563, 564, 565, 566, 567, 568, 569, 570, 571, 572, 573, 574, 575, 576, 577, 578, 579, 580, 581, 582, 583, 584, 585, 586, 587, 588, 589, 590, 591, 592, 593, 594, 595, 596, 597, 598, 599, 600, 601, 602, 603, 604, 605, 606, 607, 608, 609, 610, 611, 612, 613, 614, 615, 616, 617, 618, 619, 620, 621, 622, 623, 624, 625, 626, 627, 628, 629, 630, 631, 632, 633, 634, 635, 636, 637, 638, 639, 640, 641, 642, 643, 644, 645, 646, 647, 648, 649, 650, 651, 652, 653, 654, 655, 656, 657, 658, 659, 660, 661, 662, 663, 664, 665, 666, 667, 668, 669, 670, 671, 672, 673, 674, 675, 676, 677, 678, 679, 680, 681, 682, 683, 684, 685, 686, 687, 688, 689, 690, 691, 692, 693, 694, 695, 696, 697, 698, 699, 700, 701, 702, 703, 704, 705, 706, 707, 708, 709, 710, 711, 712, 713, 714, 715, 716, 717, 718, 719, 720, 721, 722, 723, 724, 725, 726, 727, 728, 729, 730, 731, 732, 733, 734, 735, 736, 737, 738, 739, 740, 741, 742, 743, 744, 745, 746, 747, 748, 749, 750, 751, 752, 753, 754, 755, 756, 757, 758, 759, 760, 761, 762, 763, 764, 765, 766, 767, 768, 769, 770, 771, 772, 773, 774, 775, 776, 777, 778, 779, 780, 781, 782, 783, 784, 785, 786, 787, 788, 789, 790, 791, 792, 793, 794, 795, 796, 797, 798, 799, 800, 801, 802, 803, 804, 805, 806, 807, 808, 809, 810, 811, 812, 813, 814, 815, 816, 817, 818, 819, 820, 821, 822, 823, 824, 825, 826, 827, 828, 829, 830, 831, 832, 833, 834, 835, 836, 837, 838, 839, 840, 841, 842, 843, 844, 845, 846, 847, 848, 849, 850, 851, 852, 853, 854, 855, 856, 857, 858, 859, 860, 861, 862, 863, 864, 865, 866, 867, 868, 869, 870, 871, 872, 873, 874, 875, 876, 877, 878, 879, 880, 881, 882, 883, 884, 885, 886, 887, 888, 889, 890, 891, 892, 893, 894, 895, 896, 897, 898, 899, 900, 901, 902, 903, 904, 905, 906, 907, 908, 909, 910, 911, 912, 913, 914, 915, 916, 917, 918, 919, 920, 921, 922, 923, 924, 925, 926, 927, 928, 929, 930, 931, 932, 933, 934, 935, 936, 937, 938, 939, 940, 941, 942, 943, 944, 945, 946, 947, 948, 949, 950, 951, 952, 953, 954, 955, 956, 957, 958, 959, 960, 961, 962, 963, 964, 965, 966, 967, 968, 969, 970, 971, 972, 973, 974, 975, 976, 977, 978, 979, 980, 981, 982, 983, 984, 985, 986, 987, 988, 989, 990, 991, 992, 993, 994, 995, 996, 997, 998, 999, 1000.

§. 171.

Summen af de yderste Led i en arithmetisk Række er lige stor med Summen af hver to og to fra begge de yderste-lige langt staaende Led.

Bev. I almindelig Form lader den arithmetiske Række sig saaledes forestille:

Viser	1	2	3	4
Række	a	$a + d$	$a + 2d$	$a + 3d$
				$a + 3d$
				$2a + 6d$

Viser	5	6	7
Række	$a + 4d$	$a + 5d$	$a + 6d$
	$a + 2d$	$a + d$	a
	$2a + 6d$	$2a + 6d$	$2a + 6d$

Hvor man seer lutter lige store Summer komme med den angivne Forudsættelse. Bestod Rækken af n Led, saa seer man vel, at i Almindelighed Forskiellen saa ofte maae lægges til det første Led, som



som Ledets Antal eller Viseren (Index) mindre 1 beløber sig. Saaledes er det 3de $a + 2d$, det 4de $a + 3d$, o. s. v. altsaa er det n de Led $a + (n - 1)d$. Altsaa lod en af n Led bestaaende Række sig saaledes udtrykke:

$$\begin{array}{rccccccc} \text{Viser} & 1 & 2 & 3 & - & - & n-2 \\ & a. & a+d. & a+2d. & - & - & a+(n-3)d. \\ & & & & & & a+2d. \\ \hline & & & & & & 2a+(n-1)d. \end{array}$$

$$\begin{array}{rccccccc} \text{Viser} & & n-1 & & n & & \\ & a+(n-2)d. & & a+(n-1)d & & & \\ & a+d & & a & & & \\ \hline & 2a+(n-1)d. & & 2a+(n-1)d. & & & \end{array}$$

hvoraf Sætningens fuldkomne Almindelighed er klar.

Till. 1. Da ved et ulige Antal af Led det mellemste er lige langt fra det første og sidste, saa er det dobbelte af det mellemste lige stor med Summen af de yderste.

Till. 2. Kaldes det sidste Led u , saa er, naar Rækken hører op med det n de Led, $u = a + (n - 1)d$.

Till. 3. Afstaae Ledene i en arithmetisk Række, saa er d negativ, og de anførte Sætninger gælde for Resten ogsaa her, s. E. $u = a - (n - 1)d$.

§. 172.

Opg. At finde Summen af en arithmetisk Række.

M 4

Oploasn.



Oploen. Man multiplicerer Summen af det første og sidste Led med Ledenes halve Antal.

Bev. Der ere halv saa mange Par Led, som der ere Led, d. e. naar n er Ledenes Antal, saa er $\frac{1}{2}n$ Tallet paa Parrene. Summen af ethvert Par, naar man tager de lige langt fra de yderste staaende Sætmen, er lige stor med Summen af det første og sidste, eller $a + u$. Nu ere der $\frac{1}{2}n$ af saadanne Summer. Altsaa er Summen af den hele Række eller $S = \frac{1}{2}n(a + u)$ eller fordi $u = a + (n - 1)d$, saa er $S = \frac{1}{2}n(a + u) = \frac{1}{2}n(2a + (n - 1)d)$.

Lill. Begge for u og S fundne Værdier ere Fundamental-Eigningerne i den hele Lære om de arithmetiske Rækker. Da nu to ubekendte Størrelser altid bestemmes ved to Eigninger, saa behøver man af de Størrelser S , u , a , d og n kun altid at vide 3, og man kan ved disse Eigninger finde de to manglende. F. E. S , a og u ere givne; man skal finde n og d . Nu er $S =$

$$(a + u) \frac{1}{2}n; \text{ følgelig } n = \frac{2S}{a + u}; \text{ og af } u =$$

$$a + (n - 1)d \text{ er } d = \frac{u - a}{n - 1} = \frac{u - a}{\frac{2S}{a + u} - 1} =$$

$$\frac{n^2 - a^2}{2S - (a + u)}$$

Da 3 af 5 Størrelser lade sig tage paa 10 forskellige Maader, saa finde her 10 forskellige Opgaver Sted, hvori altid 2 Størrelser bestemmes af



af de 3 øvrige. Man faaer altsaa overhovedet ved disse 10 Opløsninger 20 Værdier, som lige fordeelte gæve 4 forskellige Bestemmelsesmaader for hver af de 5 Størrelser.

§. 173.

Opgaver 1. At finde Summen af alle naturlige Tal fra 1 til 100. Her er $a = 1$, $u = n = 100$. Følgelig er $S = (a + u) \cdot \frac{1}{2} n = 101 \cdot 50 = 5050$. Paa lige Maade lød Summen sig finde af den naturlige Række fra 1 til 1000000.

2. At finde Summen af de ulige Tal fra 1 af til det n de ulige Tal. Her er $a = 1$ og $d = 2$. Altsaa $u = 1 + (n - 1) 2 = 2n - 1$. Følgelig er $S = (1 + 2n - 1) \cdot \frac{n}{2} = 2n \cdot \frac{n}{2} = n^2$. d. e. Kvadrattallet af de Led's Antal, hvoraf Rækken af de ulige Tal fra 1 af bestaaer, er lige stor med Summen af den hele Række. Saaledes er $1 + 3 = 2^2 = 4$; $1 + 3 + 5 = 3^2 = 9$, o. s. v.

3. Der skal graves en Brønd, og den første Fod skal betales med 3, den følgende med 6 β , og saaledes videre med 9, 12 β . o. s. f. (Et Slags Accord, som stemmer overeens med Arbejdets Natur). Naar nu Brønden bliver 32 Fod dyb, hvor meget koster den at grave? Her er $a = d = 3$; $n = 32$. Altsaa $u = a + (n - 1) a = na$. Altsaa $S = (a + na) \cdot \frac{n}{2} = (n + 1) a \cdot \frac{n}{2} = 3 \cdot 33 \cdot 16 = 16$ Rdr. 48 β .



Oploen. Man multiplicerer Summen af det første og sidste Led med Ledenes halve Antal:

Bev. Der ere halv saa mange Par Led, som der ere Led, d. e. naar n er Ledenes Antal, saa er $\frac{1}{2}n$ Tallet paa Parrene. Summen af ethvert Par, naar man tager de lige langt fra de yderste staaende sammen, er lige stor med Summen af det første og sidste, eller $a + u$. Nu ere der $\frac{1}{2}n$ af saadanne Summer. Altsaa er Summen af den hele Række eller $S = \frac{1}{2}n(a + u)$ eller fordi $u = a + (n - 1)d$, saa er $S = \frac{1}{2}n(a + u) = \frac{1}{2}n(2a + (n - 1)d)$.

Lill. Begge for u og S fundne Værdier ere Fundamental-Ligningerne i den hele Lære om de arithmetiske Rækker. Da nu to ubekendte Størrelser altid bestemmes ved to Ligninger, saa behøver man af de Størrelser S , u , a , d og n kun altid at vide 3, og man kan ved disse Ligninger finde de to manglende. F. E. S , a og u ere givne; man skal finde n og d . Nu er $S =$

$$(a + u) \frac{1}{2}n; \text{ følgelig } n = \frac{2S}{a + u}; \text{ og af } u =$$

$$a + (n - 1)d \text{ er } d = \frac{u - a}{n - 1} = \frac{u - a}{\frac{2S}{a + u} - 1} =$$

$$\frac{u^2 - a^2}{2S - (a + u)}$$

Da 3 af 5 Størrelser lade sig tage paa 10 forskellige Maader, saa finde her 10 forskellige Opgaver Sted, hvori altid 2 Størrelser bestemmes

af



af de 3 øvrige. Man faaer altsaa overhovedet ved disse 10 Oplosninger 20 Børdier, som lige fordeelte giv 4 forskiellige Bestemmelsesmaader for hver af de 5 Størrelser.

§. 173.

Opgaver 1. At finde Summen af alle naturlige Tal fra 1 til 100. Her er $a = 1$, $u = n = 100$. Følgelig er $S = (a + u) \cdot \frac{1}{2} n = 101 \cdot 50 = 5050$. Paa lige Maade lod Summen sig finde af den naturlige Række fra 1 til 1000000.

2. At finde Summen af de ulige Tal fra 1 af til det n de ulige Tal. Her er $a = 1$ og $d = 2$. Altsaa $u = 1 + (n - 1) 2 = 2n - 1$. Følgelig er $S = (1 + 2n - 1) \cdot \frac{n}{2} = 2n \cdot \frac{n}{2} = n^2$. d. e. Kvadrattallet af de Led's Antal, hvoraf Rækken af de ulige Tal fra 1 af bestaaer, er lige stor med Summen af den hele Række. Saaledes er $1 + 3 = 2^2 = 4$; $1 + 3 + 5 = 3^2 = 9$, o. s. v.

3. Der skal graves en Brønd, og den første Fod skal betales med 3, den følgende med 6 β , og saaledes videre med 9, 12 β . o. s. f. (Et Slags Accord, som stemmer overeens med Arbejdets Natur). Naar nu Brønden bliver 32 Fod dyb, hvor meget koster den at grave? Her er $a = d = 3$; $n = 32$. Altsaa $u = a + (n - 1) a = na$. Altsaa $S = (a + na) \cdot \frac{n}{2} = (n + 1) a \cdot \frac{n}{2} = 3 \cdot 33 \cdot 16 = 16$ Rdr. 48 β .



Hos Polack Math. for. finder man følgende
 Exempel: En Brønd var betinget at grave 12 Fod
 dyb for 12 Rdr. Den første Brøndgraver døde,
 da 8 Fod vare færdige. En anden træder i hans
 Accord. Hvor meget maae han udbetale den før-
 stes Arvinger? Sæt her var $a = d$, ligesom i det
 forrige Exempel, saa er $S = (2a + (n - 1)a) \frac{n}{2}$
 $= (n + 1) \cdot a \cdot \frac{n}{2}$. Følgelig er $a = \frac{2S}{(n + 1)n}$.

Da nu $S = 12$ Rdr., saa er $a = \frac{2 \cdot 12 \cdot 96}{13 \cdot 12}$ $\text{ß.} =$
 $\frac{192}{13} = 14\frac{10}{13}$ ß. Altsaa faae Arvingerne $S =$
 $(2a + (n - 1)d) \frac{n}{2}$ da nu n sættes $= 8$, saa er
 $S = (2 \cdot \frac{192}{13} + 7 \cdot \frac{192}{13}) 4 = \frac{9 \cdot 192 \cdot 4}{13} = \frac{6912}{13} =$
 $531\frac{9}{13}$ $\text{ß.} = 5$ Rdr. 52 ß. næsten.

4. En indstyrtet Brønd skal igien opgraves.
 Man finder i Regningerne, den har for 100 Aar
 siden kostet at grave 76 Rdr. 64 ß. Man har for
 Viarheides Skyld betalt den første Fod med 28 ß.
 og den sidste, fordi man for enhver følgende Fod
 har maattet lægge noget lidet, men dog altid lige-
 meget, til, med 3 Rdr. 52 ß. Man vil nu heraf
 udlede, hvor dybt man kommer til at grave, før at
 komme til Rilderne. Her er $S = 76$ Rdr. 64 ß.
 $= 7360$ ß. ; $a = 28$ ß. ; $u = 3$ Rdr. 52 ß.
 $= 340$ ß. bekendt; man skal finde n , saa er $n =$
 $\frac{2S}{a + u} = \frac{2 \cdot 7360}{28 + 340} = \frac{14720}{368} = 40$. Man maae
 grave 40 Fod.



Pract. Anmærkn. Man betienet sig i det daglige Liv ved Finantsregninger o. d. l. af en Omgangsmaade, som har en Lighed med den Maade S. 169. at finde det arithmetiske Middeltal. Man siger f. E. man maae bestemme, hvad et Gods giver af sig, derved, at man gjør Giennemsnit (Fraction). Man tager nemlig af 3, 6 eller flere Aar det aarlige Beløb, adderer dem og dividerer Summen med Aarens Antal. Det har givet 1700, 1400, 1200 af sig. Summen er 4300, og $1433\frac{1}{3}$ Beløbet i Giennemsnit. Denne Omgangsmaade er her meest overensstemmende med Sagens Natur, da alle Aars samtlige Beløb fordeles lige paa de enkelte, og Burderingen bliver altid desto rigtiaere, jo flere enkelte Tilfælde man lægger til Grunt; thi iblant saa kan et ganske overordentligt forløb til større Vildfarelse.

Ved Remissioner er paa mange Steder den Forskrift: Tre beedigede Taxatorer maae hver for sig angive Skaden i hver Markfort, saasom Sommer-, Vinter- og Hvillemark. Ved hver Markfort tages Giennemsnittet af de 3 Angivelser, og Giennemsnittene divideres igien med Antallet af Markforterne. Man seer efter, om Resultatet nærmer sig meest til de Størrelser 1, $\frac{2}{3}$ eller $\frac{1}{2}$, og eftergiver i første Fald $\frac{3}{4}$, i andet $\frac{1}{2}$, i 3die $\frac{1}{4}$ af Forpagtningssummen. Er Skaden under $\frac{1}{2}$, saa eftergives intet. Billigere var det nu allerede, at forholde sig saaledes: Der være befundet $\frac{10}{12}$ Skade.

Er Skaden 12, saa er det Eftergivne 9
 er Skaden 8 6

Giennemsnitte 10 $7\frac{1}{2}$

Altsaa skulde ved $\frac{10}{12}$ Skade $7\frac{1}{2}$ eftergives.

Dog forudsættes herved, at den af enhver Markfort forventede Indtægt er lige; men da dette sjelden indløber, saa giver Unger i sine Beitræge en for begge Partier nyttig Regel. Lad den Brøks Nævner, hvori man ved Skadens Burdering deler det Hele, være a , og a , b , c . . . Tællerne i de Brøker, som tilkiendes



tifftendegive Skaden i de forskiellige Marksorter;
A, *B*, *C* - være det Beløb i Penge, som var at
 vente af de dyrkede Marker, saa er $\frac{Aa + Bb + Cc}{n}$

Summen paa Skaden, hvilken divideret med $A + B + C$ vil give en Brøk, til hvilken man efter den sidste Regel kan søge den med Billighed overensstemmende Eftergivelse. See videre Unger 2 St. S. 89 ff.

Exempel. Der ere 3 Marksorter. En dyrket Lunde Land i Vintermarken *W* regnes til 6, i Sommermarken *S* til 4, i Hvilemarken *P* til 2 Aldr. forventende Indtægt. Fractionen af Skadens Vurderinger $\frac{1}{12}$, altsaa $a = 10$; $\frac{1}{12}$, altsaa $b = 7$; $\frac{1}{12}$, altsaa $c = 5$. I *W* være dyrkede 200 Edr. Land, er Beløb 1200 $= A$; i *S* 160 giver 640 $= B$; i *P* 100 giver 200 $= C$. Altsaa faaer man

$$\frac{1200 \cdot 10 + 640 \cdot 7 + 200 \cdot 5}{12 \cdot (1200 + 640 + 200)} = \frac{437}{612} = \frac{8\frac{1}{2}}{12} \text{ næst}$$

sten. Nu sætte man

$$\text{I. } 12 \text{ giver } 9$$

$$\text{II. } 8 \text{ — } 6$$

$$\text{III. } 10 \text{ — } 7\frac{1}{2} \text{ Fract. af I. og II.}$$

$$\text{IV. } 9 \text{ — } 6\frac{1}{2} \text{ Fr. af II. og III.}$$

$$\text{V. } 8\frac{1}{2} \text{ — } 6\frac{1}{2} \text{ Fr. af II. og IV.}$$

Var nu Forpagtningsafgiften 1800, saa er den billige Eftergivelse $\frac{6\frac{1}{2} \cdot 1800}{12} = 956$ Aldr. næsten.

Af lignende Omgangsmaader betiener man sig i de practiske Videnskaber, til af flere Jagttagelser at finde Middelværdierne, fornemmelig i Astronomien.



XI. Om geometriske Proportioner.

§. 174.

Da den Lære om de geometriske Proportioner mere end alle andre i den almindelige Regnekunst i det følgende anvendes endog paa sammenhængende Størrelser, saa erindre man sig ved samme fornemmelig, at den strækker sig til alle Størrelser i Almindelighed. Dette er endogsaa allerede klart deraf, at man kan forestille sig alle sammenhængende Størrelser som bestaaende af aliquote Dele, og ved enhver Linie, Flade og Legeme kan spørge, hvor mange gange den indeholdes i en anden udstrakt Størrelse af sit Slags.

§. 175.

Divisionen giver os Forholdsnavnet ved Undersøgelsen af en geometrisk Forhold, saasom $a : c$.

Lad $\frac{c}{a} = m$ være dette Forholdsnavn, saa er

$c = ma$. Forholdet kan altsaa og udtrykkes saaledes: $a : ma$. Indeholdes nu a lige nogle

gange i c , saa er m et heelt Tal. F. E. dersom een Længde laae 3 gange i den anden. Men er

ikke det hele a , men vel en aliquot Deel af a eller $\frac{1}{r} a$ lige nogle gange i c , f. E. n gange, saa er

$c = n \cdot \frac{1}{r} a = \frac{n}{r} a$, og man kan i Stedet for $a : c$ sætte

$a :$



$a : \frac{n}{r} a$, eller og $a : m a$, hvis man antager, at m ogsaa skal betyde enhver virkelig Brøk.

§. 176.

Af det hidtil sagte sees, at hvis a ikke indeholdes lige nogle gange i c , man da altid kan forestille sig a inddeelt i et Antal lige Dele, og da undersøge, hvor mange af disse Dele der gaae paa c . Herved kunde nu vel forekomme Tilfælde, hvor det aldrig var mueligt, saaledes at inddele a , at et Antal af saadanne lige Dele nøie udgjorde c . Jo større man tager r , d. e. jo mindre man tager $\frac{1}{r}$, jo mindre vil vist nok det Overskud blive, som ikke udgjør et fuldt $\frac{1}{r} a$. Men det vil dog altid blive saaledes: n og r maae være saa store, som de ville, saa er dog vel $c > \frac{n}{r} a$, men dog ogsaa $c < \frac{n+1}{r} a$. Under disse Omstændigheder siger man især ved de i hinanden hængende Størrelser, hvor dette ofte forekommer, de ere incommensurable. Saaledes ere f. E. Katheten i en ligebenet retvinklet Triangel og Hypotenusen virkelig incommensurable. Den første indeholdes ikke nogle gange fuldt i den sidste, men om man endog delede den første i 10 Dele, saa er Hypotenusen større end 14 og mindre end 14 + 1. Deler man hiin i 100 Dele, saa

er



er denne ≥ 141 og ≤ 142 , o. s. v. Imidlertid have de den bestemte Forhold $1 : \sqrt{2}$, eller naar a betyder Katheten, c Hypotenusen, saa er $a : c = a : \sqrt{2}$. a , altsaa er Forholdstallet her et Irrationaltal. Naar vi nu sætte, at m ogsaa kan betyde Irrationaltal, saa kan $a : ma$ være det almindelige Udtryk for enhver Forhold.

§. 177.

Har man nu ved Undersøgelsen af Forholdene $a : c$ fundet Exponenten m af en bestemt Størrelse, saa at i Stedet for $a : c$ Udtrykket $a : m a$ gielder, og man finder ved Forholdene $b : d$ det samme Forholdsnavn m , saa kan man i Stedet for $b : d$ ogsaa sætte $b : m b$. Da Forholdene under disse Omstændigheder ere lige store, saa ere a, c, b, d , i Proportion, og den almindelige Form for saadan en geometrisk Proportion er denne: $a : m a = b : m b$. Naar nemlig m er et heelt Tal, saa heder dette: der indeholdes i det andet Led ligesaa mange a , som i det 4de Led b . Er m en Brøk, saa heder dette: saa stort et Antal $\frac{1}{r}$ a der ligger i det 2de Led, ligesaa stort et Antal $\frac{1}{r}$ b ligger i det 4de. — Men er endog Forholdsnavnet irrationalt, saa kunde det dog da tages lige stort ved begge Forholde, naar følgende lod sig vise; Man dele a i et Antal lige store Dele efter Bepag, og b i et ligesaa



ligesaa stort Antal lige store Dele; og man tage de enkelte Dele saa smaae, som man vil, saa er bestandig, dersom $c > \frac{n}{r} a$, og $c < \frac{n+1}{r} a$, ogsaa tilfælde $d > \frac{n}{r} b$, og $d < \frac{n+1}{r} b$. Thi da er det umueligt, at der nogensinde skulde indeholdes et større Antal $\frac{1}{r} b$ i d , end Antallet af de $\frac{1}{r} a$, som indeholdes i c . Vi have altsaa paa et ingen Grund til at slutte, at a, c, b, d ikke skulde være i Proportion.

Altsaa passer nu den Form $a : m a = b : m b$ sig til enhver Proportion, hvordan Exponenten endog maatte være beskaffen, og hvad der bevises af denne Form, gælder for alle Proportioner.

Anmærkn. Dette kan efter min Mening være nok for Begyndere, for at gøre sig en Forestilling om denne Lære. I dens fuldkomne, Kienderen tilfredsstillende, Almindelighed finder man den i Hr. Karst. Mathem. I. Th. I Aeth. §. 155. ff. Ar. og 161. ff. Geom.

§. 178.

Producterne af de to mellemste og de to yderste Led i en Proportion ere lige store. Thi $a \cdot m b = m a \cdot b$.

Og naar 4 Størrelser, a, c, d, f , ere givne, og man finder $c d = a f$, saa er $a : c = d : f$. Thi fordi $c d = a f$, saa er $\frac{c d}{a} = f$, og $\frac{c}{a} = \frac{f}{d}$, følgelig $a : c = d : f$.



§. 179.

Productet af de to mellemste Led, divideret med det første, giver det 4de Led. Da man nu efter §. 166. kan ordne Ledene saaledes, at ethvert bliver det 4de, saa lader sig af 3 Led i en Proportion, hvilke de endog ere, altid det manglende finde. Thi

$$\frac{ma \cdot b}{a} = mb; \quad \frac{ma \cdot b}{mb} = a; \quad \frac{mb \cdot a}{ma} = b; \quad \frac{mb \cdot a}{b} = ma.$$

§. 180.

I en sammenhængende Proportion er det andet og 3die Led i sig selv een og samme Størrelse. Vi kunne kalde denne det mellemste, og fordi en sammenhængende Proportion ikkun har 3 virkelig forskellige Led, det andet Led.

Qvadratet af det mellemste Led er lige stort med Productet af de to yderste. Thi da den almindelige Form for den sammenhængende Proportion er $a : ma = ma : m^2 a$, altsaa dens 3 Led $a, ma, m^2 a$, saa er $(ma)^2 = a \cdot m^2 a = m^2 a^2$.

Derfor finder man det andet eller mellemste Led, naar man uddrager Qvadratroden af Productet af de to yderste. Thi $\sqrt{(a \cdot m^2 a)} = \sqrt{m^2 a^2} = ma =$ det mellemste. Fremdeles er det tredie lige stort med Qvadratet af det mellemste divideret med det første. Thi $\frac{m^2 a^2}{a} = m^2 a =$ det 3die Led. Følgelig da ogsaa det første ved



Omsætning kan blive til det 3die, saa lader sig ved en sammenhængende Proportion af 2 Led altid det 3die feilende finde.

§. 181.

De geometriske Proportioner, (for saavidt man anseer deres Led som Størrelser i Almindelighed, d. e. som ubestemte Tal) lade sig 1) ved at omvendes, 2) ved de mellemste Ledes Omsætning, 3) ved Ledenes overensstemmende Addition og 4) Subtraction, 5) ved at multiplicere og dividere med lige store Størrelser, enten een eller begge Forholde, eller og de eens liggende Led, 6) ved alle Ledes Ophøielse til lige høje Potenser, eller 7) ved at uddrage de samme Røder af ethvert Led, saaledes forandre, at der altid igien udkommer en rigtig Proportion. Exempler i almindelige Udtryk og Tal gjøre Meningen af disse Sætninger tydelig; og Sammenligning med Proportionens almindelige Form viser, at det er tilladt af enhver given Proportion at uddrage enhver saadan Slutning. Man beviser det nemlig altid af een af de to Sætninger No. I. fordi Producterne af de yderste og mellemste Led i den udledede Proportion ogsaa ere lige store §. 178. No. II. fordi det 1ste Led indeholdes ligesaa mange gange i det 2det, som det 3die i det 4de, til hvilke Sætninger vi altsaa alene ville henwise ved Nummere:

Hovedformen er $a : ma = b : mb$ Ex. 2:6=4:12

I. In-



1. Invertendo eller omvendt

$$ma:a \equiv mb:b \quad - \quad - \quad - \quad 6:2 \equiv 12:4$$

$$mb:b \equiv ma:a \text{ efter No. I.} \quad - \quad 12:4 \equiv 6:2$$

2. Omfætning, Permutando vel Vicissim

$$a:b \equiv ma:mb \text{ efter No. I.} \quad - \quad 2:4 \equiv 6:12$$

3. Ved Addition eller Componendo

$$a:ma + a \equiv b:mb + b$$

$$\text{d. e. } a:(m+1)a \equiv b:(m+1)b \text{ efter No. II.}$$

$$2:8 \equiv 4:16$$

$$\text{eller } a+ma:a \equiv b+mb:b \text{ efter No. I og II.}$$

$$8:2 \equiv 16:4$$

$$\text{eller } a+ma:ma \equiv b+mb:mb \text{ efter No. I.}$$

$$8:6 \equiv 16:12$$

$$\text{eller } a+b:b \equiv ma+mb:mb \text{ af No. I.}$$

$$6:4 \equiv 18:12$$

4. Ved Subtraction, subtrahendo v.

differentiando

$$a:a - ma \equiv b:b - mb \text{ af } 6:2 \equiv 12:4 \text{ følger}$$

$$\text{d. e. } a:(1-m)a \equiv b:(1-m)b \text{ af No. II.}$$

$$6:4 \equiv 12:8$$

$$\text{eller } a - ma:ma \equiv b - mb:mb \text{ af No. I.}$$

$$4:2 \equiv 8:4$$

$$\text{eller } a - b:b \equiv ma - mb:mb \text{ af No. I.}$$

$$\text{af } 12:3 \equiv 8:2 \text{ følger saaledes}$$

$$4:8 \equiv 1:2$$

5. Ved at multiplicere og dividere

$$ac:mac \equiv b:mb \text{ af No. II.} \quad - \quad 6:18 \equiv 4:12$$

$$ac:mac \equiv bd:mbd \quad - \quad 6:18 \equiv 8:24$$

N 2

ac:



$$ac : mac = bc : mbc \text{ af No. II. } 6 : 18 = 12 : 36$$

$$\frac{a}{c} : \frac{ma}{c} = b : mb \quad - \quad - \quad - \quad \frac{2}{2} : \frac{6}{2} = 4 : 12$$

$$\frac{a}{c} : \frac{ma}{c} = \frac{b}{d} : \frac{mb}{d} \quad - \quad - \quad - \quad \frac{2}{2} : \frac{6}{2} = \frac{4}{3} : \frac{12}{3}$$

$$\frac{a}{c} : \frac{ma}{c} = \frac{b}{c} : \frac{mb}{c} \text{ af No. II. } - \quad \frac{2}{2} : \frac{6}{2} = \frac{4}{2} : \frac{12}{2}$$

6. Ved alle fire Ledes Ophæielse til lige høie

Potentser

$$a^2 : m^2 a^2 = b^2 : m^2 b^2 \quad - \quad - \quad - \quad 2^2 : 6^2 = 4^2 : 12^2$$

$$a^n : m^n a^n = b^n : m^n b^n \text{ af No. II. } 2^3 : 6^3 = 4^3 : 12^3$$

men ikke

o. s. v.

$$a^2 : m^2 a^2 = b : mb \quad - \quad 4 : 36 \text{ ikke} = 4 : 12$$

$$\text{eller } a^2 : m^2 a^2 = b^3 : m^3 b^3 \quad 4 : 36 \text{ ikke} = 64 : 1728$$

$$\text{Eti } m^2 a^2 b \text{ er ikke} = a^2 mb$$

$$m^2 a^2 b^3 \text{ ikke} = a^2 m^3 b^3$$

7. Ved at uddrage lige Røder af alle fire Led tillige

$$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{ma} = \sqrt[n]{b} : \sqrt[n]{mb} \text{ af 81 : 9} = 225 : 25$$

$$\text{d. e. } a^{\frac{1}{2}} : m^{\frac{1}{2}} a^{\frac{1}{2}} = b^{\frac{1}{2}} : m^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}} \text{ af No. II. } 9 : 3 = 15 : 5$$

$$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{ma} = \sqrt[n]{b} : \sqrt[n]{mb}$$

$$\text{d. e. } a^{\frac{1}{n}} : m^{\frac{1}{n}} a^{\frac{1}{n}} = b^{\frac{1}{n}} : m^{\frac{1}{n}} b^{\frac{1}{n}}$$

Till. Af 5 sees i Almindelighed, at en Forhold multipliceret eller divideret med een og samme Størrelse, ikke forandres, eller at den beholder den samme Exponent. Saaledes er $a : b = ac :$

$$bc = \frac{a}{d} : \frac{b}{d} \text{ o. s. v. Saaledes lade sig nu ofte}$$

Forholde imellem Irrationalstørrelser (§. 134. 135.)

udtrykke



udtrykke ved Forholde imellem Rationalstørrelser.

§. Exemp. $\sqrt[n]{a^n b^r} : \sqrt[n]{c^n b^r} = a \sqrt[n]{b^r} : c \sqrt[n]{b^r}$
 (§. 128.) $= a : c$ og i Tal $\sqrt{18} : \sqrt{72} = \sqrt{(9 \cdot 2)} : \sqrt{(36 \cdot 2)} = 3\sqrt{2} : 6\sqrt{2} = 3 : 6 = 1 : 2$. Ved
 Tal kommer det her an paa en passende Oplosning
 af samme i saadanne Factorer, hvoraf Røderne
 virkelig lade sig uddrage. Saaledes finder man;
 $\sqrt{18} : \sqrt{98} = 3 : 7$; $\sqrt[3]{96} : \sqrt[3]{324} = 2 : 3$;
 $\sqrt{(79^2 + 174^2)} : \sqrt{13} = 53 : 1$; $\sqrt[3]{(368^2 - 361^2)} : \sqrt[3]{1512} = 3 : 2$. Dette sidste vil man let find
 af §. 82. No. 4. og i Almindelighed gjøre Factor
 Tabellerne her de beste Tjenester.

§. 182.

Naar 2 Forholde ere lige store med en 3die,
 saa ere de lige store indbyrdes. Thi den 3die For-
 hold kan ansees som begges lige store Exponent.

$a : b = c : d$ Dette kaldede de Gamle at slutte
 $e : f = c : d$ *ex æquo simpliciter.*

$$a : b = e : f$$

§. 183.

Naar man multiplicerer eller dividerer to Pro-
 portioner af ganske forskellige Exponenter med
 hinanden efter Ledenes Orden, saa faaer man igien
 rigtige Proportioner.



$$\begin{array}{rcl}
 a : ma = b : mb & 7 : 14 = 5 : 10 \\
 c : nc = g : ng & 3 : 9 = 4 : 12 \\
 \hline
 \text{mult. } ac : mnac = bg : mnbg & 21 : 126 = 20 : 120 \\
 \text{Div. } \frac{a}{c} : \frac{m}{n} \cdot \frac{a}{c} = \frac{b}{g} : \frac{m}{n} \cdot \frac{b}{g} & \frac{7}{3} : \frac{14}{9} = \frac{5}{4} : \frac{10}{12}
 \end{array}$$

§. 184.

Naar selgelig

$$\begin{array}{lcl}
 \text{I. } a : b = c : d & \text{eller II. } a : b = c : d \\
 b : f = d : h & f : b = h : d
 \end{array}$$

saa er $a : f = c : h$ $a : f = c : h$
 Thi I. $ab : bf = cd : dh$ §. 183. Derfor $a : f$
 $= c : h$ §. 181. No. 5. I II. kan den anden Pro-
 portion efter §. 181. No. 1. ogsaa sættes saaledes
 $b : f = d : h$, hvorfor det kommer overeens med
 No. I.

Dette kaldede de Gamle, at slutte *ordinati-*
tim ex æquo.

§. 185.

Naar fremdeles

$$\begin{array}{lcl}
 a : b = c : d & \text{eller } a : b = c : d \\
 b : f = g : c & f : b = c : g
 \end{array}$$

$$\text{saa er } a : f = g : d \quad a : f = g : d$$

Beviset seer man lettelig. For Resten kal-
 dede de Gamle dette, at slutte *perturbatim ex*
æquo.

Sætter man $x : 12 = 9 : y$

$$u : 12 = 9 : w$$



og tager saa x og u efter Behag, saa bestemmes deraf y og w . F. E. $x = 6$ giver $y = 18$, og $u = 36$ giver $w = 3$; nu er $6:36 = 3:18$.

§. 186.

I. Naar to Proportioners Exponenter ere lige store, saa faaer man en rigtig Proportion, naar man efter Ordenen adderer Ledene, eller subtraherer dem fra hinanden.

$$\text{Ehi dersom } a:ma = b:mb$$

$$c:mc = d:md$$

$$\text{saa er add. } a+c:m(a+c) = b+d:m(b+d)$$

$$\text{subtr. } a-c:m(a-c) = b-d:m(b-d)$$

som ere rigtige Proportioner.

II. Men naar begge Proportioners Exponenter ere ulige store, saa følger paa denne Maade ingen nye Proportion, med mindre ogsaa $a:c = b:d$.

$$\text{Ehi lad være } a:ma = b:mb$$

$$c:nc = d:nd$$

$$\text{og } a:c = b:d, \text{ saa lad være } \frac{c}{a} = p,$$

$$\text{følgelig } a:pa = b:pb \text{ d. e. } c = pa, d = pb$$

$$\text{Følgelig er } a:ma = b:mb$$

$$pa:npa = pb:npb$$

$$(1+p)a:(m+np)a = (1+p)b:(m+np)b$$

Men Producterne af de yderste og mellemste Led ere her lige store. Og fordi ogsaa $(1+p)a:$



$(1 + p)b = (m + np)a : (m + np) b$, saa
er det ogsaa klart af §. 181. No. 5.

Ex. $5:10 = 7:14$ $5:10 = 7:14$

$2:4 = 3:6$ $2:6 = 3:9$

$7:14 = 10:20$

$7:16$ ikke $= 10:23$, fordi

$3:6 = 4:8$ ellers $160 \text{ var} = 161$.

$5:10 = 7:14$

$15:45 = 21:63$

$20:55 = 28:77$

Exll. Af I følger, at naar

$a:b = c:d$

$e:f = c:d$

$g:h = c:d$ o. s. v.

saa er $a + e + g : b + f + h = c : d$

thi $a + e : b + f = 2c : 2d = c : d$

da nu $g : h = c : d$

saa er $a + e + g : b + f + h = 2c : 2d = c : d$

§. 187.

Naar $a : b = g : h$

$c : d = h : q$

saa er $ac : bd = g : q$

thi $ac : bd = gh : hq$ §. 183. $= g : q$ §. 181.

Ligeledes naar $a : b = g : h$

$c : d = h : q$

$e : f = q : r$ u.

saa er $ace : bdf = g : r$

Thi



$$\text{Ehi } ac : bd = g : q$$

$$\text{Nu er } e : f = q : r$$

$$\text{Altsaa } ace : bdf = g : r.$$

Man seer lettelig, hvorledes denne Maade at slutte paa, strækker sig til endnu flere givne Proportioner af denne Form, hvor altid det foregaaende Led i den ene Columnne er lige med det efterfølgende i den lige over staaende Forhold.

Till. Naar man skal angive en Størrelses g Forhold til en anden q , f. E. en Ducats til en Skilling, saa kan man gjøre det enten lige frem eller paa eengang, eller man angiver først Forholden af g til en Størrelse h , og saa Forholden af h til r . F. E. Først Ducatens Forhold til en Rigsdaler, og saa Rigsdalerens til en Skilling.

$$\text{Nu er Duc. : Rigsd.} = 2 : 1 \text{ og}$$

$$\text{Rdr. : } \text{Sk.} = 96 : 1$$

$$\text{Saa var i Almindelighed } g : h = a : b$$

$$h : q = c : d$$

Man siger da, Ducatens Forhold til Skillingen er i en sammensat Forhold af Ducaten til Rigsdaleren og af Rigsdaleren til Skillingen, eller den er sammensat af de Forholde $2 : 1$ og $96 : 1$.

Man kan (eller maae rettere ofte) endnu antage flere Mellemforholdes som om man endnu først havde sammenlignet Rigsdaleren med en Mark, og endelig denne med Skillingen. Saa seer man, hvad det heter, en Forhold er sammensat af 3, 4 og flere Forholde. F. E. $g : r$ i Spheen.



$$\begin{array}{lcl} \text{Var } g:h=a:b & \text{eller } g:h=a:b \\ h:q=a:b & & h:q=a:b \\ & & q:r=a:b \end{array}$$

saar siger man $g:q$ er i fordoblet Forhold (duplicata) med $a:b$; $g:r$ er i tredobbelt (triplicata) med $a:b$, o. s. v.

Hvorledes man, ved at multiplicere de under hinanden staaende Led, af de sammensatte Forholde faaer enkelte, lærer Spøen. Saaledes er nu Duc. : St. = 2. 96 : 1. 1 = 192 : 1. Deraf sees ogsaa, hvorfor den fordoblede Forhold kan hede den quadratiske; den tredobbelte den cubiske.

XII. Sammenhæng mellem de practiske Regningsregler, saasom den almindelige Regula Detri, den Reesiske og Riederegelen, Selstabs- og Alligationsregningen o. s. med den hidtil anførte Theorie.

§. 188.

Anvendelsen af de i §. 179. og 187. fremsatte Lærdomme paa mange, endog i det almindelige Liv forekommende, Opgavers Oplosning, heder Regula Detri. Den forekommer 1) naar en Størrelse vorer og formindskes i lige Forhold med den anden, f. E. Vagte og deres Priser (Reg. Detri directa), 2) naar en Størrelse netop formindskes saa mange gange, som den anden formeres, f. E. Arbeidernes Tid og Antal (Regula Detri inversa).

Ihi



Thi naar der spørges, hvor meget koste 6 H, naar 3 H koste 7 Rdr., saa forholder sig Rigsdalernes Antal ligesom Pundenes Antal, det søgte være x , saa er $3 \text{ H} : 6 \text{ H} = 7 \text{ Rdr.} : x \text{ Rdr.}$, og $x = \frac{7 \cdot 6}{3}$. Men naar der spørges: hvor megen Tid behøve 6 Arbeidere til et Arbeide, hvormed 9 blive færdige i 3 Dage; saa ere Tallene paa Arbeiderne omvendt som Dagenes Antal. Altsaa $6 \text{ Arb.} : 9 \text{ Arb.} = 3 \text{ Dage} : x$, og $x = \frac{3 \cdot 9}{6}$.

Enhvert saadant Spørsmaal bestaaer altid af 2 Dele, som man her kalder Sætninger; nemlig den Deel, hvori alting er bekiendte Størrelser, den bekiendte, men den, hvori den søgte Størrelse (Spørsmaalstallet) forekommer; kalder man Spørgesætningen.

§. 189.

Naar 20 Arbeidere, som daglig arbeide 8 Timer, faae en Dæmning 300 Fod lang færdig i 4 Uger, i hvor mange Uger blive da 16 Arbeidere, som daglig ere 12 Timer ved Arbeidet, færdige med en Dæmning af 400 Fod? Man kan beregne dette ved igientagen Anvendelse af den enkelte Proportionsregel: af begge Sætninger tager man et Par ligebenævnte Størrelser, f. E. Arbeiderne, og dernæst af det bekiendte den med Spørsmaalstallet lige benævnte Størrelse, her Ugerne, og slutter, uden endnu at see paa de øvrige Stykker:

$$16 \text{ Arb.} : 20 \text{ Arb.} = 4 \text{ Uger} : w, \text{ og } w \text{ er } = \frac{20 \cdot 4}{16} = 5.$$

Tallene



Tallene paa Arbejderne ere satte omvendt, fordi man slutter: jo flere Arbejdere, jo færre Uger. Men det kommer ogsaa an paa Arbejdets Størrelse, og man slutter: jo større Arbejdet, jo længere Tid $300 \text{ F.} : 400 \text{ F.} = w \text{ \& } y$. Altsaa $y = \frac{400 \cdot w}{300}$.

Endelig fordi Ugetallet formindskes, naar der daglig arbeides flere Timer: saa er

$$12 \text{ T.} : 8 \text{ T.} = y : x, \text{ og } x = \frac{8 \cdot y}{12}.$$

$$\text{Folgelig } x = \frac{8 \cdot 400 \cdot w}{12 \cdot 300} = \frac{8 \cdot 400 \cdot 20 \cdot 4}{12 \cdot 300 \cdot 16}.$$

Naar vi nu lægge Mærke til, hvilke af Talletne der ere tagne af den bekiendte, og hvilke af Spørgesætningen: saa blive vi vaer, at vi paa een gang kunde finde denne Oplosning, naar vi gjorde alle de Størrelser i Spørgesætningen, ved hvis Forstørrelse, ceteris paribus, det søgte Tal ogsaa bliver større, til Tællerens Factorer, dem derimod, ved hvis Forstørrelse det vilde blive mindre, til Nævnerens Factorer. Tallene i den bekiendte Sætning ordnes nu saaledes, at den med Spørsmaalstallet lige benævnte Størrelse kommer til at staae i Tælleren, men for Resten intet Tal af lige Navn med et i Spørgesætningen kommer til at staae paa een Side af Stregen med det. Naar *B* hensigter til den bekiendte, *S* til Spørgesætningen, og Størrelsernes Navne sættes hos, saa har man



$$x \text{ Uger} = \frac{\begin{matrix} B & B & B & S \\ 4 \text{ Uger} \times 20 \text{ Arb.} \times 8 \text{ Tim.} \times 400 \text{ Fod} \end{matrix}}{\begin{matrix} B & S & S \\ 300 \text{ F.} \times 16 \text{ Arb.} \times 12 \text{ Tim.} \end{matrix}}$$

§. 190.

Dette er i Hensigt til det Væsentlige den saa berømte Rees'ske Regel, naar vi kun med Rees af den horizontale Stilling gjøre en vertical, og sætte Tællerens Poster paa høire, og Nævnerens Poster paa venstre Haand af den verticale Streg, men skrive Spørmaalstallet over den sidste, som følger:

x Uger	4 Ug.	eller x Uger	4 Uger
300 Fod	20 Arb.	16 Arb.	20 Arb.
16 Arb.	8 Tim.	300 Fod	400 Fod
12 Tim.	400 Fod	12 Tim.	8 Tim.

Thi Exemples øvrige Behandling er nu ligesaadan, som om Brøken's Skikkelse var beholdt. Jeg vil igientage den hele Regel:

Man tager Spørgesætningen for sig. Det ved x udtrykte Spørgetal sætter man paa venstre Haand af en vertical Streg. Derpaa overveier man ved enhver Størrelse i Spørgesætningen især, om dens Forstørrelse, ceteris paribus, vilde gjøre, at Spørgetallet maatte blive større eller mindre. Er det første, saa sætter man den lige over for Spørgetallet paa den høire Side af Stregen; er det sidste, skriver man den under Spørgetallet paa venstre Haand af Stregen. Derpaa ordner
man



man Tallene af den bekiendte Sætning efter deres Navn saaledes, at der kun ikke komme eens Navne til at staae paa samme Side af Stregen. Efterat Opsætningen paa saadan Maade er gjort, saa forforktes Tallene i begge Rader imod hinanden (ligesom Factorerne i en Brøks Tæller og Nævner.) Naar intet mere lader sig forforkte, divideres Productet af Tallene i Colunnen paa den høire Haand med Productet af Tallene paa den venstre Haand, Quotienten er det søgte Tal.

Skulde der forekomme Brøker blant Tallene, saa bortskaffes de derved, at man lader Tælleren blive paa sit Sted, men skriver Nævneren paa den lige over for staaende Side. Grunden hertil er tydelig.

Lil ovenfor anførte Exempel ville vi endnu føie et, og saa beregne dem begge. Naar man sætter, at en Tønde Rug koster 3 Rdr. og at et 7 Skillings Brød veier $3\frac{1}{2}$ lb, hvor meget maae forholds- mæssig et 13 Skillings Brød veie, naar en Tønde Rug koster 4 Rdr. 3 Mk.?

I. x Uger	4 Uger
16 Arb.	20 Arb.
300 Fod	400 Fod
12 Tim.	8 Tim.
4	2
6	
3	10
9	40
9) 40	$4\frac{2}{3}$ Uger = x

II. x Pd.	13 f.
4 Rdr. 3 Mk. =	4 Rdr. =
432 f.	288 f.
Kornpr.	Kornpr.
7 f.	$4\frac{1}{2}$ Pd.
2	7
3	144
3	13
$x = \frac{1}{3} = 4\frac{1}{3}$ Pd.	

Lhi

Thi var Kornprisen den samme, saa fik man flere H for flere p . Men fastsætter man et lige Antal af p . for Brød, saa faaer man ved større Kornpriis mindre H for samme Penge.

Rees har noget anderledes foredraget sin Regel. Min, tænker jeg, skal føre til samme Maal og endnu sikrere. Den ophæver meget got Bæmskeligheden ved Opsætningen, da den leder Opmærksomheden fra en Mængde Objecter til eet eneste.

S. 191.

Fra den Reesfke Regel er, tænker jeg, Riebs reglen forskiellig, hvoraf Riobmænd betiende sig længe for Rees, naat de sammenlignede Mynter, Maal og Bægter, ikke umiddelbar, men ved Mellemførsætninger, altsaa og i Berelregninger. Den kan kortelig gives saaledes: Man begynder med Spørgetallet. Lige over for det paa høire Haand sætter man det Tal, som Spørgsmaalet angaaer. Paa venstre Haand sætter man af de givne det, som har eens Navn med det sidst nævnte, og der lige over for det, som i Opgaven er angivet af lige Værd med det sidste. Herpaa igien paa venstre Side et af samme Navn med det sidst paa høire Haand skrevne, og saaledes videre, indtil der paa høire Side kommer et Tal af samme Navn som det søgte, det øvrige gøres nu som i den Reesfke Regel. F. E.

En Riobmand i Preussen skal oversende 1000 Rdr. i Fridr. d'or til Holland, hvor meget gjør dette
der



der i Holl. Ducater, naar Coursen imod Guld er 135 pr. Cent. (d. e. 135 Rdr. pr. i Guld er 100 Rdr. holl. Courant) og 1 Duc. = 5 Fl. 4 Styrer; 1 Fl. = 20 Styrer og $2\frac{1}{2}$ Fl. = 1 Rdr. holl. Courant.

x Duc.	1000 Rdr. i Fr. d'or
135 Rdr. i Fr. d'or	100 Rdr. h. C.
2 Rdr. h. C.	5 Fl. h. C.
1 Fl. h. C.	20 Styr. h. C.
104 St. h. C.	1 Duc.
27 - - -	25
26 - - -	5
13	

$$351 x = 125000$$

$$x = \frac{125000}{351} = 356\frac{44}{351} \text{ Duc.}$$

$$135:100 = 1000 \text{ Rdr. i Fr. d'or} : v \text{ Rdr. h. C.}$$

$$2:5 = v \text{ Rdr. h. C.} : w \text{ Fl. h. C.}$$

$$1:20 = w \text{ Fl. h. C.} : y \text{ St. h. C.}$$

$$104:1 = y \text{ St. h. C.} : x \text{ Duc.}$$

$$135 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 104 : 100 \cdot 5 \cdot 20 \cdot 1 = 1000 : x \text{ Duc.}$$

$$\text{Dette giver } x = \frac{1000 \cdot 100 \cdot 5 \cdot 20}{135 \cdot 2 \cdot 104}$$

$$\text{eller } x = 356\frac{44}{351}.$$

Den hofsatte Beregning efter den almindelige Maade viser, hvorledes Riedereglen følger af §. 187.

§. 192.

Der kunne foresalde Exempler, i hvilke begge Regler finde deres Anvendelse. Af dette Slags er



er følgende: En Riøbstæd, som bestaaer af 100 Familier, har kunnet underholdes med 1275 Rdr. for Rug til Brød Aaret igiennem, naar en dansk Lønde Rug koster 2 Rdr. 5 Mk.; naar nu denne Riøbstæd er formindsket til 82 Familier (og Forholden imellem større og mindre Familier ellers bliver den samme) og den formedelt forefaldne Omstændigheder lader sit Brød-Rug komme fra Riga, hvor meget behøver den da for eet Aar til sin Underholdning med Brød, naar en Rigisk Løst Rug koster, Fragten iberegnet, 66½ Rigsdaler Alberts, og 104⅓ Rdr. Alb. gjør 100 Rdr. Hamborger Banco, Børselcoursen imellem dansk Courant og Hamborger Banco være 132 pr. Cent. og en Rigisk Løst give ved Udmaalningen paa Stedet 21¼ danske Lønder.

Opsætningen er denne:

x Rdr. dansk Cour.	82 Fam.
100 Fam.	66½ Alb. Rdr. for en Rigisk Løst
2½ Rdr. dansk Cour. for	1275 Rdr. dansk Cour.
1 Lønde	100 Rdr. Hamb. B.
104⅓ Alb. Rdr.	132 Rdr. dansk Cour.
100 Rdr. Hamb. Banco	1 Rigisk Løst
21¼ Lønde	

Fac. 1432⁶⁷⁷ Rdr. dansk Cour.

Den første Deel er ordnet efter den Reesiske Regel. Derpaa Alberts Rigsdaler efter Riedes reglen bragt til dansk Courant; nu maatte det endnu bringes i Anslag, at der eengang taledes om Prisen paa en dansk Lønde, den anden gang om



Prisen paa en Riggst Pæst. Derved maatte Ud-
gigten blive mindre i det Forhold $21\frac{1}{4} : 1$. Man
sætter derfor $21\frac{1}{4}$ i Divisions- og 1 i Multiplica-
tions-Columnen. En Hielperegel, som man i
lignende Tilfælde kan føre sig til Nytte. Overalt
have vi med Glid ikke valgt de letteste Exempler.

Foruden Keeses eget Værk kan man videre
raadføre sig med Willichs Erläuterung der Keesi-
schen Regel og med Schmidts Rechenkunst. Den
sidste adskiller ikke den Keesiske Regel fra Kiebes-
reglen.

§. 193.

Den saa kaldte Selskabsregning, hvorfra
Blandingsregningen ikkun i Henseende til Ob-
jectet er forskjellig, grunder sig paa den alminde-
lige Opgave: at dele et Heelt i Dele efter en gi-
ven Forhold. Lad det Hele være a , de søgte Dele
 x, y, z , Forholden $b : c : d$, saa er $b + c +$
 $d : a = b : x ; = c : y ; = d : z$, o. s. f. hvore-
til Grunden let er at vise.

For Kortheds Skyld anfører jeg kun endnu,
at Inddelingen af den hele Gevinst eller Tab a
maaes gøres herester, naar flere Personer have
Deel i noget i de Størrelsers, b, c, d , Forhold,
s. E. ved Haverie. See ellers Polack S. 28 og
i det 4de og 5te Capitel.

Fod kalder man ved Repartitioner det Tal,
som viser, i hvad For en Forhold enhver Deelta-
gende kommer i Betragtning. Ere her forskiel-
lige



lige Hensigter at betragte, saa maae man multiplicere de forskiellige derved fundne Tal med hinanden; Producterne give Middel-Repartitionsfoden. See Ungers Beitrage XI. Abh. §. 37. ff.

Endnu høre herhid saadanne Opgaver, naar der skal skaffes en vis Mængde af en Materie, som er sammensat af forskiellige Ingredientser, hvis Forhold man veed, da at finde den egentlige Qvantitet af hver Ingredients. F. E. Krud, Recepter, o. a. m.

§. 194.

Naar to Slags Materier af forskiellig Værd eller Gehalt skal blandes saaledes iblant hinanden, at der udkommer en Blanding af en Middelværdie, saa giver Algebra dertil en almindelig Regel, som man har optaget i den practiske Regnekunst, og kaldet Alligationsregelen. Af et Maal af den bedre Ting A være Værdien $= b$; et ligesaa stort Maals Værdie af den slettere Materie B være p , Værdien af saadant et Maal af Blandingen skal være m . Den søgte Forhold, hvori man maae blande Ingredientserne A og B , er x og y ; nu have x Maal af A Værdien bx , og y Maal af B Værdien py . Ethvert Maal i Summen $x + y$ skal have Værdien m . Den hele Blanding har altsaa Værdien $m(x + y) = mx + my$. Følgelig er $bx + py = mx + my$, og $bx - mx = my - py$, d. e. $(b - m)x =$

D 2

$(m - p)y$



$(m - p) y$, eller $b - m : m - p = y : x$.
 Heraf har man gjort følgende Regel: Man skrive den bedre og slettere Priis eller Gehalt under hinanden, den mellemste paa venstre Side. Paa den høire sætte man ved den bedre Forskiellen imellem den slettere og mellemste, og ved den slettere Forskiellen imellem den bedre og mellemste, saa vise Differencerne den Forhold, hvori de søgte Materier maae tages.

$$m \left| \begin{array}{l} b \\ p \end{array} \right| \begin{array}{l} m - p \text{ som } x \\ b - m \text{ som } y \end{array} \quad 13 \left| \begin{array}{l} 15 \\ 10 \end{array} \right| \begin{array}{l} 3 \\ 2 \end{array}$$

Wiin til 15 Rdr. Ankeret skal saaledes blandes med Wiin til 10 Rdr., at der kommer en Wiin til 13 Rdr. Ankeret; eller 15 lødigt Sølv skal legeres med 10 lødigt i den Forhold, at Blanding er 13 lødigt; maae beregnes, som Exemplet viser. Nemlig naar der tages 3 Dele af det bedre, saa maae dertil komme 2 Dele af det slettere. Videre Udførelse kan her ikke forlanges.

§. 195.

Der være given en Størrelse af den Form $\frac{a \cdot b}{c} = a \cdot \frac{b}{c}$. Sæt $b > c$; men dog $b < 2c$,

saa kan man altid sætte $\frac{b}{c} = 1 + \frac{d}{c}$, saa at $\frac{d}{c}$ er en egentlig Brøk. Altsaa var $a \cdot \frac{b}{c} = a + \frac{ad}{c}$.

Dette kan give en stor Forkortning i Regningen med Proportioner. F. E. naar 7891 lb. koste



7901 Rdr.; hvad koste 174 H? saa er det søgte
 $Tal = 174 \cdot \frac{7891}{7891} = 174 \cdot (1 + \frac{10}{7891}) = 174 + \frac{1740}{7891}$. Dette er Grunden til den Regel, som
 Hr. Schmid i det VI Affnit af sin Regnekunst an-
 fører uden Beviis, men omstændelig viser dens
 Anvendelse.

XIII. Om geometriske Progressioner.

§. 196.

En geometrisk Progression er en Række
 Tal, hvori de følgende altid blive lige mange gange
 større eller mindre, saa at hver 3 og 3 hos hinan-
 den staaende give en sammenhængende Proportion
 af eens Exponent. Det Tal, som her viser, hvor
 mange gange ethvert følgende Led er større eller
 mindre end det foregaaende, skal imidlertid altid
 her hede Forholdsnavnet. Den almindelige
 Form paa saadan en Progression er denne:

Viser 1 2 3 4 $n-1$ n
 Række $a \cdot ma \cdot m^2a \cdot m^3a \cdot - \cdot m^{n-2}a \cdot m^{n-1}a$

Till. 1. Da nu a er det første Led, m For-
 holdsnavnet, sag lader dette sig finde, naar man
 veed det 2det og 1ste Led. Thi $\frac{ma}{a} = m$.

Till. 2. Alle Led efter Ordenen findes, naar
 man multiplicerer ethvert foregaaende allerede
 funden med Forholdsnavnet.



Till. 3. Ethvert Led uden for Ordenen eller det n de Led findes, naar man opheier Forholdsnavnet til en Potents, hvis Exponent er 1 mindre end Ledets Tal, og multiplicerer denne Potents med a . Eller det almindelige Led (terminus generalis) i saadan en Række er $m^{n-1}a$.

Till. 4. Det sidste Led i saadan Række, naar den bestaaer af n Led, heide u , saa er $u = m^{n-1}a$.

Till. 5. Er m et heelt Tal eller en uegentlig Brøk, saa faaer man en opstigende Række, hvori de følgende Led altid blive større; er m en egentlig Brøk, saa faaer man en faldende Række.

Till. 6. Naar man dividerer ethvert Led i en Række med det første Led a , saa faaer man altid en Række, hvis første Led er 1, og de øvrige ere Potentser af Forholdsnavnet m . Thi Hovedformen forandres til denne: $1 \cdot m \cdot m^2 \cdot m^3 \cdot m^4 \cdot m^5 \text{ — — } m^n$.

§. 197.

Productet af de to yderste, og af de to fra de yderste lige langt bortstaaende Led i en geometrisk Progression ere lige store. Thi $am^{n-1}a = m^{n-1}a^2$, og $ma \cdot m^{n-2}a = m^{n-1}a^2$, o. s. f.

§. 198.

Opg. At finde Summen af alle Led i en geometrisk Progression.

Oplosn.



Opløsn. Denne Sum hede S , saa er

$$S = a + ma + m^2a + m^3a + \dots + m^{n-2}a + m^{n-1}a$$

$$mS = ma + m^2a + m^3a + \dots + m^{n-1}a + m^na$$

$$mS - S = m^na - a$$

$$(m - 1)S = m^na - a$$

$$S = \frac{m^na - a}{m - 1}$$

Da nu $u = m^{n-1}a$ §. 196. Till. 4., saa er

$$mu = m \cdot m^{n-1}a = m^na, \text{ følgelig } S = \frac{mu - a}{m - 1}.$$

Till. Denne Regel er tilstrækkelig til, at finde Summen saavel af opstigende som faldende Rækker af dette Slags. Lad være f. E. $a = 1$; $u = 729$; $m = 3$, altsaa Rækken opstigende, saa er $S = \frac{3 \cdot 729 - 1}{3 - 1} = \frac{2186}{2} = 1093$. Var derimod $a = 729$; $u = 1$; $m = \frac{1}{3}$, altsaa Rækken en faldende, saa er $S = \frac{\frac{1}{3} \cdot 1 - 729}{\frac{1}{3} - 1} = -\frac{2186}{2} = -1093$.

Til Øvelse kan man her søge Antallet paa alle de Korn, som Opfinderen af Skakspillet udbad sig til Belønning §. 121. Her var $a = 1$; $u = 2^{63}$; $m = 2$. Altsaa $S = \frac{2 \cdot 2^{63} - 1}{2 - 1} = 2^{64} - 1$, hvilket man kan søge efter den anførte Sph. Naar nu efter Wallis 491520 Hvedekorn udgjøre en Bu-
D 4
schel,



schel, saa er 1848 engelske eller $1694\frac{1}{4}$ dansk Cubic Tomme, saa maae en dansk Tønde eller 7776 Cubic Tomme indeholde 2205918 Hvedekorn, og man saaer da Tøndernes Antal.

§. 199.

Eigesom i den arithmetiske Progression §. 172. Till. har man ogsaa her 5 Størrelser og 2 Fundamental-Egninger, $u = m^{n-1}a$, og $S = \frac{m^n a - a}{m - 1}$

$= \frac{mu - a}{m - 1}$; altsaa kunne ogsaa her forekomme 10

Opgaver, af 3 givne at finde 2 ubekiendte Størrelser. Saaledes finder man f. E. $m = \sqrt[n-1]{\frac{u}{a}}$,

og $a = \frac{(m-1)S}{m^n - 1}$. Bestemmelsen af den første

Værdie vilde slet ikke, og af den anden meget besværlig være at finde ved de hidtil lærte Regninger, naar n er et noget stort Tal. Logarithmerne, som snart skulde forklares, vise og lette Omgangsmaaden.

§. 200.

Opg. At finde Summen af en uendelig Række, hvis Forholdsnavn er en egentlig Brøk.

Opløsn. Det første Led være a , den egentlige Brøk $\frac{b}{c}$ Forholdsnavnet, saa er

$$S = a$$



$$S = a + \frac{ab}{c} + \frac{ab^2}{c^2} + \frac{ab^3}{c^3} + \frac{ab^4}{c^4} \dots \text{infin.}$$

$$\times \frac{b}{c}$$

$$\frac{b}{c} S = \frac{ab}{c} + \frac{ab^2}{c^2} + \frac{ab^3}{c^3} + \frac{ab^4}{c^4} + \frac{ab^5}{c^5} \text{ o. f. v.}$$

$$S - \frac{b}{c} S = \left(1 - \frac{b}{c}\right) S = a$$

$$S = \frac{a}{1 - \frac{b}{c}} = \frac{ac}{c - b}$$

Till. Naar Tegnene + og - afveerle: saa er

$$S = a - \frac{ab}{c} + \frac{ab^2}{c^2} - \frac{ab^3}{c^3} \dots \text{infin.}$$

$$\frac{b}{c} S = \frac{ab}{c} - \frac{ab^2}{c^2} + \frac{ab^3}{c^3} - \frac{ab^4}{c^4} \text{ o. f. v.}$$

$$\left(1 + \frac{b}{c}\right) S = a, \text{ og } S = \frac{ac}{c + b}$$

Anmærkn. Disse Summer lade sig ogsaa ulede af Hovedformlen §. 198. naar man kun betænker, at det sidste Led er uendelig lidet, altsaa $mu = 0$, og ved afveerlende søger Summen af den positive og negative Deel særskilt, og saa drager dem fra hinanden.

§. 201.

$$\text{Dersom } S = \frac{x}{a} + \frac{x}{a^2} + \frac{x}{a^3} + \frac{x}{a^4} \dots \text{infin.}$$

$$\text{saa er } \frac{x}{a} S = \frac{x}{a^2} + \frac{x}{a^3} + \frac{x}{a^4} \text{ o. f. v.}$$

$$S - \frac{x}{a} S = \left(1 - \frac{x}{a}\right) S = \frac{x}{a} \text{ d.e. } S = \frac{\frac{x}{a}}{1 - \frac{x}{a}} = \frac{x}{a - x}$$

$$\text{og dersom Tegnene afveerle, saa var } S = \frac{x}{a + x}$$



Lill. Derfor lade Tællrækker af dette Slags sig let summere, f. E. $2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \frac{2}{27} - - \text{infin.}$

$$= \frac{2 \cdot 3}{3-1} = 3 \text{ efter §. 200; thi } a = 2; \frac{b}{c} = \frac{1}{3}.$$

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{16} - \frac{1}{32} - - - = \frac{1 \cdot 2}{2+1} = \frac{2}{3}.$$

Decimalbrøken 9,99999 - - - in infin. =

$$9 + \frac{9}{10} + \frac{9}{100} + \frac{9}{1000} \text{ o. s. v. } = \frac{9 \cdot 10}{10-1} = \frac{90}{9} = 10.$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} - - - = \frac{1}{2-1} = 1 \text{ o. d. l.}$$

Man sammenligne disse Rækker med dem, som opkom ved Divisionen §. 91.

§. 202.

For at indskynde et nyt Led imellem hver 2 Led af en geometrisk Række, saaledes at Rækken bliver en geometrisk Progression, behøver man kun at søge de mellemste geometriske Proportionalstørrelser. Saaledes bliver f. E.

$$a \cdot \sqrt{(ma^2)} \cdot ma \cdot \sqrt{(m^3a^2)} \cdot m^2a \cdot \sqrt{(m^5a^2)} \cdot m^3a$$

$$a \cdot m^{\frac{1}{2}}a \cdot ma \cdot m^{\frac{3}{2}}a \cdot m^2a \cdot m^{\frac{5}{2}}a \cdot m^3a - -$$

hvor Forholdsnavnet er $m^{\frac{1}{2}}$. Paa samme Maade kunde man endnu videre interpolere.

XIV. Om Logarithmerne.

§. 203.

Uf en geometrisk Progression, som begynder med 1, kan man, naar det andet Led er givet, finde ethvert følgende Led derved, at man multiplicerer
ethvert



ethvert foregaaende med det andet. S. 196. Till. 6. og 2. Eller man kan af 1 finde alle Led i Rækken ved igientagen Anvendelse af Forholden imellem det 1ste og 2det Led, som heder Grundforholden. Man slutter nemlig bestandig: som 1 til det 2det Led, saaledes det foregaaende Led i Rækken til det efterfølgende. Jeg vil forestille denne Omgangsmaade i en Tabel baade almindelig og med et Exempel. I den første Proportion er 1 selv det foregaaende Led, og Grundforholden $1 : a$.

1	$1 : a = 1 : a$	$1 : 10 = 1 : 10$	$10 = 10$
2	$1 : a = a : a^2$	$1 : 10 = 10 : 10^2$	100
3	$1 : a = a^2 : a^3$	$1 : 10 = 10^2 : 10^3$	1000
4	$1 : a = a^3 : a^4$	$1 : 10 = 10^3 : 10^4$	10000
5	$1 : a = a^4 : a^5$	$1 : 10 = 10^4 : 10^5$	100000
-	- - - -	o. s. v.	
-	- - - -		
-	- - - -		
-	- - - -		

$$n \quad 1 : a = a^{n-1} : a^n$$

$$n+1 \quad 1 : a = a^n : a^{n+1}$$

Man seer nu vel, at Rækken af de naturlige Tal i den første verticale Columnne optæller, hvor ofte Grundforholden er bleven anvendt, for af 1 at gjøre ethvert Led i Rækken $1, a, a^2, a^3$ o. s. v. For saavidt hede disse Tal Forholdstallene eller Logarithmerne til Ledene i den geometriske Progression. Saaledes er 4 Logarithmen af a^4 , eller i det specielle Tilfælde af $10000 = 10^4$; n er Logarithmen af a^n .

Saa



Saaledes ere altsaa de naturlige Tal eller den arithmetiske Række 1, 2, 3, 4, 5, o. s. v. Logarithmerne til Tallene i enhver geometrisk Række, som begynder med 1, Grundforholden maae være hvilken den vil, saa at 1 altid er Logarithmen til det 2det Led eller til Grundtallet, 2 Logarithmen til den anden Potents af Grundtallet, o. s. f.

For saavidt de selv samme Logarithmer tilhøre ganske forskellige Tal, eftersom man antager Grundforholden anderledes, kan der gives forskellige Logarithmesystemer. I det almindelige eller Briggiske er 1 : 10 Grundforholden.

Da 1 er Logarithmen til a eller til a^1 eller i det Briggiske System til 10^1 ; 2 er Logarithmen til a^2 og til $10^2 = 100$; 3 Logar. til a^3 og til $10^3 = 1000$; i Almindelighed n er Logarithmen til a^n , og til 10^n i det Briggiske System, saa kan man i Almindelighed gjøre den Slutning: Logarithmerne til et Tal ere eens med Exponenterne i den Potents af Grundtallet, som er lige stor med det Tal, hvortil Logarithmen hører.

§. 204.

En geometrisk Progression som den forehavende, fortsættes i opstigende Orden, som er vlist i forrige §ph; men ogsaa paa den modsatte Side eller nedstigende derved, at man dividerer med det andet Led eller med Forholdsnavnet. Derved
saaer



faaer man følgende Rækker, naar man tager §. 118. og 119. til Raads, og lægger den sidste Sammenligning imellem Logarithmerne og Exponenterne af Grundtallets Potentser til Grund.

---	$\frac{1}{a^3}$	$\frac{1}{a^2}$	$\frac{1}{a}$	1	a	a^2	a^3 o. s. f.
---	a^{-3}	a^{-2}	a^{-1}	a^0	a^1	a^2	a^3
	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{10}$	1	10	100	1000
	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^0	10^1	10^2	10^3
Log.	-3	-2	-1	0	1	2	3

Hvoraf sees, hvorfor Logarithmen af 1 altid er 0, Logarithmerne af de egentlige Brøker mindre end 0, d. e. negative Størrelser.

§. 205.

Rækker som de forehavende lade sig interpolere efter §. 202. f. E.

a^0	$a^{\frac{1}{4}}$	$a^{\frac{1}{2}}$	$a^{\frac{3}{4}}$	a^1	$a^{\frac{5}{4}}$	$a^{\frac{3}{2}}$	$a^{\frac{7}{4}}$	a^2
1	$10^{\frac{1}{4}}$	$10^{\frac{1}{2}}$	$10^{\frac{3}{4}}$	10	$10^{\frac{5}{4}}$	$10^{\frac{3}{2}}$	$10^{\frac{7}{4}}$	10^2 o. s. f.
Log. 0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1	$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{7}{4}$	2
Thi $\sqrt[4]{1 \cdot a} = \sqrt[4]{a} = a^{\frac{1}{4}}$; $\sqrt{(a^{\frac{1}{4}} \cdot a^{\frac{1}{4}})} = \sqrt{a^{\frac{1}{2}}} = a^{\frac{1}{4}}$, o. s. f. Ligeledes $\sqrt{(1 \cdot 10)} = 10^{\frac{1}{2}}$ o. s. f.								

Heraf lader det sig forklare, hvorledes Logarithmerne for alle Tal fra 1 til 10000, som staae i de sædvanlige Tabeller, ere beregnede indtil det 7de Decimaltal, da der ved de forhen indtil §. 203. fremsatte Sætninger ifkun saaes, hvad Logarithmerne ere til 1, 10 og Potentserne af 10. Efterat nemlig eengang Grundforholden eller basis logarithmica 1 : 10 var fastsat, saa kunde Logarithmerne



merne til de Tal, der falde imellem 1 og 10, imellem 10 og 100 o. s. v. i det mindste ikke mere være hele Tal.

Vil man nu til et Tal, f. E. til 5, finde den tilhørende Logarithme, saa søger man $\sqrt{(1 \cdot 10)} = 3,162277$ - - Da $\sqrt{10} = 10^{\frac{1}{2}}$, saa er Logarithmen til den fundne Størrelse $= \frac{1}{2} = 0,5$. Men da 5 indeholdes imellem $10^{\frac{1}{2}} = 3,162277$ - - og 10, saa søge man paa nye $\sqrt{(10 \cdot 3,162277)} = 5,623413$ - - For dette Tal, som er $= \sqrt{(10 \cdot 10^{\frac{1}{2}})} = \sqrt{10^{\frac{3}{2}}} = 10^{\frac{3}{4}}$, har man altsaa Logarithmen $\frac{3}{4} = 0,75$. Da nu 5 ligger imellem $3,162277$ - - og $5,623413$ - - d. e. imellem $10^{\frac{1}{2}}$ og $10^{\frac{3}{4}}$, saa søger man $\sqrt{(10^{\frac{1}{2}} \cdot 10^{\frac{3}{4}})} = \sqrt{10^{\frac{5}{4}}} = 4,216965$ - - Deraf er, fordi $\sqrt{10^{\frac{5}{4}}} = 10^{\frac{5}{8}}$, Logarithmen $\frac{5}{8} = 0,625$. - - Naar man nu saaledes vedbliver, altid at søge det mellemste Proportionaltal til 2 allerede fundne Tal, imellem hvilke 5 ligger, og hver gang at antage de brudne Exponenter for Logarithmerne til de saaledes fundne Tal, og at bringe dem til Decimalbrøker, saa faaer man endelig et Tal 5,000000 - - d. e., som ikke er en Milliondeel forskielligt fra 5, og dets tilhørende Logarithme finder man indtil det 7de Decimaltal $= 0,6989700$, som den staaer i de sædvanlige Tabeller.

Paa denne besværlige Wei have virkelig Brigg og Blacq først maattet søge Logarithmerne til mange Tal, f. E. til 5, 3 og 7. Vi ville strax faae at see, at den største Deel lettere lod sig finde.

Herefter

Herefter skal Bogstavet l intet andet betyde end Logarithme, f. E. $l a$, $l 12$, skal bede Logar. af a , Logar. af 12 .

§. 206.

Logarithmen til et Product er Summen af dets Factorers Logarithmer, og Logarithmen til en Quotient er Forskiellen imellem Dividendi og Divisors Logarithmer.

Beb. I. Alle Tal, hvortil man har beregnet Logarithmer, ere at ansee som Potenser af 10, eller i Almindelighed af a med hele eller brudne Exponenter. n og m maae forestille saadanne Exponenter. Den ene Factor være a^n , saa er dens Logarithme n , den anden være a^m , dens Logarithme er m . Nu er $a^n \cdot a^m = a^{m+n}$. Altsaa er $l a^n \cdot a^m = l a^{m+n} = m + n =$ Summen af Factorernes Logarithmer.

2. Egeledes er $l \frac{a^n}{a^m} = l a^{n-m} = n - m =$ Forskiellen imellem Dividendi og Divisors Logarithmer.

F. E. $l 100 \cdot 1000 = l 10^2 \cdot 10^3 = l 10^5 = 5$ og 5 er Summen $2 + 3$. Men 2 var Logarithmen af $100 = 10^2$, og 3 af $1000 = 10^3$.

Fremdeles $l \frac{10000}{10} = l \frac{10^4}{10^1} = l 10^3 = 3 = 4 - 1$, Forskiellen imellem Logarithmerne af 10000 og 10.

Till.



Till. 1. Naar man nu sætter, at Logarithmerne af 1, 3, 5, 7, 10 vare eengang beregnede, saa er $\log 2 = \log \frac{10}{5} = \log 10 - \log 5$; $\log 4 = \log 2 \cdot 2 = \log 2 + \log 2 = 2 \log 2$; $\log 6 = \log 2 \cdot 3 = \log 2 + \log 3$; $\log 8 = \log 2 + \log 4$; $\log 9 = 2 \log 3$. Nu maatte $\log 11$ igien særskilt søges. Men $\log 12 = \log 3 + \log 4$. Fremdeles maatte $\log 13$ særskilt søges, $\log 14$, $\log 15$, $\log 16$, giver Additionen; men $\log 17$ søges særskilt, saa at man overhovedet seer, at $\log 2$ undtagen, maatte Logarithmerne til Primtallene særskilt søges.

De paa denne Maade fundne Logarithmer til Tallene fra 1 til 10000 ere nu i Tabellerne satte lige over for deres Tal. I har 0 og ifkun 10 og dets Potenser have hele Tal til Logarithmer. Til disse hele Tal ere søiede 7 Nuller, men adskilte derfra ved Decimaltegnet. S. 50. Till. 1. De Tal under 10 have sutter egentlige Decimalbrøker til Logarithmer: i de hele Tals Plads staaer derfor 0. Logarithmerne til Tallene imellem 10 og 100 ere > 1 og < 2 , derfor staaer i de hele Tals Plads 1, o. s. v. Ciferet i de hele Tals Plads hedder Kiendeciferet eller Characteristiken.

Till. 2. Ved saaledes indrettede Tabeller kan man altsaa finde et Product (i det mindste naar det ikke overstiger 10000) blot ved at addere Factorernes Logarithmer. S. E. Man søger 34. 57. Man tager af Tabellerne

$$\lg 34 = 1,531479$$

$$\lg 57 = 1,755875$$

$$\lg 34 \cdot 57 = 3,287354$$

Det fundne logaritmiske Tal opseger man i Tabellerne, saa er det lige overfor staaende 1938 Productet. Da Logarithmerne ere afbrudte Tal, saa kan det indløbe, at det sidste Cifer ikke passer.

Ligeledes kan man ogsaa finde en Quotient, (i det mindste naar Dividendus er ≤ 10000 , og naar Tallene gaar op i hinanden) blot ved at subtrahere Logarithmerne ved Hielp af Tabellerne. F. E. 4606 skal divideres med 47, saa er

$$\lg 4606 = 3,663324$$

$$\lg 47 = 1,672098$$

$$\lg \frac{4606}{47} = 1,991226 = 198. \text{ efter Tabellerne.}$$

§. 207.

Logarithmen til en Potents af et eller andet Tal er lige stor med Rodens Logarithme, multipliceret med den Potents Exponent, hvortil Tallet skal ophoies. Naar a er Grundtallet i Systemet, saa kan a^n forestille ethvert andet Tal, hvis Logarithme er n . Nu er $\lg(a^n)^m = \lg a^{nm}$; altsaa er nm Logarithmen til den m de Potents af a^n . F. E. der skal søges 3^7 , saa er $7 \lg 3 = 0,477121 \times 7 = 3,339847$. Altsaa $3^7 = 2187$ efter Tabellerne.



§. 208.

Logarithmen til enhver Rodstørrelse er lige stor med Logarithmen af det Tal, hvoraf Roden skal drages, divideret med Roderponenten. Thi $\sqrt[n]{a^m}$

$$= l a^{\frac{m}{n}} = \frac{m}{n} l a. \text{ Men nu var } m \text{ Logarithmen af } a^m, \text{ og } n \text{ Roderponenten. } \text{§. E. } \sqrt[5]{7776}. \text{ Nu er } \frac{l 7776}{5} = \frac{37890756}{5} = 0,778151 = l 6.$$

Altsaa er 6 Roden af 5te Potents af 7776.

§. 209.

Heraf følge nu for den almindelige Regnekunst disse og deslige Ligninger og Sætninger: $l x^3 = 3 l x$; $l x^n = n l x$; $l x^n + r = (n + r) l x$

$$l x = n l x + r l x; l \sqrt[n]{x^3} = \frac{3}{n} l x;$$

$$l \sqrt[n]{x^m} = \frac{m}{n} l x; l x y z = l x + l y + l z;$$

$$l \frac{x}{y} = l x - l y; l \frac{x}{y^2} = l x - 2 l y.$$

Till. Saaledes kan man nu ogsaa finde den ubekjendte Størrelse, om den endog forekom som en Exponent i en Ligning. §. E. Naar $a^x = b$,

$$\text{saar er } x l a = l b, \text{ og } x = \frac{l b}{l a}; \sqrt[n]{a^m} = f \text{ giver}$$

$$\frac{x}{a^{x-1}}$$



$a^{x-1} = f$, følgelig $\frac{n}{x-1} la = lf$, og $x lf - lf = n la$, altsaa $x = \frac{n la + lf}{lf}$. Opgaver, som S. 199. kunne nu ogsaa let opløses, især naar man forstaaer at bruge den følgende Spøgs Anviisninger.

§. 210.

Uagtet de sædvanlige Tabeller ikkun gaae indtil Tallet 10000, saa kan man dog, naar man følger Omgangsmaaden ved følgende Opgaver, ogsaa bruge dem i mange saadanne Tilfælde, hvor man til et Tal, som ikke forekommer i Tabellerne, skal angive Logarithmerne, eller til Logarithmer, som ikke egentlig staae i Tabellerne, skal angive de tilhørende Tal.

I. At finde Logarithmen til en uegentlig Brøk, der er bragt til Decimalbrøker.

1. $l 4,738 = l \frac{4738}{1000} = l 4738 - l 1000 = 3,675595 - 3 = 0,675595$. Man kunde give den Regel: naar Decimalbrøken bestaaer af mindre end 5 Cifre, saa betragte man den som et heelt Tal, tage Logarithmen til det sidste af Tabellerne, men giøre den saa mange Eenheder mindre, som der vare Decimalcifre.

2. $l 473,8425 = l 4738,425 - l 10$. Men $l 4738 = 3,675595$, og $l 4739 = 3,675687$. Man søge begge Logarithmers Difference, eller

p 2

tage



tage den af Tabellerne $\equiv 92$. Nu antager man, hvilket vist nok ifkun noget nær er sandt, at Logarithmernes Differencer forholde sig, som Tallenes Differencer, og slutter, fordi $4739 - 4738 = 1$
 $1 : 0,425 = 92 : x$, hvor $x = 39$.

Disse fundne 39 (Milliondele) adderer man til $1/4738$, som det næst mindre Tals Logarithme, saa er $3,675634 = 1/4738,425$. Altsaa $1/10$ fradraget giver $1/473,8425 = 2,675634$.

3. At finde de første 6 Decimalcifre af Logarithmen til et Tal, som overstiger de sædvanlige Tabeller.

$189345,64 = 18934,564 \cdot 10 = 18934,564 + 1$.
 Men $18934,564$ lader sig finde efter No. 2. Ligesledes er $1/9378572 = 1/9378,572 + 1/1000$, hvilket findes efter No. 2.

4. At finde Logarithmen til en egentlig Brøk, der er bragt til Decimalbrøk. F. E.

$10,08742345 = 1/\frac{8742345}{100000000} = 18742345 - 8$,
 hvor $1/8742345$ findes efter No. 3; naar man drager detsfra 8, faaer man en negativ Størrelse. I sammensatte Regninger er det mestendeels best, ikke strax at foretage sig Fradragningen, men alene at tilkiendegive den.

II. At finde det Tal, som tilhører enhver Logarithme, hvis Kiendecifer ikke er over 6.

1. Naar alle de følgende Cifre, uden at see paa Kiendeciferet, komme overeens med en Logarithme, hvis Characteristif er 3; f. E. $1,874192$
 $= 3,$



$$\begin{aligned}
 &= 3,874192 - 2 = 17485 - 1100 = 17485 \\
 &= 174,85. \quad \text{Saaledes ogsaa } 6,874192 = \\
 &3,874192 + 3 = 17485 + 11000 = 17485000.
 \end{aligned}$$

2. Videre er $2,563946 = 3,563946 - 1$.
 Nu er $3,563946 > 13663$ og < 13664 .
 Men $13664 - 13663 = 118$; og
 $3,563946 - 13663 = 109$. Nu slutter man
 af samme Grund som I. No. 2. $118 : 109 =$
 $1 : 0,922 =$ det Tal, som endnu maae adderes til
 3663 . Altsaa er $3,563946 - 1 = 1 \frac{3663,922}{10}$
 $= 1366,3922$.

3. At finde den tilhørende egentlige Brøk til en
 negativ Logarithme. F. E. — $3,625312 = 0$
 $- 3,625312 = 1 - 14220 = 1 \frac{1}{4220}$. Vil
 man strax have Decimalbrøker, saa er — $3,625312$
 $+ 4 = 0,374688 = 12369668$ efter No. 2. Alt-
 saa — $3,625312 = \frac{27369668}{10000} = 0,00027369668$.

XV. Regningsspørgsmaale, som maae oplø- ses ved geometriske Progressioner og Logarithmer.

§. 2II.

Hvor stor bliver en Capital a efter n Aar,
 naar Renterne ved Enden af ethvert Aar altid læg-
 ges dertil?



Oplosn. Renterne kunne altid ansees som Productet af Capitalen med en egentlig Brøk. F. E. naar Renterne ere 5 pro Cent, saa ere $\frac{1}{20} a$ eet Aars Renter. Lad $\frac{q}{r}$ være den Brøk, hvormed Capitalen maae multipliceres, for at angive eet Aars Renter, saa ere i Almindelighed disse Renter $\frac{q}{r} a$.

Altsaa er Capital med Renter

$$\text{Efter 1 Aar} \quad a + \frac{q}{r} a = \frac{r+q}{r} a$$

$$\text{Efter 2 Aar} \quad \frac{r+q}{r} a + \frac{q}{r} \cdot \frac{r+q}{r} a = \left(\frac{r+q}{r}\right)^2 a$$

$$\text{Efter 3 Aar} \quad \left(\frac{r+q}{r}\right)^2 a + \frac{q}{r} \left(\frac{r+q}{r}\right)^2 a = \left(\frac{r+q}{r}\right)^3 a$$

$$\text{Efter } n \text{ Aar} \quad \left(\frac{r+q}{r}\right)^{n-1} a + \frac{q}{r} \left(\frac{r+q}{r}\right)^{n-1} a = \left(\frac{r+q}{r}\right)^n a$$

$$\text{Nu er Log.} \quad \left(\frac{r+q}{r}\right)^n a = n l \frac{r+q}{r} + l a = n (l(r+q) - l r) + l a.$$

Exempel. En Regnskabsbetjent, som i 10 Aar har sat inde med en Capital af 10000 Rdr., bliver for samme fordret til Regnskab, hvor stor en Capital kommer han til at erlægge? $a = 10000$;

$$n =$$



$n = 10$. Lad $\frac{q}{r}$ være $\frac{1}{20}$, eller $q = 1$; $r = 20$,

saa er

$$l(q+r) = l 21 = 1,322219$$

$$l r = l 20 = 1,301030$$

$$l 21 - l 20 = 0,021189$$

mult. med $n = 10$ giver $0,211890$

$$l a = l 10000 = 4$$

$$4,211890 = 3,211890 + 1 = l 16280$$

§. 212.

Man er først efter n Aar forbunden til, at betale en Capital a . Hvor meget maae man nu strax betale, om en Accord desangaaende skulde træffes?

Oploesn. Det er aabenbart, at den, som betales tiligere, end han kan forlange det, maae være tilfreds, naar han faaer en Capital x , som anlagt til landsbrugelige Renter, bliver, naar Renterne samles og altid igien benyttes, efter n Aar saa stor, som Capitalen a , hvilken han da havde at fordre. Følgelig er

$$\left(\frac{q+r}{r}\right)^n x = a \text{ eller } \frac{(q+r)^n}{r^n} x = a$$

$$\text{Altsaa } x = \frac{r^n}{(q+r)^n} a = \frac{r^n a}{(q+r)^n}$$

$$\text{Følgelig er Log. } x = n l r + l a - n l (q+r).$$

¶ 4

Exempel.



Exempel. I et Testamente er 4000 Rdr. anordnet at udbetales en Person, naar han har opnaaet 20 Aar. Saa længe er fri Brug deraf forfrevnen en Kiebsmand i sin Handel. Hvor meget kan Kiebsmanden, uden at tabe, udbetale 5 Aar tidligere, forudsat, at han bruger sine Penge i Handelen i det mindste til 10 pr. Cent. Her tales dog kun om fri Accord.

Her er $n = 5$; $a = 4000$; $\frac{q}{r} = \frac{100}{100} = 100$,
eller $q = 10$; $r = 100$.

$$5 / 10 = 5,000000$$

$$/ 4000 = 3,602060$$

$$8,602060$$

$$5 / 11 = 5,206965$$

$$3,395095 = 12484 \text{ næsten.}$$

Altsaa mere end 2484 Rdr. kan han ikke uden Glæde accordere.

§. 213.

Den sidste Regel er intet andet, end det saa bekendte Leibnizske Interusurium. En Afhandling derom havde Leibniz 1683 indrykket i Acta eruditorum. Lovkyndige gave ham Skyld for, at hans Regel førte til Anatocismus imod l. 28 C. de Usur. pr. ff. de condict. indebiti. Men i mange, om ikke i alle, saadanne Tilfælde er fri Accord ikke en saa lumsk Omgangsmaade, som sandt Sted ved Anatocismus. Imod
det

det Leibniziske Interusurium er Pösaet i Math. for. af 1756 i Abth. 2 Cap. 6te Abh. S. 49. f., hvilken dog har ladet Bilsingers Forsvar for samme, og Hofmanns Demonstrationer derimod aftrykke sammesteds S. 116. f. Hofmanns Regel til at beregne Rabatten eller interusurium, er

denne: $\frac{r^a}{nq+r} = x$, hvilken udsalder meget til

Skade for den, som skal betale forud, men imidlertid dog ikke er saa beshynderlig, som den Carp-

zowiske $x = \frac{(r-n)^a}{r}$, efter hvilken den, som for-

langde sin Betaling længer end 20 Aar for Terminen, endnu maatte give Debitor noget til. Lod

man en Capital staae forskiellige Aar efter hinanden, indfordrede ikke Renterne, og forlangde til

Slutning, hvad Regelen i S. 211. angiver, saa var det egentlig Anatocismus. Men der ere

utallig mange Tilfælde af anden Natur, end dette. Saadant er unægtelig det S. 211. beregnede Exem-

pel, fremdeles naar en Kiebmænd bestemmer Pri-

sen paa et Slags Vahre, enten efter forventende rede Betaling, eller efter lang Credit, som han

maae give, naar ved Forpagtninger Forpagtnings-

afgiøften skal betales forud eller bagefter, og mere

deslige. Elgesaadant er det ogsaa ved Rabatten. J. E. naar een tilkøber sig af en anden en Gieldes-

fordring, hvis Betaling først efter forskiellige Aar er forfalden eller kan ventes. Endnu seer man disse



Regninger angaaende Ungers Beitr. zur Math. for. S. 33. 38. og Willich i hans grüntl. Vorstellung der Keessischen Regel 2ter Th. 5 Abschn. 3ter Abs. især S. 144 og 152, hvor denne Røkkendige synes mig med meget stærke Grunde at paa-
staae, at Leibnizes Modstandere forstode ham og Sagen urigtig, og modsagde endog Lovens Hen-
sigt, som var given til Debtors Beste, o. s. v.

§. 214.

Naar der foruden de Renter, som ved §. 211. bleve lagte til Capitalen, aarlig endnu en bestemt Sum b lægges til Capitalen, eller tages derfra, da at bestemme en Formues Tilstand efter n Aar.

Efter 1 Aar	$\frac{q+r}{r} a \pm b$
Efter 2 Aar	$\left(\frac{q+r}{r}\right)^2 a \pm \frac{q+r}{r} b \pm b$
Efter 3 Aar	$\left(\frac{q+r}{r}\right)^3 a \pm \left(\frac{q+r}{r}\right)^2 b \pm \frac{q+r}{r} b \pm b$
- - -	- - -
Efter n Aar	$\left(\frac{q+r}{r}\right)^n a \pm \left(\frac{q+r}{r}\right)^{n-1} b$ $\pm \left(\frac{q+r}{r}\right)^{n-2} b - - \pm \frac{q+r}{r} b \pm b$

Formuen bestaaer altsaa efter n Aar af 2 Dele, $\left(\frac{q+r}{r}\right)^n a$, og en geometrisk Række, hvis første Led er b , Ledenes Antal n , og Forholdsnavnet

$$\frac{q+r}{r}.$$



$\frac{q+r}{r}$. Dens Sum er nu efter Regelen $S =$

$\frac{m^n a - a}{m - 1}$ §. 199. let at bestemme. Den er

$$\frac{\left(\frac{q+r}{r}\right)^n b - b}{\frac{q+r}{r} - 1} = \frac{r \left(\frac{q+r}{r}\right)^n b - r b}{q}. \text{ Dersom}$$

vi altsaa ikkun betragte det Tilfælde af Formind-
skelse, saa er Resten efter n Aar $= \left(\frac{q+r}{r}\right)^n a$

$$- \frac{r \left(\frac{q+r}{r}\right)^n b - r b}{q}.$$

§. 215.

Nu være, som ved 5 pro Cent $\frac{q}{r} = \frac{1}{20}$,
d. e. $q = 1$ og $r = 20$, saa faaer man Resten
 $\left(\frac{21}{20}\right)^n a - \left(\frac{21}{20}\right)^n \cdot 20 b + 20 b = \left(\frac{21}{20}\right)^n (a - 20 b)$
 $+ 20 b$. Antager man nu, at $b > \frac{1}{20} a$, saa
er $20 b > a$, derfor er i saa Fald Resten $= 20 b$
 $- \left(\frac{21}{20}\right)^n (20 b - a)$. Efter n Aar finder man
altsaa Resten ved Logarithmer, naar man summe-
rer $n \cdot \frac{21}{20} + 1 (20 b - a)$ og fradrager det til-
hørende Tal fra $20 b$. F. E. Hvor meget er efter
20 Aar tilbage af 10000 Rdr. ved 600 Rdr. aar-
lig Udgift?



$$\begin{array}{r}
 20 \text{ l } \frac{21}{20} = 0,423780 \\
 1(20 \cdot 600 - 10000) = 3,301030 \\
 \hline
 3,724810 = 15306 \\
 20 b = 12000 \\
 \text{subtr. } - 5306 \\
 \hline
 6694 \text{ Rdr. er endnu tilbage.}
 \end{array}$$

II. At finde, naar Capitalen a vil være ganske fortæret? Da er Resten $= 20 b - (\frac{21}{20})^n (20 b - a) = 0$. Eller $20 b = (\frac{21}{20})^n (20 b - a)$

Dette giver $1 \text{ } 20 b = n \text{ l } \frac{21}{20} + 1(20 b - a)$

$$\begin{array}{r}
 1 \text{ } 20 b - 1(20 b - a) = n \text{ l } \frac{21}{20} \\
 \frac{1 \text{ } 20 b}{20 b - a} = n \text{ l } \frac{21}{20}
 \end{array}$$

$$\text{Og } n = \frac{1 \text{ } 20 b}{20 b - a} : \text{l } \frac{21}{20}$$

I de forrige Forudsættelser $\frac{12000}{2000} = 6$. Altsaa

$$n = \frac{16}{\text{l } \frac{21}{20}} = \frac{7781512}{211893} = 36 \text{ Aar 8 Maanedre 22 Dage.}$$

III. Hvor stor Capital a maae man nedlægge, for i n Aar at forsikre sig den Rente b .

$$20 b - (\frac{21}{20})^n 20 b + (\frac{21}{20})^n a = 0$$

$$\text{Altsaa } (\frac{21}{20})^n a = (\frac{21}{20})^n 20 b - 20 b$$

$$\text{Og folgelig } a = 20 b - \frac{20^n \cdot 20 b}{21^n}$$



Skal b være $= 600$, og $n = 20$, saa er

$$l\ 20\ b = 4,079181$$

$$20\ l\ 20 = 26,020600$$

$$30,099781$$

$$20\ l\ 21 = 26,444380$$

$$l\ \frac{20^n \cdot 20\ b}{21^n} = 3,655401 = l\ 4522.$$

Da nu i dette Fald $20\ b = 20 \cdot 600 = 12000$,
saa er $12000 - 4522 = 7478$, den Capital, som
udfordres til en 20 aarig Rente af 600 Rdr.

IV. Hvor høi kan Renten b blive af en Ca-
pital a , naar den skal vare n Aar?

$$20\ b - \frac{20^n \cdot 20\ b}{21^n} = a; \text{ eller } \left(20 - \frac{20^n \cdot 20}{21^n} \right) b = a$$

$$\text{Følgelig er } b = a : \left(20 - \frac{20^n + 1}{21^n} \right)$$

Lad a være $= 10000$, $n = 20$ Aar, saa er

$$(n+1)\ l\ 20 = 27,321630 = 21\ l\ 20$$

$$n\ l\ 21 = 26,444380 = 20\ l\ 21$$

$$l\ \frac{20^n + 1}{21^n} = 0,877250 = l\ 7,538$$

Nu er $20 - 7,538 = 12,462$. Altsaa er b
 $= \frac{10000}{12,462} = 802,44$ Rdr., d. e. af 10000 Rdr.
kan 20 Aar igiennem nydes Rente omtrent 802
Rdr.



§. 216.

Saaledes som Renten hidindtil er bleven anseet, er den noget vist og bestemmes saaledes, at Capitalen tilligemed Renterne ved samme fortærer sig i et vist Antal Aar. Da heder den Livrente og kan ogsaa arves. Livrente hører derimod ganske op med Rieberens tiligere eller sildigere Død. Af de Personers Alder, som kiebe sig Livrenter, bestemmer man, i Følge Mortalitetstabellerne, den Tid, efter hvis Forløb det er lige sandsynligt, om disse Personer endnu leve eller ere døde. Ved dem, som maatte døe tiligere, vinder Cassen, hvad den taber ved de længer levende. F. E. Efter Deparcieur er den Middelalder, som kan ventes hos Personer af 45 Aar, endnu omtrent 20 Aar. Saaledes kunde der for 1000 Rdr. Capital efter §. 215. No. IV., betales dem en Livrente af $80\frac{1}{4}$ Rdr.

Fontinen er ligesledes et Slags Livrente, dog har den følgende eget. Deeltagerne arve efter hinanden, saa at den Afsdødes Portion deles imellem de Tilbageblevne, indtil det hele Societet, eller tettere den hele Classe, er uddød. Nemlig man inddeler dem i Classer omtrent fra 5 til 5 Aar. Naar man nu sætter 95 Aar til Maalet for det menneskelige Liv, hvilket f. E. af 10000 paa een gang fødte neppe een overstrider, saa drager man Classens Alder fra 95. F. E. $95 - 40 = 55$, og derefter beregner man den Rente, som af



af den hele Capital, som Classen har skudt sammen, hver Gang er til Deling imellem de Overlevende, indtil den sidste, saa længe han endnu lever, faaer alting. F. E. 100000 Rdr., hvor- til 200 Fyrrerthveaarige hver har indskudt 500 Rdr. give 5366 Rdr. Renter aarlig at uddele efter No. IV. §. 215.

§. 217.

Til disse Grundsætninger lade sig endnu mange Tilfælde hense, som foresalde i det daglige Liv. Jeg vil angive nogle:

1) Naar Ting, som slides ved Brugen, forpagtes eller leies bort, saa maae til den Tid, da de ikke mere ere brugbare, ved den aarlige Leie i det mindste Capital tilligemed Renter være afdraget, hvoraf Leien maae bestemmes efter No. IV. §. 215. Almindelig maae desuden endnu gøres Regning paa Reparationsbæstninger, uhykkelige Hændelser, o. d. l.

2) En har forstrakt en anden Capitalen mod det aarlige Brug af et Underpant (pactum antichreticum). Nyttens *b* er større end de lovlige Renter. Efter *n* Aar skal der liquideres. Man seer saabenbar, at Spørsmaalet kommer oversæens med No. I. §. 215., og at det, som af det ene eller andet Partie skal betales, maae bestemmes derefter. Efter No. II. lader den Tid sig finde, efter hvilken Creditor maae give Pantet tilbage, fordi han allerede har trakt Capital og Renter.

Blev



Blev efter No. I. Resten endog negativ, saa maatte egentlig Pantbaveren betale Pantgiveren saa meget tilbage. Hertil kan en Mængde Tilfælde reduceres.

3) Naar massa bonorum er mindre end Gielden, og man accorderer paa et bestemt Antal Aar, inden hvilke al Gielden skal betales. Man maae ansætte Aarene saaledes, at Renterne strække til, at betale al Gielden.

Herhid vilde ogsaa det Exempel høre: Efter en Godseiers Død, der allerede en Tidlang ingen Renter havde betalt, bleve hans Godser, som virkelig vare 80000 Rdr. værd, satte til Auction. Gielden var 90000 Rdr. I rede Betaling vilde ingen byde meer, end 65000 Rdr. Men der indfinder sig en, som byder 52000 Rdr. for Halvdelen af Godserne, som han vil afbetale i 24 Aars Tidrenter. Efter No. IV. §. 215. finder man altsaa 3770 Rdr. aarlig Afgiwt. Nu er $\frac{20000}{24} = 3750$. Saa meget behøver man kun aarlig at betale, for at være gieldfri om 24 Aar, og der blive endnu 20 Rdr. tilovers. De øvrige Godser bortforpagtes i en Tidforpagtning af 1500 Rdr., deraf lover man de Creditorer, som have de første 65000 Rdr. at fordre, 2 pro Cent Renter. Der bliver altsaa for Arvingen, som endnu var et Barn af 7 Aar, endnu 220 Rdr. tilovers i det første Aar, hvilke bestandig tiltage, ligesom flere Capitaler blive frie, og efter 17 til 18 Aar havde han



han Halvdelen af sine fædrene Godser fuldkommen fri.

4) Ogsaa Hospitaller maae i visse Maader ansees som Livrenteselskaber, for saavidt Personer koebe sig derind med en Capital, som ved deres Død falder til Hospitalet, hvorfor de saa længe nyde en Livrente. For saavidt Indkøbet ofte skeer meget tilig for Nydelsen eller førend noget høves, maae til den Tid Rente af Rente lægges til Capitalen.

5) Naar en hæres directus er besværet med legatis annuis, og han troer, at hans Falcidia ligger derved, saa ere forskellige Veie at foreslaae, hvoriblandt den rigtigste synes mig, at ansee $\frac{1}{4}$ af Arven som Capitalen *a* §. 215. II. og Legatum annuum som Renten *b*, saa finder man det Antal Aar, i hvilke Legatet kan betales, og efter hvilke det maae ophøre. Er *n* den høieste sandsynlige Alder, som Legatarierne kunne opnaae, saa gjør man ligesaa vel i, om man indgaaer, for Livstid at betale Legaterne, som dette forstaaer sig af sig selv, naar Legaterne ikke overstige Renterne af $\frac{1}{4}$ af Arven.

XVI. Om ubestemte Opgaver.

§. 218.

Naar der af en Opgaves Omstændigheder kunne udledes færre Bigninger, end der forlanges



at finde ubekiendte Størrelser, saa hedder det en ubestemt Opgave. Det er et Spørgsmaal, hvorpaa der kan gives mere end eet Svar, fordi een eller flere af de ubekiendte Størrelser almindelig antages efter Behag, hvorefter da de øvrige maae rette sig. Imidlertid tilføies endnu ofte Betingelser, som f. E. at de søgte Tal skulle være hele, positive, i det mindste Rationaltal. Hermed indskrænkes da Antallet paa Oplosningerne, saa at snart flere eller færre, snart igien kun een eneste, snart slet ingen finder Sted. Vi ville give Exempler paa alle Slags.

Anmærkn. Der kan, som man lettelig seer, forekomme Tilfælde, hvor Spørgsmaalet er saa lidet indskrænket, at der lade sig give utallige Svar derpaa. F. E. naar $y = 2x^2 - 5$, saa giver ethvert x taget efter Behag et andet y . Saadanne skulle i det følgende kaldes Functioner. Saadanne ubestemte Opgaver gives der ogsaa i Geometrien. F. E. at giøre en retvinklet Triangel, hvis Hypotenusen er given. At giøre en Triangel, hvis Grundlinie og Indhold er given. Den sidste Opgave indskrænkes meget, naar Triangelen ogsaa skal være retvinklet, og endnu mere, naar den rette Vinkel skal ligge lige over for Grundlinien.

I. Opg. For 20 Rdr. skulle anskaffes 20 Pander Vin, men af fire Slags, ugerst (p) til 4 Rdr., Champagne (q) til 2 Rdr., Rhinsviin (r) til 1 Rdr., Fransviin (s) til $\frac{1}{2}$ Rdr.

Oploen. Her er I. $p + q + r + s = 20$.
 II. $s = 20 - p - q - r$. Altsaa $4p + 2q$
 $+ r$



$+ r + \frac{1}{2} s = 20$; og $8p + 4q + 2r + s = 40$.
 Følgelig naar man fradrager I., $7p + 3q + r = 20$. og 1) $r = 20 - 7p - 3q$.
 og $s = 20 - p - q - 20 + 7p + 3q$.
 Følgelig er 2) $s = 6p + 2q$.

Da r skal være positiv, saa maae 3) $7p + 3q$ være < 20 .
 Antager man nu Tallene p og q efter Behag, saa maae følgende Tal opfylde
 Opgavens Betingelser.

p	q	r	s	Priserne
1	1	10	8	$= 4 + 2 + 10 + 4 = 20$
1	2	7	10	$= 4 + 4 + 7 + 5 = 20$
1	3	4	12	$= 4 + 6 + 4 + 6 = 20$
1	4	1	14	$= 4 + 8 + 1 + 7 = 20$
2	1	3	14	$= 8 + 2 + 3 + 7 = 20$

2. Dpg. Paa et Saltverk skal Vandet
 skaffes af Gruben ved Maskiner, som maae
 drives af Dyr. Der ere udsatte 1000 Rdr.
 til deres Underholdning. En Oxe kan aar-
 lig underholdes med 13, en Hest med 25 Rdr.
 Hvor mange Heste og Oxer kan man tage,
 naar det af andre Aarsager er fornødent, at
 man maae have af begge Slags Dyr?

Oploen. Hestenes Antal være x ; Oxernes
 $= y$, saa er $25x + 13y = 1000$. Altsaa er
 $13y = 1000 - 25x$; folgelig $y = 76 - x$
 $+ \frac{12 - 12x}{13}$. Da nu y maae være et heelt Tal,



saa maae ogsaa $\frac{12-12x}{13}$ eller $\frac{12x-12}{13} = \frac{12(x-1)}{13}$,

og altsaa $\frac{x-1}{13}$ være et heelt Tal. Altsaa maae

$x-1$ være $= 13z$, d. e. en Størrelse, som lader sig opløse i 2 Factorer, hvoraf den ene er $= 13$. Altsaa maae ogsaa 1) x være $= 13z + 1$.

Sætter man dette i Værdien af y , saa har man

2) $y = 75 - 25z$. Da nu ogsaa y maae være et positiv Tal, saa maae $25z$ være < 75 , d. e.

3) $z < 3$, d. e. z kan ifkun have de Værdier, 0, 1, 2.

$$\begin{array}{r|l|l} \text{Naar } z = 0 & 1 & 2 \\ \text{saa er } x = 1 & 14 & 27 \\ y = 75 & 50 & 25 \end{array}$$

$$\text{Og } 1 \cdot 25 + 75 : 13 = 14 \cdot 25 + 50 : 13 = 27 \cdot 25 + 25 : 13 = 1000.$$

3. Dpg. Af 14, 11 og 9 lødigt Guld skal ved behørig Blanding gøres 30 Mark 12 lødigt Guld.

Opløs. Man tage x Mk. af den første, y Mk. af den 2den, z Mk. af den 3die Sort, saa maae

1. $x + y + z$ være $= 30$, og $z = 30 - x - y$. I de 3 tagne Quantiteter maae være $30 \cdot 12 = 360$ Lod reent Guld. Da der nu ligge i enhver x Mk. 14 Lod, i hver y , 11 Lod; i hver z , 9 Lod, saa maae, naar Tallene x , y , z ere de behørige, $14x + 11y + 9z$ tilsammen udgøre



giøre Tallet 360. Da nu ogsaa $9(x + y + z)$ maae være $= 9 \cdot 30 = 270$, saa har man

$$\text{II. } 14x + 11y + 9z = 360$$

$$9x + 9y + 9z = 270$$

Rest. $5x + 2y = 90$. Altsaa 1) $y = 45 - \frac{5}{2}x$. Nu skal dog y være positiv. Følgelig er $\frac{5}{2}x < 45$; d. e. 2) x maae tages < 18 . Skal nu ogsaa y være et heelt Tal, saa maae $45 - \frac{5}{2}x$, og følgelig ogsaa $\frac{5}{2}x = 2x + \frac{1}{2}x$ være et heelt Tal. Altsaa maae 3) tages et lige Tal for x . I Værdien af z sætte man nu endnu Værdien af y af No. I, saa er $z = 30 - x - 45 + \frac{5}{2}x$, eller 4) $z = \frac{3}{2}x - 15$, hvorefter følger, at $\frac{3}{2}x$ maae være > 15 , d. e. 5) $x > 10$. Efter de i 2, 3, 5 fundne Sætninger kunne ifkun Tallene 12, 14, 16 tages for x .

Naar $x = 12$, saa er af 1) $y = 15$, og af 4) $z = 3$

Naar $x = 14$, saa er $y = 10$, og $z = 6$

Naar $x = 16$, saa er $y = 5$, og $z = 9$

og $14 \cdot 12 + 11 \cdot 15 + 9 \cdot 3 = 360$, o. s. f.

4. Dpg. Der skal anvendes just 20 Rdr. til at kiøbe et Dussin Par Strømper af Silke à 3 Rdr., fine Uldstrømper à 1 Rdr. og Bomulds à $\frac{1}{2}$ Rdr., hvor mange maae man tage af hvert Slags?

Oplosn. p, q, r , betyde Antallet paa Sorterne efter Ordenen, saa er



$$\begin{array}{ll}
 p + q + r = 12, \text{ og } r = 12 - p - q & \\
 3p + q + \frac{1}{2}r = 20 & r = 12 - p - 28 + 5p \\
 6p + 2q + r = 40 & 2)r = 4p - 16 \\
 p + q + r = 12 & \text{Altsaa } 4p > 16
 \end{array}$$

$$\text{Rest } 5p + q = 28 \quad \text{eller } 3) p > 4$$

Altsaa 1) $q = 28 - 5p$; følgelig er 4) $p < 5\frac{1}{2}$.

Da nu p maae være et heelt Tal, og ligge imellem 4 og $5\frac{1}{2}$, saa kan det intet andet være end 5 selv. Da er af 1) $q = 3$, og af 2) $r = 4$. Altsaa er dette et Tilfælde, hvor der formedelft de besynderlige Bestemmelser ikkun bliver een Oplosning muelig.

Harde man antaget de Priser $3\frac{1}{2}$, 1, $\frac{2}{3}$ Rdr., saa fandt man $p < 4$ og $p > 3$; og da var slet ingen Oplosning muelig.

§. 219.

Saadanne Opgaver, som de forrige, bleve af de gamle Regnemestere foredragne under Navn af Regula Coeci eller Blindregning. Adam Riese giver Regelen for Tilfælde som den første Opgave. Man sætte Stykkernes Antal paa den venstre, den samtlige Priis paa den høire Side, Priserne paa de enkelte Sorter i Midten.

$$\begin{array}{rcl}
 & 4 \text{ Rdr.} & \\
 20 \text{ Stykker} & 2 \text{ —} & 20 \text{ Rdr.} \\
 & 1 \text{ —} & \\
 & \frac{1}{2} \text{ —} &
 \end{array}$$

eller



eller naar man, for at undgaae Broken, tager $\frac{1}{2}$ Rdr. til Eenheden.

	8	7	
20 Stykker	4	3	40 Rdr.
	2	1	
	1		

Den tredie Columne faaes, i det man drager 1 fra 8, 4, 2. Med det ringeste Tal i den 2den Columne multiplicerer man Stykkernes Antal, giver 20. Dette drager fra 40, giver 20 tilovers. Det sidste Tal opløses i saadanne 3 Dele, at 7, 3, 1 efter Ordenen gaar op deri, saa ere Quotienterne Antallet paa de 3 første Slags. Deres Sum dragen fra det hele Antal 20, giver det 4de Slags. Saaledes var her $\frac{7}{7} = 1$; $\frac{6}{3} = 2$; $\frac{7}{7} = 7$; og $20 - (7 + 2 + 1) = 10$. Altsaa er een Oplosning denne: at man af det første Slags tager 1, af det 2det 2, af det 3die 7, og af det 4de 10.

§. 220.

Dpg. At finde to Quadrater, hvis Forskiel ogsaa er et Quadrat.

Oplosn. $m^2 - u^2$ skal være $= z^2$. Den halve Sum af Tallene m og u være x , altsaa $\frac{m+u}{2} = x$. Ligeledes være $\frac{m-u}{2}$ deres halve Forskiel $= y$. Saa er $x + y = m$, det største, og $x - y = u$ det mindste Tal. Altsaa er $(x+y)^2$
 $\Omega \quad 4 \quad \quad \quad - (x$



$$\begin{array}{ll}
 p + q + r = 12, \text{ og } r = 12 - p - q & \\
 3p + q + \frac{1}{2}r = 20 & r = 12 - p - 28 + 5p \\
 6p + 2q + r = 40 & 2)r = 4p - 16 \\
 p + q + r = 12 & \text{Altsaa } 4p > 16
 \end{array}$$

Rest $5p + q = 28$ eller 3) $p > 4$.

Altsaa 1) $q = 28 - 5p$; følgelig er 4) $p < 5\frac{1}{2}$.

Da nu p maae være et heelt Tal, og ligge imellem 4 og $5\frac{1}{2}$, saa kan det intet andet være end 5 selv. Da er af 1) $q = 3$, og af 2) $r = 4$. Altsaa er dette et Tilfælde, hvor der formedelt de besynderlige Bestemmelser ikkun bliver een Oplosning muelig.

Harde man antaget de Priser $3\frac{1}{2}$, 1, $\frac{2}{3}$ Rdr., saa fandt man $p < 4$ og $p > 3$; og da var slet ingen Oplosning muelig.

§. 219.

Saadanne Opgaver, som de forrige, bleve af de gamle Regnemestere foredragne under Navn af Regula Coeci eller Blindregning. Adam Riese giver Regelen for Tilfælde som den første Opgave. Man sætte Stykkernes Antal paa den venstre, den samtlige Priis paa den høire Side, Priserne paa de enkelte Sorter i Midten.

	4 Rdr.	
20 Stykker	2 —	20 Rdr.
	1 —	
	$\frac{1}{2}$ —	

eller



eller naar man, for at undgaae Brøken, tager $\frac{1}{2}$ Kdr. til Eenheden.

	8	7	
20 Stykker	4	3	40 Kdr.
	2	1	
	I		

Den tredie Columne faaes, i det man drager 1 fra 8, 4, 2. Med det ringeste Tal i den 2den Columne multiplicerer man Stykkernes Antal, giver 20. Dette draget fra 40, giver 20 tilovers. Det sidste Tal opløses i saadanne 3 Dele, at 7, 3, 1 efter Ordenen gaae op deri, saa ere Quotienterne Antallet paa de 3 første Slags. Deres Sum dragen fra det hele Antal 20, giver det 4de Slags. Saaledes var her $\frac{7}{7} = 1$; $\frac{6}{3} = 2$; $\frac{7}{1} = 7$; og $20 - (7 + 2 + 1) = 10$. Altsaa er een Oplosning denne: at man af det første Slags tager 1, af det 2de 2, af det 3die 7, og af det 4de 10.

§. 220.

Dpg. At finde to Kvadrater, hvis Forskiel ogsaa er et Kvadrat.

Oplosn. $m^2 - u^2$ skal være $= z^2$. Den halve Sum af Tallene m og u være x , altsaa $\frac{m+u}{2} = x$. Ligeledes være $\frac{m-u}{2}$ deres halve Forskiel $= y$. Saa er $x + y = m$, det største, og $x - y = u$ det mindste Tal. Altsaa er $(x+y)^2 - (x-y)^2 = z^2$



— $(x - y)^2 = m^2 - u^2 = 4xy = z^2$ §. 82.

Anmærkn. Altsaa maae ikke alene $4xy$, men ogsaa Productet xy være et Kvadrat; det er, de søgte Tals halve Sum og halve Difference maae, naar de multipliceres med hinanden, give et Kvadrat. Antager man derfor et eller andet fuldkomment Kvadrat, som lader sig opløse i 2 ulige store Factorer, saa have de sidste den forlangte Egenskab, naar man anseer den større Factor som den halve Sum, den mindre som den halve Difference af de søgte Tal; og af dem tilberlig sammensætter de forlangte Kvadraters Røder, eller m og u .

§. E. $16 = 8 \cdot 2$; og $10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64 = 8^2$; $36 = 9 \cdot 4$; og $13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144 = 12^2$; eller $36 = 12 \cdot 3$; og $15^2 - 9^2 = 225 - 81 = 144 = 12^2$; eller $36 = 18 \cdot 2$; og $20^2 - 16^2 = 400 - 256 = 144 = 12^2$, o. s. v. Vilde man antage Kvadrattal, saasom 9, saa maatte man tillige lade

Brøffactorer have Sted, f. E. $9 = 21 \cdot \frac{3}{7}$; og $(\frac{150}{7})^2 - (\frac{144}{7})^2 = \frac{22500}{49} - \frac{20736}{49} = \frac{1764}{49} = (\frac{42}{7})^2$. Ligeledes, naar det Kvadrat, der er lagt til Grund, selv er en Brøf, f. E. $\frac{36}{64} = \frac{9 \cdot 4}{2 \cdot 32} = \frac{2}{2} \cdot \frac{1}{8}$. Altsaa $(\frac{17}{8})^2 - (\frac{15}{8})^2 = \frac{1369}{64} - \frac{1225}{64} = \frac{144}{64} = (\frac{12}{8})^2 = (\frac{3}{2})^2$.

§. 221.

Opg. At finde et Kvadrattal, som draget fra et givet Kvadrattal, ogsaa giver et Kvadrattal til Rest. Oploesn.



Opløsn. Det givne Quadrattal hede a^2 , saa skal $a^2 - x^2$ være $= y^2$, og a , saavelsom de ubekjendte Størrelser x , y være rationde. Nu er $y = \sqrt{(a^2 - x^2)}$, og altsaa kan y ikke være $= a - x$, men, da dog $y < a$, lader sig vel et Udtryk $a - px = y$ tænke, naar kun p tilbørlig tages. Denne Form $a - px = y$ antages imidlertid iblant utallige muelige af den Uarsag, fordi man ved den kommer til et Udtryk, hvori x bestemmes ved en enkelt Rigning, selgelig vist bliver rational. Thi da er $a^2 - x^2 = a^2 - 2apx + p^2x^2$, eller $x^2 = 2apx - p^2x^2$, eller $x = 2ap - p^2x$, hvoraf følger $x = \frac{2ap}{1+p^2}$. Nu tage man a og p , ligesom man vil, dog rationale, saa vil ogsaa x , og selgelig ogsaa $y = a - px$ blive rationale.

Ex. Lad være $a = 10$; $p = \frac{1}{2}$, saa er $x = \frac{10}{1+\frac{1}{4}} = \frac{40}{5} = 8$, og $y = 10 - \frac{1}{2} \cdot 8 = 6$, og $100 - 64 = 36$. Lad a være $= 7$; $p = 3$, saa er $x = \frac{2 \cdot 7 \cdot 3}{1+9} = 4, 2$; og $y = 7 - 3 \cdot 4, 2 = 5, 6$; og $49 - 17, 64 = 31, 36 = (5, 6)^2$.

§. 222.

Opg. At finde et Quadrat, som adberet til et givet Quadrat giver igjen et Quadrat.

Q 5.

Opløsn.



Oplosn. Da $a^2 + x^2 = y^2$, saa bliver $y = \sqrt{a^2 + x^2}$; y maae derfor være noget større end x . Lad p være denne Størrelse, og $y = p + x$, saa var $p^2 + 2px + x^2 = a^2 + x^2$, eller $p^2 + 2px = a^2$; altsaa maatte x tages $= \frac{a^2 - p^2}{2p}$. Man behøver altsaa, før at faae lutter rationale Værdier, ogsaa her kun at tage a og p rationale, saa vil x , og altsaa og $y = x + p$ blive rationale.

Ex. Lad a være 8; og man tage $p = 2$, saa er $x = \frac{64}{4} = 15$, og $y = 17$; og $64 + 225 = 289 = 17^2$.

§. 223.

Opg. Att finde to hele Tal, hvis Kvadrater tilsammen udgiøre Kvadratet af det tredie.

Oplosn. $x^2 + y^2$ skal være $= z^2$; altsaa $z^2 - x^2 = y^2$, d. e. $(z + x)(z - x) = y^2$. Fremdeles maae saavel $z + x$, som $z - x$ være hele Tal. Da nu $z + x$ er $> y$, saa sætte man $z + x = ny$, hvor n nødvendig er et heelt Tal. Men paa det at $(z + x)(z - x)$ kan være $= y^2$, maae $z - x$ være $= \frac{y}{n}$. Altsaa maae n gaae op i

y . Lad altsaa $\frac{y}{n}$ være $= m$, et heelt Tal, saa er $y = mn$, og $z + x = m n^2$; $z - x = m$. Nu er $\frac{z+x}{2}$ den halve Sum, $\frac{z-x}{2}$ den halve Dif-

ference



ference af de søgte Tal z og x . Altsaa er $\frac{mn^2}{2}$
 $+\frac{m}{2}=\frac{m(n^2+1)}{2}=z$, og $\frac{mn^2}{2}-\frac{m}{2}=\frac{m(n^2-1)}{2}=x$. Tællerne i disse Udtryk maae

altsaa være lige Tal (ellers kunde z og x ikke blive hele Tal). Tager man nu et ulige Tal til Factoren m , saa maae n^2+1 og n^2-1 være lige Tal, selgelig n^2 et ulige Quadrattal, d. e. n maae være ulige. Thi ikkun Quadrater af et ulige Tal kan være ulige, som man lettelig seer. Men tager man m lige, saa kan n være lige eller ulige.

Ex. I. Lad m være $=1$, altsaa ulige, saa maae n ogsaa være ulige.

$$y = m \cdot n = n = 1, 3, 5, 7, 9, 11 \text{ ---}$$

$$x = \frac{n^2-1}{2} = 0, 4, 12, 24, 40, 60 \text{ ---}$$

$$z = \frac{n^2+1}{2} = 1, 5, 13, 25, 41, 61 \text{ ---}$$

II. Lad m være $=2$, saa kan ethvert heelt Tal gielde for m .

$$y = 2n = 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14$$

$$x = n^2 - 1 = 0, 3, 8, 15, 24, 35, 48$$

$$z = n^2 + 1 = 2, 5, 10, 17, 26, 37, 50$$

Begge Dele af Exemplet vise, at man til ethvert ulige eller lige heelt Tal y kan finde et andet x , af den Bessaffenhed, at Summen af deres Quadrater



Er. Paa hvor mange forskjellige Maader kunne 8 Toner afveksle med hinanden? 40320 gange. I hvor mange Ordener kunne 40 Kort ligge? $40 \cdot 39 \cdot 38 \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$. giver et Tal, som ligger imellem 10^{48} og 10^{49} , og beløber sig endnu over 2 Octillioner.

§. 226.

Naar der iblant de Ting, om hvilke man vil vide, i hvor mange forskellige Ordener de kunne stilles, ere nogle eens, saasom naar der af m Bogstaver forekom n gange Bogstavet a , og p gange Bogstavet b , saa giver

$m \cdot m - 1 \cdot m - 2 \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$
 $n \cdot n - 1 \dots 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot p \cdot p - 1 \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$ Omsætninger-
 nes Antal. Thi de være f. E. b, a, a , saa

skulde a, a give to Omsætninger, dersom de vare ulige. Men da de nu ifkun give een Orden, saa kan b sammenordnet med dem heller ikke mere give

$3 \cdot 2 \cdot 1$, men kun $3 \cdot 1 = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2}$ Omsætninger.

Pigledes gave $c b b b a a$, om alting var ulige, $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ eller 720 Omsætninger; da de to

sidste Bogstaver ere lige, giver det ifkun $\frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2}$,

om endnu det 2det, 3die og 4de vare forskellige. Men da ogsaa disse ere lige, saa ere der overalt ifkun

$\frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = 60$ Omsætninger muelige.

§. 227.

Dpg. Der ere n forskiellige Ting givne; man skal finde, hvor mange Par eller Almber, hvor mange Treer eller Terner, hvor mange Firer eller Qvaterner, o. s. v., eller, som man ogsaa ellers udtrykker det, hvor mange Combinationer til 2, 3, 4, 5, o. s. v. man kan gjøre deraf, uden nogensinde netop at faae de samme 2, 3, 4 - - - Stykker.

Oplosn. I. Sæt, der vare de Bogstaver, a, b, c, d, e o. s. v. i Tallet n givne, saa udelade man først a , og man beholder b, c, d, e - - - eller $n - 1$ Bogstaver. Med hvert lader a sig combinere til 2, saasom ab, ac, ad, ae - - - altsaa $n - 1$ Par. Man kan nu ogsaa udelade b , saa bliver a, c, d, e ; og b parret med ethvert giver ogsaa $n - 1$ Par. Da altsaa ethvert af de n Bogstaver kan tages særskilt, og siden parres med ethvert af de øvrige $n - 1$, saa er dette i Almindelighed $n \cdot (n - 1)$ Par, som følger:

ab	ac	ad	ae
ba	bc	bd	be
ca	cb	cd	ce
da	db	dc	de
ea	eb	ec	ed

Men da ab og ba , ac og ca o. s. v. ikkun gielde for eet og det samme, saa er det aabenbart, at
 det



det egentlige Antal af de virkelig forskjellige Amber
her er $\frac{n \cdot (n-1)}{1 \cdot 2}$.

II. Naar de i n Ting muelige Terner søges,
f. E. Ternerne af a, b, c, d, e , saa vilde $n-1$
Ting give $\frac{(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2}$ Amber; b, c, d, e give
 bc, bd, be, cd, ce, de . Sætter man a
til enhver Ambe, saa faaer man $\frac{(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2}$
Terner. Pigeledes vil man, naar man til Am-
berne af a, c, d, e sætter Bogstavet b , paa nye
faae $\frac{(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2}$ Terner; og da man kan igien-
tage denne Omgangsmaade n gange, saa faaer
man $\frac{n \cdot (n-1)(n-2)}{1 \cdot 2}$ Terner. Af a, b, c, d, e
ere det følgende:

$abc, abd, abe, acd, ace, ade$
 $bac, bad, bae, bcd, bce, bde$
 $cab, cad, cae, cbd, cbe, cde$
 $dab, dac, dae, dbc, dbe, dce$
 $eab, eac, ead, ebc, ebd, ecd$

Man seer nu her igien, at, fordi Terner sont
 abc, bac, cab , d. e. enhver med deres 3 Om-
sætninger, som de her forekomme, ifkun gielde
for een, man da endnu maae dividere Formlen
med 3, d. e. n Ting give $\frac{n \cdot (n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3}$
Terner.

III. Pige-



III. Ligeledes finder man, at n Ting give

$$\frac{n \cdot (n - 1) (n - 2) (n - 3) \dots (n - m + 1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \dots m}$$
 Combinationer til 4, og
 i Almindelighed
$$\frac{n \cdot (n - 1) (n - 2) \dots (n - m + 1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots m}$$

 Combinationer til m .

Regel. Man søge to arithmetiske Rækker, i hvilke Een er Forskiellen; først en nedstigende, som begynder med Antallet af de givne Stykker, og for det andet en opstigende, som begynder fra 1; Ledenes Antal i begge gjør man lige stort med det Tal, som viser, hvor mange Stykker der skal combineres. Productet af Ledene i første Række dividerer man med Productet af Ledene i den anden, saa giver Quotienten Antallet af de muelige Combinationer.

§. 228.

Dette tiener nærmest til, derefter at føre Beregningen over Gevinst eller Tab ved Enklespil. F. E. Sandsynligheden i, at der med 3 Tærninger skal slaaes alle Sexer, er, fordi enhver Tærning har 6 Sider
$$= \frac{18 \cdot 17 \cdot 16}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 816$$
, d. e. af 816 Kast vil ikkun eet falde saaledes ud, eller Rimeligheden til saadant et Kast er $\frac{1}{816}$; med 6 Tærninger vilde Rimeligheden til saadant et bestemt Kast være $\frac{1}{1547792}$.

Ved Tal-Lotteriet trækkes som bekjendt 5 Tal af 90. Paa 5 Tal indsættes efter Behag til enkelte Udtræk, Amber, Terner og



Qvaterner. Man finder altsaa Rimeligheden 1) til et enkelt Udtræk $\frac{1}{90} = \frac{1}{18}$, 2) til en Ambe. Fem Nummere indeholde $\frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2} = 10$ Amber, og 90 indeholde $\frac{90 \cdot 89}{1 \cdot 2} = 4005$ Amber, altsaa er Rimeligheden til en Ambe $\frac{1}{4005} = \frac{1}{400,5}$. 3) I 5 Nummere ere $\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 10$ Terner, og i 90 ere $\frac{90 \cdot 89 \cdot 88}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 117480$ Terner. Her er Rimeligheden altsaa $\frac{1}{11748}$. 4) I 5 Nummere indeholdes 5 og i 90 indeholdes 2555190 Qvaterner. Dette giver en Rimelighed til en Qvaterne af $\frac{1}{311038}$.

Et enkelt Udtræk betales 15, Amben 270, Ternen 5300, og Qvaternen 60000 gange. Heraf er klart, at hvo der besatte mere end 75 Nummere til enkelte Udtræk, eller og til Amber, mere end 69 til Terner, og mere end 53 til Qvaterner, vilde have aabenbart Tab, om endog alle 5 udkomne Nummere vare hans. Mere herhid hørende indeholder Langsdorfs Erläuterung der Kästn. Anal. endl. Gr. S. 327. ff.

Hvor mange forskellige Spil ere muelige i Lombre? Svar: $\frac{40 \cdot 39 \cdot 38 \cdot 37 \cdot 36 \cdot 35 \cdot 34 \cdot 33 \cdot 32}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}$

d. e. 273438880, hvilket Tal endnu maae multipliceres med 3, fordi det endnu kommer an paa, om man er den første, anden, eller tredje af de Spillende. Fremdeles, da 40 Kort indeholde $\frac{40 \cdot 39}{1 \cdot 2}$, og 9 Kort $\frac{9 \cdot 8}{1 \cdot 2}$ Amber, saa følger, at

Sandsyn-



Sandsynligheden for at faae denne eller hin bestemte Ambe, s. E. Spadille og Baste, i et Spil, er $\frac{36}{780} = \frac{1}{21\frac{2}{3}}$; det er, at man kun omtrent i 22 Spil kan giøre eengang Regning paa, at faae disse to Blade samlede, o. d. l.

I Vidensskaberne tiener denne Regel til at tælle Tilfældene. I Arithmetiken giver §. 161. og 188. Exempler.

I Logiken lade Slutningsmaaderne (modi syllogismorum) sig herved tælle. Naar *A* betyder en almindelig bekræftende, *E* en almindelig nægtende, *I* en particulær bekræftende, og *O* en particulær nægtende Sætning, saa faaer man $\frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} = 6$ Par af disse Sætninger til Forsætninger, og da man ogsaa maae sætte ethvert Bogstav dobbelt, saa giver dette 10 Forskielligheder, og endnu 6 Omsætninger.

AA

AE, EE

AI, EI, II

AO, EO, IO, OO

EA

IA, IE

OA, OE, OI

Men nu vises i Logiken: 1) Af blotte nægtende eller particulære Forsætninger følger intet, altsaa falde de Combinationer *EE, II, EO, IO, OO, OE, OI*, allerede bort. 2) Slutningsætningen retter sig efter den svagere Deel, og 3) af blotte bekræftende Sætninger følger noget Bekræftende.

Derfor har man 1) *AAA*. 2) *AAI*. 3) *AEE*.

R 2

4) *AEO*.

4) AEO. 5) AII. 6) EIO. 7) AOO; hvortil endnu komme 8) EAE. 9) EAO. 10) LAI. 11) IEO og 12) OAO. Videre Udførelse finder man hos Kästner Anal. des Endl. S. 744. og i Lamb. Organon. Dianoiol. S. 195-219.

XVIII. Om den binomiske Læresætning.

S. 229.

Man multiplicere

$$\begin{array}{r} a + b \\ \text{med } a + c \end{array}$$

$$\text{kommer } a^2 + ab + bc = A$$

Alle Led i A paa nye multiplicerede med $a + d$, giver

$$\begin{array}{r} a^3 + a^2b + abc + bcd = B \\ + a^2c + abd \\ + a^2d + acd \end{array}$$

Alle Led i B paa nye multiplicerede med $a + e$, giver

$$\begin{array}{r} a^4 + a^3b + a^2bc + abcd + bcde = C \\ + a^3c + a^2bd + abce \\ + a^3d + a^2cd + abde \\ + a^3e + a^2be + acde \\ + a^2ce \\ + a^2de \end{array}$$

Det er viensynligt, at ved saadan en Omgangsmaade vilde, om man i Stedet for c ogsaa havde taget b , A være $= (a + b)^2$; om man i Stedet



Stedet for d ligeledes havde taget b , være $B = (a + b)^3$; og om ogsaa e var $= b$; være $C = (a + b)^4$.

Nu seer man videre, at man efter en Methode, som let iagttages, kunde ordne de enkelte Led af Producterne A , B , C o. s. v. saaledes i Columner, at a forekom i den første i den høieste Potents; i den næste i en Potents, der var 1 ringere, o. s. f. indtil a^0 . Saaledes er i A i den første Column a^3 , i den anden a^2 , i den 3die a^1 ; og i B følger ligeledes a^3 , a^2 , a^1 , a^0 efter hinanden.

Fremdeles bliver man vaer, at den anden Column har saa mange Led, som der i Factorerne forekomme enkelte Bogstaver foruden a ; den 3die Column har saa mange Led, som der kunne gaaes Amter af disse Bogstaver. Ligeledes er Ledenes Antal i den 4de Column lige stort med Ternernes Antal, og i den femte lige stort med Kvaternernes Antal, o. s. v. ligesom ogsaa virkelig Factorerne (naar man ikke seer paa a) i ethvert Led i Columnerne forestille de enkelte Bogstaver b , c , d , e og Amterne, Ternerne og Kvaternerne af samme, o. s. v.

Sætter man altsaa $b = c = d = e$, saa har ethvert Led i den anden Column foruden en Factor, der er en Potents af a , en Factor b , ethvert Led i den 3die Column desuden en Factor b^2 , ethvert Led af den 4de Column en Factor b^3 ,



o. s. v. Da nu ogsaa alle Ledene i Columnerne ere indbyrdes lige store, saa kan man i Stedet for den hele 2den Columne sætte een eneste Størrelse, dog multipliceret med et Tal, som var lige stort med Bogstavernes Antal, a undtaget, førend man sætte alle disse Bogstaver lige. I Stedet for den hele 3die Columne sætter man igien een eneste Størrelse, multipliceret med det Tal, som bestemte Ambøernes Antal; i Stedet for den 4de sætter man en Størrelse, multipliceret med Ternernes Antal, som de forskiellige Bogstaver give, o. s. f. Altsaa faaer man

$$A = (a + b)^2 = a^2 + \frac{2 \cdot 1}{1 \cdot 2} ab + \frac{2 \cdot 1}{1 \cdot 2} b^2$$

$$B = (a + b)^3 = a^3 + \frac{3 \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 3} a^2 b + \frac{3 \cdot 2}{1 \cdot 2} ab^2 + \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 3} b^3 = a^3 + 3a^2 b + 3ab^2 + b^3$$

$$C = (a + b)^4 = a^4 + \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} a^3 b + \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} a^2 b^2 + \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 3} ab^3 + \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} b^4 = a^4 + 4a^3 b + 6a^2 b^2 + 4ab^3 + b^4$$

og i Almindelighed

$$(a + b)^m = a^m + \frac{m}{1} a^{m-1} b + \frac{m \cdot (m-1)}{1 \cdot 2} a^{m-2} b^2 + \frac{m \cdot (m-1) \cdot (m-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} a^{m-3} b^3 + \frac{m \cdot (m-1) \cdot (m-2) \cdot (m-3)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} a^{m-4} b^4 \dots + b^m.$$

§. 230.

Ved Hielp af denne Formel vil man nu ikke alene kunne finde Ledene i enhver Binomialpotents
 efter



efter Ordenen, men endog ethvert enkelt Led af den n de Potents af $(a + b)$ uden for Ordenen. Da det første Led (naar man ikke regner a^m med) er $a^{m-1} b^1$, det andet $a^{m-2} b^2$, uden endnu at see paa Factorerne $\frac{m}{1}$, $\frac{m(m-1)}{1 \cdot 2}$ o. s. v., hvilke her

hede Coefficienter, saa vil i det n de Led Potentsernes Product være $a^{m-n} b^n$. Det andet Led

Coefficient er $\frac{m(m-1)}{1 \cdot 2} = \frac{m(m-2+1)}{1 \cdot 2}$; det 3die

Leds $\frac{m(m-1)(m-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{m(m-1)(m-3+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3}$

o. s. v. Derfor er det n de Leds Coefficient af den n de Potents, naar man ikke tæller det første Led med,

$\frac{m(m-1) \dots (m-n+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n}$, og det n de Led af den

n de Potents $\frac{m(m-1)(m-2) \dots (m-n+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n}$

$a^{m-n} b^n$.

§. 231.

Denne sidst angivne Sætning er den egentlige binomiske Læresætning og en Opfindelse af de Nyere. Thi ellers var det allerede de Gamle bekendt, hvorledes man ved Hielp af den saa kaldte Tabula mirifica kunde ved en blot Addition af en given Binomialpotents finde de næst høiere. See Clavii Geom. pract. Lib. VI. Prop. 19. Jac. Bernoulli har først bevist de almindelige Formler for Tallene i benævnte Tabel, i hans Artes



conjectandi P. II. c. III. & c. VIII. og viist, at den binomiske Læresætning derved kunde findes. Joh. Bernoulli angiver imidlertid Opp. T. IV. p. 173. Pascal for den første Opfinder af den egentlige binomiske Læresætning. Almindelig tilskriver man Newton Opfindelsen, og kalder den derfor ogsaa den newtonske Læresætning. Dog synes selv den sidste ikke at have givet noget almindeligt Beviis derfor. Hr. Hofr. Kästner var det forbeholdet, til Mathematikkorstandiges fuldkomne Tilfredsstillelse, at udfylde denne Aabning i Theorien, ligesom flere. See hans Progr. Theorema binomiale universaliter demonstratum. Gött. 1758. For saavidt Exponenterne ere hele Tal, udledes Beviset af ham af det Endeliges Analysis, og efterat der først er viist, at Sætningen, for at begribe de første Grundlæggomme i Differentialregningen, ogsaa kun i denne Indskrænkelse behøver at forudsættes, saa viser han nu af Differentialregningen, at Binomialreglen ogsaa gielder ved brudne og negative Exponenter. At dette er endnu tydeligere udført paa behørigt Sted i hans 2ten Theile der mathem. Anfangsgründe. Euler, som tilforn havde villet bevise samme Almindelighed af Differentialregningen, har med en stor Mands Oprigtighed tilstaaet Feilen i sine Slutninger i Nov. Comm. Petrop. T. XIX. p. 103.; men derimod nu udledet Sætningens Almindelighed blot af det Endeliges Analysis.



lyste. Ugierne ere vi her blevene staaende blot ved Inductionen, fordi vi tvivlede paa, at det var mueligt, at giøre eet af de sidst berørte Beviser fatteligt for Begyndere, uden en for stor Vdselsrigighed for den os foresatte Grændse. De have her i det mindste Efterretning om de Skriver, hvor de fuldkommen kunne tilfredsstille deres Lærebegierlighed. Os være det tilladt, med Forudsættelse af den binomiske Læresætnings Almindelighed nu endnu at vise, hvorledes den bruges, til at opløse Rodudtrykke, d. e. Binomier opheiede til Brøkpotenser, eller og negative Potenser af Binomier i uendelige Rækker; hvortil man længe for Råstners Opfindelse paa mange Maader har anvendt den. I denne Hensigt pleier man ved følgende Slutninger at bringe Formlen §. 229. til en bekvemmere Skikkelse.

§. 232.

$$a^m - 1 \text{ er } = \frac{a^m}{a}; \quad a^m - 2 = \frac{a^m}{a^2}; \quad a^m - 3 = \frac{a^m}{a^3}; \text{ altsaa i Almindelighed } a^m - n = \frac{a^m}{a^n}.$$

Følgelig lader Binomialformlen sig ogsaa saaledes udtrykke: $a^m + m a^m \cdot \frac{b}{a} + \frac{m(m-1)}{1 \cdot 2} a^m \cdot \frac{b^2}{a^2} + \frac{m(m-1)(m-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} a^m \cdot \frac{b^3}{a^3}$, o. s. v. Sætter man nu $\frac{b}{a} = Q$, saa bliver heraf $a^m + m a^m \cdot$

R 5

Q +



$Q + \frac{m(m-1)}{1 \cdot 2} a^m \cdot Q^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} a^m \cdot Q^3$ o. f. f. Nu være $a^m = A$, saa er $m \cdot a^m \cdot Q = mAQ =$ det første (efter A) følgende Led.
 mAQ være $= B$, saa er $\frac{m(m-1)}{1 \cdot 2} a^m \cdot Q^2 = \frac{m-1}{2} \cdot ma^m Q \cdot Q = \frac{m-1}{2} B \cdot Q =$ det andet følgende Led $= C$. Pigeledes finder man $\frac{m-2}{3} C \cdot Q =$ det 3die følgende Led. Kalder man altsaa det $(n-1)$ de følgende Led (efter $a^m = A$) R , saa er det n de $\frac{m-n+1}{n} R \cdot Q$. Dette giver følgende Række

$$\begin{array}{cccc}
 A & B & C & D \\
 a^m + \frac{m}{1} AQ + \frac{m-1}{2} BQ + \frac{m-2}{3} CQ \\
 & R & S & \\
 & \dots + \frac{m-n+1}{n} RQ.
 \end{array}$$

Lad $(a+b)^{\frac{1}{2}}$ være at forvandle til en uendelig Række, saa er $m = \frac{1}{2}$ og $Q = \frac{b}{a}$. Fremdeles er $\frac{m}{1} = \frac{1}{2} = 0,5$; $\frac{m-1}{2} = -\frac{1}{4} = -0,25$; $\frac{m-2}{3} = -\frac{1}{2} = -0,5$; $\frac{m-3}{4} = -\frac{5}{8} = -0,625$; $\frac{m-4}{5} = -0,7$, o. f. f.

Da

Da nu $(a + b)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a + b}$, saa tiener den af saadan et Udtryk udledeede Række ogsaa til, ved Tilnærmelse at finde Kvadratrøderne. F. E. $\sqrt{39}$

$$= 39^{\frac{1}{2}} = (36 + 3)^{\frac{1}{2}}. \text{ Altsaa er } \frac{b}{a} = Q$$

$$= \frac{1}{12}. \text{ Følgelig har man}$$

$$a^m = A = a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{36} = 6.$$

$$\frac{m}{1} AQ = B = 0,5 \cdot 6 \cdot \frac{1}{12} = \frac{0,5}{2} = 0,25.$$

$$\frac{m-1}{2} BQ = C = -0,25 \cdot 0,25 \cdot \frac{1}{12} = -0,00520833.$$

$$\frac{m-2}{3} CQ = -0,5 \cdot -0,0052 \cdot \frac{1}{12} = +0,0002170 \text{ o. s. f.}$$

$$\text{Altsaa er } \sqrt{39} = 6,2502170 - 0,0052083 = 6,2450087 \text{ næsten.}$$

$$\text{Søger man endnu } \frac{m-3}{4} D \cdot Q = -0,625 \cdot$$

$$0,000217 \cdot \frac{1}{12} = -0,0000113, \text{ saa faaer man}$$

$\sqrt{39} = 6,2449974$. Paa samme Maade lade sig ogsaa Cubik-, Biquadratrøderne, kort Røderne af enhver Potents finde, naar man sætter $m = \frac{1}{3}$ eller $\frac{1}{4}$ eller $\frac{1}{5}$, o. s. v.

Ogsaa for enhver Potents med negative Exponenter fører den binomiske Lørefættning til en uendelig Række. Thi $(a + b)^{-m} = \frac{1}{a^m} -$

$$\frac{m}{1} \cdot$$



$$\frac{m}{1} \cdot \frac{b}{a^m + 1} + \frac{m(m+1)}{1 \cdot 2} \cdot \frac{b^2}{a^m + 2} - \frac{m(m+1)(m+2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \frac{b^3}{a^m + 3} \text{ o. s. v.}$$

Efter disse

Formler kan man finde Rækkerne for $\frac{1}{1+x}$ og

$\sqrt[1]{1+x}$ eller for $(1+x)^{-1}$ og $(1+x)^{-\frac{1}{2}}$, som de staae i den 34te og 44de Lambertiske Tabel.

XIX. Om bestemte høiere Ligningers Opløsning.

§. 233.

En Ligning, som indeholder kun een ubekendt Størrelse, det er, en bestemt Ligning, faaer Navnet efter den Ubekendtes høieste Exponent, naar deraf ere bortskaffede Brøker, som have den Ubekendte i Nævneren, samt Rodstørrelser, hvilket alt iværksættes efter (§. 142.) Saaledes er $3x^2 - 5x^3 = 7x + 27$ en cubisk Ligning eller en Ligning af tredie Grad. Ligningen $x^2 + \frac{8}{x-3} = 5$ synes at være af anden Grad, men befriet fra Brøk findes den at være ligeledes af tredie Grad $x^3 - 3x^2 + 8 = 5x - 15$. Samme Beskaffenhed har det med følgende Ligninger $x^2 + 7 = \sqrt{3x}$ og $x^2 - 2\sqrt{3x} = 11$, som ere virkelig af fjerde Grad, nemlig $x^4 + 14x^2 + 49 = 3x$



$= 3x$ og $12x = 121 - 22x^2 + x^4$, skønt
 efter Anseelse kun af anden.

§. 234.

Ligesom en Opgave er opløst, naar af dens
 Betingelser en Ligning er frembragt, saaledes siges
 en Ligning at være opløst, naar den Ubekiendtes
 Værdie (valor) deraf er bleven funden. I Følge
 Ligningernes Natur ere samtlige Led paa den eene
 og den anden Side af Lighedstegnet eller begge
 Ligningens Dele (membra) indbyrdes lige store;
 den Størrelse altsaa, som sat i Stedet for den
 Ubekiendte frembringer af begge Dele det samme,
 maae være den Ubekiendtes Værdie, og kaldes
 Ligningens Rod (radix). Ell Ligningen $5x$
 $- x = 8$ er Roden 2, fordi man ved at indsatte
 den finder $10 - 2 = 8$; Ligningen $x^2 + 3 = 4x$
 har Røderne 3 og 1 fordi man ved at indsatte den
 første finder $9 + 3 = 12$, og ved at indsatte den
 anden $1 + 3 = 4$. Disse Størrelser, som fyl-
 destgiøre en Ligning, kunne være positive og ne-
 gative, muelige og umuelige. Umuelige Rø-
 der ere de af §. 138. bekiendte indbildte Størrel-
 ser, og kaldes derfor og indbildte Røder, lige-
 som de positive og negative Røder i Modsættelse
 deraf kaldes reelle Røder. Sætter man i Lignin-
 gen $x^3 + 4 = 2x$ for den Ubekiendte enten -2 ,
 eller $1 + \sqrt{-1}$, eller $1 - \sqrt{-1}$, saa findes
 begge Dele lige store; den har altsaa en reel nega-
 tiv og tvende indbildte Røder.

§. 235.



§. 235.

En Ligning, som forud er bleven behandlet efter §. 233., siges at være rigtig ordnet eller bragt i Orden, naar alle Led ere bragte paa een Side af Lighedstegnet, den Ubekjendte med høieste Exponent staaer med positiv Tegn og uden Coefficient foran, de øvrige Led med den Ubekjendte følge derpaa efter deres Exponenters omvendte naturlige Orden, og dernæst de bekjendte Størrelser. Af Ligningen $x^3 - 3x^2 + 8 = 5x - 15$ bliver saaledes $x^3 - 3x^2 - 5x + 23 = 0$. Reglerne for de enkelte Ligningers Behandling (§. 142.) tiene ligeledes til at give alle Ligninger denne Form. Men ved at befrie den Ubekjendte med høieste Exponent fra sin Coefficient efter §. 142. II. blive de øvrige Led's Coefficienter ofte til brudne Tal, f. E. af $3x^2 - 5x^3 = 7x + 27$ bliver $x^3 - \frac{7}{3}x^2 + \frac{7}{3}x + \frac{27}{3} = 0$, og naar disse Brøker igien skulle bringes udaf Ligningen, stæer det efter en Methode, som forekommer i det følgende. Efterat en Ligning er saaledes bragt i Orden, er det vedtagen, at forstaae under første Led det, som indeholder den Ubekjendte med den største Exponent, under andet Led det, som indeholder den Ubekjendte med en Exponent, der er en Enhed mindre, og saa fremdeles; i $x^3 - 3x^2 - 5x + 23 = 0$ er x^3 det første, $3x^2$ det andet, $5x$ det tredje og 23, som indeholder x^0 , det fjerde Led; og denne Bemærkning beholdes, samt nogle



nogle af Ledene mangle aldeles. Saaledes falder man i den ordnede Ligning af fjerde Grad $x^4 + 14x^2 - 3x + 49 = 0$, $14x^2$ det tredie Led, o. s. f., da deri det andet Led med x^3 mangler, fordi dets Coefficient er $= 0$. Mangle alle Led i en Ligning foruden det første med den Ubekiendtes høieste Exponent, og det sidste, som bestaaer af bekiendte Størrelser, da kaldes den en reen Ligning. F. E. $x^4 - 625 = 0$ er en reen Ligning af fjerde Grad, $x^3 + 8 = 0$ en reen Ligning af tredie Grad. At deres Opøsning er for alle Grader muelig efter XVIII, og her altsaa egentlig ei kan forlanges, sees uden Grindring.

§. 236.

Efter denne vedtagne Orden i Ligningerne indseer man Mueligheden, at give almindelige Udtryk for Ligninger af alle Grader. Man bestemmer nemlig deri alene de forskiellige Digniteter af den Ubekiendte, og tilkiendegiver Coefficienterne med almindelige Tegn eller Bogstaver. Alle Ligninger af første Grad ere saaledes $x + p = 0$, af anden $x^2 + px + q = 0$, af tredie $x^3 + px^2 + qx + r = 0$, af fjerde $x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s = 0$, af n de Grad $x^n + px^{n-1} + qx^{n-2} + \dots + s = 0$. Sammenligner man den første Deel af disse Ligninger med de §. 229. anførte Producter, saa finder man, at ligesom Ligningernes Led ere ordnede efter den Ubekiendte, saa



saar ere de nys benævnte Producter ordnede efter Bogstavet a , og man kan derfor ansee enhver Lignings første Deel for et Product af ulige store Factorer, hvoraf enhver bestaaer af een og den samme Ubekjendte, forbunden med een fra de øvrige forskjellig bekjendt Størrelse ved $+$ eller $-$. Saaledes findes, naar ifflun de to Hovedforandringer i Henseende til Tegnene medtages, af to Factorer $(x + a)(x + b)$ eller $(x - a)(x - b)$ følgende quadratiske Ligninger

$$x^2 + ax + ab = 0 \text{ og } x^2 - ax + ab = 0$$

$$+ b \quad - b$$

af tre Factorer $(x + a)(x + b)(x + c)$ eller $(x - a)(x - b)(x - c)$ følgende cubiske Ligninger

$$x^3 + ax^2 + abx + abc = 0$$

$$+ b \quad + ac$$

$$+ c \quad + bc$$

$$\text{og } x^3 - ax^2 + abx - abc = 0$$

$$- b \quad + ac$$

$$- c \quad + bc$$

af fire Factorer $(x + a)(x + b)(x + c)(x + d)$ og $(x - a)(x - b)(x - c)(x - d)$ følgende biquadratiske Ligninger

$$x^4 + ax^3 + abx^2 + abcx + abcd = 0$$

$$+ b \quad + ac \quad + abd$$

$$+ c \quad + bc \quad + acd$$

$$+ d \quad + ad \quad + bcd$$

$$+ bd$$

$$+ cd$$

$$\text{og } x^4 -$$



$$\begin{aligned}
 & \text{og } x^4 - ax^3 + abx^2 - abc x + abcd = 0 \\
 & \quad - b \quad + ac \quad - abd \\
 & \quad - c \quad + bc \quad - acd \\
 & \quad - d \quad + ad \quad - bcd \\
 & \quad \quad + bd \\
 & \quad \quad + cd
 \end{aligned}$$

og saa videre af n Factorer Ligninger af n de Grad. Disse Ligninger findes i Henseende til Formen af vore ganske overensstemmende med de forrige, naar samtlige andre Led's Coefficienter sættes $= + p$ eller $- p$, tredie Led's $+ q$ eller $- q$ o. s. f. §. 237.

Ligesom de første Betragtninger tiende til at bringe de saa mange forskellige Forandringer i de forløbte Ligninger i en Form, hvorved de vare lettere at overse, saa giv de sidste især Oplysninger om deres Natur og Sammensætningsmaade selv. Vi finde da

1) At enhver Ligning har saa mange Røder, som den høieste Exponent af den Ubekendte indeholder. Enhed. Thi saaledes er for Exempel i en Ligning af tredie Grad $(x + a)(x + b)(x + c) = 0$, enhver Størrelse, der giv den første Deel af Ligningen til 0, en Rod af Ligningen, og det er tydeligt, at det sker, naar enten i Stedet for x sættes $- a$, eller $- b$ eller $- c$; og altsaa har den disse tre Røder, det er, de bekendte Størrelser i de Producter, som frembringe en Ligning, med modsatte Tegn, ere Ligningens

ningens Røder. Da af $x = -a$ bliver den enkelte Ligning $x + a = 0$, af $x = -b$ bliver $x + b = 0$ og af $x = -c$ bliver $x + c = 0$, saa er det ogsaa tilladt at sige, en høiere Ligning bestaaer af saa mange enkelte, som den høieste Exponent indeholder Eenheder.

2) At det andet Led's Coefficient er Summen af alle Røder med modsat Tegn; tredie Led's Coefficient Summen af alle Producter, som deraf Parvís kunne frembringes, med modsat Tegn; fjerde Led's Coefficient Summen af alle Producter, som deraf forbunden til tre kunne fremkomme, med modsat Tegn o. s. v., og endelig, at det sidste Led er et Product af alle Røder med samme Tegn, naar Ligningens Grad er lige (par), og med modsat Tegn, naar den er ulige (impar). Ex. En cubisk Lignings Røder være $+2, +3, -1$, samme med modsatte Tegn ere $-2, -3, +1$, deres Sum -4 , Summen af deres Producter Parvís tagne $(-2 \cdot -3) + (-2 \cdot +1) + (-3 \cdot +1) = +1$, Productet af samtlige Røder $-2 \cdot -3 \cdot +1 = +6$, altsaa ere -4 og $+1$ Coefficienter af andet og tredie Led og $+6$ det sidste Led, da Ligningens høieste Exponent 3 er ulige; Ligningen er altsaa $x^3 - 4x^2 + x + 6 = 0$.

§. 238.

Efter disse Bemærkninger, er det let at bestemme, naar og hvorfor visse Led i en Ligning mangle



mangle eller have $\pm$ til Coefficient. Det andet Led mangler, naar Summerne af de positive og negative Røder ere lige store. Røderne i Ligningen $y^3 - 7y + 6 = 0$ ere $+1$, $+2$ og -3 , og da $+1 + 2 - 3 = 0$, saa mangler y^2 deri. Det sidste Led i en Ligning mangler, naar een af Røderne er $= 0$; og naar det sidste Led alene mangler, maae i det mindste een af Røderne være det. I Ligningen $x^3 + 5x^2 + 6x = 0$ ere Røderne -2 , -3 og 0 , og da $-2 \cdot -3 \cdot 0 = 0$, saa forsvinder det sidste Led. Saadan en Ligning er derfor ei heller egentlig af tredje Grad, da man ved at dividere alle Led med x bringer den til anden Grad $x^2 + 5x + 6 = 0$. Paa en lignende Maade kan man af §. 236. udlede de Omstændigheder, under hvilke Ledene imellem det andet og sidste forsvinde, som dog her formedelt den ubetydelige dermed forbundne Nytte forbigaaes.

§. 239.

I Henseende til Tegnene seer man af §. 236. at naar alle Led i en Ligning ere positive, saa ere Røderne samtlig negative, og naar Ledene ere vekselvis positive og negative, saa ere alle Røder positive, hvortil Grunden af Multiplicationen med positive og negative Størrelser let indsees. Naar man altsaa vil forandre alle en Lignings Røder til de modsatte, saa behøves kun at forandre Tegnene i andet, fjerde, flette o. s. v. Led. Og dette gield



der, hvor forskiellige Røderne ogsaa ere; thi da Røderne ere de samme, saa ere Coefficienterne i Henseende til Størrelse de samme, og al Forandring bestaaer blot i Tegnene. Nu bliver Rødernes Sum med modsat Tegn unægtelig forandret. Alle Producter af Røderne forbundne med hinanden i et lige (par) Antal, beholde deres Tegn, men forbundne med hinanden i et ulige (impar) Antal forandre det, og da de Summer, som opkomme af de sidste, findes kun i fjerde, fiette o. s. v. Led, saa blive ogsaa alene deres Tegn forandrede. Ex. Røderne i Ligningen $x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0$ ere -1 , $+1$, $+3$, og Røderne i Ligningen $x^3 + 3x^2 - x - 3 = 0$ ere $+1$, -1 , -3 , som befindes ligeledes saaledes ved at indføre dem.

§. 240.

Af Ligningernes anførte Sammensætning følger videre, at naar man af een bekendt Rod og den Ubekendte sammensætter en enkelt Ligning efter §. 237. I., og dividerer den forehavende høiere Ligning dermed, saa bekommer man en Ligning, som er een Grad lavere end den forrige, og følgelig i de fleste Tilfælde lettere at opløse. Lad være $x^4 + 11x^3 + 41x^2 + 61x + 30 = 0$ og een af dens Røder -5 given, saa er $x + 5$ een Factor deraf. Dividerer man dermed, saa erholder man til Quotient den cubiske Ligning $x^3 + 6x^2$



$+ 6x^2 + 11x + 6 = 0$; vidste man ligesaa, at een af denne Lignings Røder var $= -2$, saa vilde man ved at dividere med $x + 2$ erholde den quadratiske Ligning $x^2 + 4x + 3 = 0$, som oploses efter den bekiendte Maade.

§. 241.

Da saaledes altsaa den biquadratiske Ligning findes at være et Product af en cubisk og en enkelt, den cubiske et Product af den enkelte og en quadratisk, og de samme Factorer i forandret Orden vil give det samme Product, saa kunde og den biquadratiske ansees for at være et Product af tvende quadratiske. I Almindelighed give altsaa tvende Ligninger af m de og n de Grad en Ligning af $m + n$ de Grad. En Ligning af g te Grad f. E. kan ansees som et Product af en cubisk og quadratisk Ligning. Da videre den sammensatte Ligning har de samme Røder, som de forskiellige sammensættende Ligninger havde, og da §. 161. Till. 3. er viist, at der ere quadratiske Ligninger, hvis Røder ere begge umuelige, saa indsees heraf, hvorledes indbildte Røder kunne komme ind i høiere Ligninger, samt paa hvad Maade de deri findes. De indbildte Røder forekomme nemlig stedse Parvis i enhver efter §. 233. og 235. forberedet Ligning; og en Ligning af en ulige Grad maae i det mindste have een reel Rod. Saaledes har ogsaa den cubiske Ligning $x^3 - 9x^2 + 28x - 30 = 0$ een reel Rod $= + 3$, skønt den



quadratiske, som ved Division med $x - 3$ deraf
erholdes, $x^2 - 6x + 10 = 0$, har to indbildte
Røder $x = 3 \pm \sqrt{-1}$. Naar man altsaa er
i Stand til, at opløse en Ligning i blot quadratiske,
eller i quadratiske og enkelte, saa opdages derved
tillige dens indbildte Røder.

§. 242.

Førend man skrider til Ligningers Opløsning,
er det ofte fornødent, at foretage en Deel Foran-
dringer dert, som altsaa her forud skulde anføres.
Disse Ligningernes Forandringer (transforma-
tiones) bestaae fornemmelig deri, at man lægger
en bekiendt Størrelse til den Ubekiendte, tager een
derfra, multiplicerer eller dividerer den dermed, og
saaledes frembringer en ny Ligning, hvis Røder,
naar de ere bekiendte, tillige give den førstes Røder.

§. 243.

At addere en given Størrelse til eller subtra-
here den fra en Ubekiendt i en foregiven Ligning.
Lad følgende almindelige cubiske Ligning være gi-
ven $x^3 - px^2 + qx - r = 0$, og lad a være
den Størrelse, som lægges til eller tages fra x ,
lad den Ubekiendte i den forvandlede Ligning være
 $= y$, saa er i første Tilfælde $x + a = y$, og
 $x = y - a$, i andet Tilfælde $x - a = y$, og
 $x = y + a$; man indsætter disse Værdier af x
i den givne Ligning, saa erholder man den for-
langte forvandlede.

Naar

Naar $x = y - a$, saa er

$$\begin{array}{rcl} x^3 & = & y^3 - 3ay^2 + 3a^2y - a^3 \\ - px^2 & = & - py^2 + 2apy - pa^2 \\ + qx & = & + qy - qa \\ - r & = & - r \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} \text{Summen } y^3 - 3ay^2 + 3a^2y - a^3 & = & 0 \text{ den for-} \\ - p & + & 2ap - pa^2 \\ & + & q - qa \\ & - & r \end{array}$$

langte Ligning, hvori $y = x + a$. Ex. Roden
 $+ 3$ i Ligningen $x^3 + 9x^2 - 28x - 30 = 0$
 skal forøges med 2, saa erhølder man $y^3 - 15y^2$
 $+ 76y - 130 = 0$, hvis ene Rod er $+ 5$.
 Naar $x = y + a$, saa er

$$\begin{array}{rcl} x^3 & = & y^3 + 3ay^2 + 3a^2y + a^3 \\ - px^2 & = & - py^2 - 2apy - pa^2 \\ + qx & = & + qy + qa \\ - r & = & - r \end{array}$$

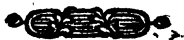
$$\begin{array}{rcl} \text{og Summen } y^3 + 3ay^2 + 3a^2y + a^3 & = & 0 \text{ den} \\ - p & - & 2ap - pa^2 \\ & + & q + qa \\ & - & r \end{array}$$

forlangte Ligning, hvori $y = x + a$. Ex. Fra
 Roden $+ 3$ i Ligningen $x^3 - 9x^2 + 28x - 30$
 $= 0$ skal subtraheres 2, saa er $x = y + 2$, og
 den forvandlede Ligning er $y^3 - 3y^2 + 4y - 6$
 $= 0$, hvis Rod er $3 - 2 = 1$.



§. 235.

En Ligning, som forud er bleven behandlet efter §. 233., siges at være rigtig ordnet eller bragt i Orden, naar alle Led ere bragte paa een Side af Lighedstegnet, den Ubekiendte med høieste Exponent staaer med positiv Tegn og uden Coefficient foran, de øvrige Led med den Ubekiendte følge derpaa efter deres Exponenters omvendte naturlige Orden, og dernæst de bekiendte Størrelser. Af Ligningen $x^3 - 3x^2 + 8 = 5x - 15$ bliver saaledes $x^3 - 3x^2 - 5x + 23 = 0$. Reglerne for de enkelte Ligningers Behandling (§. 142.) tiene ligeledes til at give alle Ligninger denne Form. Men ved at befrie den Ubekiendte med høieste Exponent fra sin Coefficient efter §. 142. II. blive de øvrige Led's Coefficienter ofte til brudne Tal, f. E. af $3x^2 - 5x^3 = 7x + 27$ bliver $x^3 - \frac{7}{3}x^2 + \frac{7}{3}x + \frac{27}{3} = 0$, og naar disse Brøker igien skulde bringes udaf Ligningen, skeer det efter en Methode, som forekommer i det følgende. Efterat en Ligning er saaledes bragt i Orden, er det vedtagen, at forstaae under første Led det, som indeholder den Ubekiendte med den største Exponent, under andet Led det, som indeholder den Ubekiendte med en Exponent, der er en Eenhed mindre, og saa fremdeles; i $x^3 - 3x^2 - 5x + 23 = 0$ er x^3 det første, $3x^2$ det andet, $5x$ det tredje og 23, som indeholder x^0 , det fjerde Led; og denne Benævning beholdes, skønt nogle



nogle af Ledene mangle aldeles. Saaledes falder man i den ordnede Ligning af fjerde Grad $x^4 + 14x^3 - 3x + 49 = 0$, $14x^3$ det tredie Led, o. s. f., da deri det andet Led med x^2 mangler, fordi dets Coefficient er $= 0$. Mangle alle Led i en Ligning foruden det første med den Ubekiendtes høieste Exponent, og det sidste, som bestaaer af bekiendte Størrelser, da kaldes den en reen Ligning. F. E. $x^4 - 625 = 0$ er en reen Ligning af fjerde Grad, $x^3 + 8 = 0$ en reen Ligning af tredie Grad. At deres Opøsning er for alle Grader muelig efter XVIII, og her altsaa egentlig ei kan forlanges, sees uden Grindring.

§. 236.

Efter denne vedtagne Orden i Ligningerne indseer man Mueligheden, at give almindelige Udtryk for Ligninger af alle Grader. Man bestemmer nemlig deri alene de forskjellige Digniteter af den Ubekiendte, og tilkiendegiver Coefficienterne med almindelige Tegn eller Bogstaver. Alle Ligninger af første Grad ere saaledes $x + p = 0$, af anden $x^2 + px + q = 0$, af tredie $x^3 + px^2 + qx + r = 0$, af fjerde $x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s = 0$, af n de Grad $x^n + px^{n-1} + qx^{n-2} + \dots + s = 0$. Sammenligner man den første Deel af disse Ligninger med de §. 229. anførte Producter, saa finder man, at ligesom Ligningernes Led ere ordnede efter den Ubekiendte, saa



saar ere de nys benævnte Producter ordnede efter Bogstavet a , og man kan derfor ansee enhver Lignings første Deel for et Product af ulige store Factorer, hvoraf enhver bestaaer af een og den samme Ubekjendte, forbunden med een fra de øvrige forskjellig bekjendt Størrelse ved $+$ eller $-$. Saaledes findes, naar ikkun de to Hovedforandringer i Henseende til Tegnene medtages, af to Factorer $(x + a)(x + b)$ eller $(x - a)(x - b)$ følgende quadratiske Ligninger

$$\begin{array}{r} x^2 + ax + ab = 0 \text{ og } x^2 - ax + ab = 0 \\ + b \qquad \qquad \qquad - b \end{array}$$

af tre Factorer $(x + a)(x + b)(x + c)$ eller $(x - a)(x - b)(x - c)$ følgende cubiske Ligninger

$$\begin{array}{r} x^3 + ax^2 + abx + abc = 0 \\ + b \quad + ac \\ + c \quad + bc \\ \text{og } x^3 - ax^2 + abx - abc = 0 \\ - b \quad + ac \\ - c \quad + bc \end{array}$$

af fire Factorer $(x + a)(x + b)(x + c)(x + d)$ og $(x - a)(x - b)(x - c)(x - d)$ følgende biquadratiske Ligninger

$$\begin{array}{r} x^4 + ax^3 + abx^2 + abcx + abcd = 0 \\ + b \quad + ac \quad + abd \\ + c \quad + bc \quad + acd \\ + d \quad + ad \quad + bcd \\ \qquad + bd \\ \qquad + cd \end{array}$$

og $x^4 -$



$$\begin{aligned}
 \text{og } x^4 - ax^3 + abx^2 - abc x + abcd &= 0 \\
 -b &+ ac & - abd \\
 -c &+ bc & - acd \\
 -d &+ ad & - bcd \\
 &+ bd \\
 &+ cd
 \end{aligned}$$

og saa videre af n Factorer Eigninger af n de Grad. Disse Eigninger findes i Henseende til Formen at være ganske overensstemmende med de forrige, naar samtlige andre Led's Coefficienter sættes $= + p$ eller $- p$, tredie Led $+ q$ eller $- q$ o. s. f. §. 237.

Eigesom de første Betragtninger tiende til at bringe de saa mange forskellige Forandringer underkastede Eigninger i en Form, hvorved de vare lettere at overse, saa giv de Røste især Oplysninger om deres Natur og Sammensætningsmaade selv. Vi finde da

1) At enhver Eigning har saa mange Røder, som den høieste Exponent af den Ubekendte indeholder. Thi saaledes er for Exempel i en Eigning af tredie Grad $(x + a)(x + b)(x + c) = 0$, enhver Størrelse, der gøres den første Deel af Eigningen til 0, en Rod af Eigningen, og det er tydeligt, at det sker, naar enten i Stedet for x sættes $- a$, eller $- b$ eller $- c$; og altsaa har den disse tre Røder, det er, de bekendte Størrelser i de Producter, som frembringe en Eigning, med modsatte Tegn, ere Eignings



ningens Røder. Da af $x = -a$ bliver den enkelte Ligning $x + a = 0$, af $x = -b$ bliver $x + b = 0$ og af $x = -c$ bliver $x + c = 0$, saa er det ogsaa tilladt at sige, en høiere Ligning bestaaer af saa mange enkelte, som den høieste Exponent indeholder Eenheder.

2) At det andet Led's Coefficient er Summen af alle Røder med modsat Tegn; tredie Led's Coefficient Summen af alle Producter, som deraf Parvis kunne frembringes, med modsat Tegn; fierte Led's Coefficient Summen af alle Producter, som deraf forbunden til tre kunne fremkomme, med modsat Tegn o. s. v., og endelig, at det sidste Led er et Product af alle Røder med samme Tegn, naar Ligningens Grad er lige (par), og med modsat Tegn, naar den er ulige (impar). Ex. En cubisk Lignings Røder være $+2$, $+3$, -1 , samme med modsatte Tegn ere -2 , -3 , $+1$, deres Sum -4 , Summen af deres Producter Parvis tagne $(-2 \cdot -3) + (-2 \cdot +1) + (-3 \cdot +1) = +1$, Productet af samtlige Røder $-2 \cdot -3 \cdot +1 = +6$, altsaa ere -4 og $+6$ Coefficienter af 2det og tredie Led og $+1$ det sidste Led, da Ligningens høieste Exponent 3 er ulige; Ligningen er altsaa $x^3 - 4x^2 + 6x + 1 = 0$.

§. 238.

Efter disse Bemærkninger er det let at bestemme, naar og hvorfor visse Led i en Ligning mangle



mangler eller have ∞ til Coefficient. Det andet Led mangler, naar Summerne af de positive og negative Røder ere lige store. Røderne i Ligningen $y^3 - 7y + 6 = 0$ ere $+1$, $+2$ og -3 , og da $+1 + 2 - 3 = 0$, saa mangler y^2 deri. Det sidste Led i en Ligning mangler, naar een af Røderne er $= 0$; og naar det sidste Led alene mangler, maae i det mindste een af Røderne være det. I Ligningen $x^3 + 5x^2 + 6x = 0$ ere Røderne -2 , -3 og 0 , og da $-2 - 3 \cdot 0 = 0$, saa forsvinder det sidste Led. Saadan en Ligning er derfor ei heller egentlig af tredie Grad, da man ved at dividere alle Led med x bringer den til anden Grad $x^2 + 5x + 6 = 0$. Paa en lignende Maade kan man af §. 236. udlede de Omstændigheder, under hvilke Ledene imellem det andet og sidste forsvinde, som dog her formedelfst den ubetydelige dermed forbundne Nytte forbigaaes.

§. 239.

I Henseende til Tegnene seer man af §. 236. at naar alle Led i en Ligning ere positive, saa ere Røderne samtlig negative, og naar Ledene ere vekselviis positive og negative, saa ere alle Røder positive, hvortil Grunden af Multiplicationen med positive og negative Størrelser let indsees. Naar man altsaa vil forandre alle en Lignings Røder til de modsatte, saa behøves kun at forandre Tegnene i andet, fjerde, flette o. s. v. Led. Og dette giels



der; hvor forskiellige Røderne ogsaa ere; thi da Røderne ere de samme, saa ere Coefficienterne i Henseende til Størrelse de samme, og al Forandring bestaaer blot i Tegnene. Nu bliver Rødernes Sum med modsat Tegn unægtelig forandret. Alle Producter af Røderne forbundne med hinanden i et lige (par) Antal, beholde deres Tegn, men forbundne med hinanden i et ulige (impar) Antal forandre det, og da de Summer, som opkomme af de sidste, findes kun i fjerde, stette o. s. v. Led, saa blive ogsaa alene deres Tegn forandrede. Ex. Røderne i Ligningen $x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0$ ere $-1, +1, +3$, og Røderne i Ligningen $x^3 + 3x^2 - x - 3 = 0$ ere $+1, -1, -3$, som findes ligeledes saaledes ved at indføre dem.

§. 240.

Af Ligningernes anførte Sammensætning følger videre, at naar man af een bekendt Rod og den Ubekendte sammensætter en enkelt Ligning efter §. 237. I., og dividerer den forehavende høiere Ligning dermed, saa bekommer man en Ligning, som er een Grad lavere end den forrige, og følgerlig i de fleste Tilfælde lettere at opløse. Lad være $x^4 + 11x^3 + 41x^2 + 61x + 30 = 0$ og een af dens Røder -5 given, saa er $x + 5$ een Factor deraf. Dividerer man dermed, saa erholder man til Quotient den cubiske Ligning $x^3 + 6x^2$

$+ 6x^2 + 11x + 6 = 0$; vidste man ligesaa, at een af denne Lignings Røder var $= -2$, saa vilde man ved at dividere med $x + 2$ erholde den quadratiske Ligning $x^2 + 4x + 3 = 0$, som opløses efter den bekiendte Maade.

§. 241.

Da saaledes altsaa den biquadratiske Ligning findes at være et Product af en cubisk og en enkelt, den cubiske et Product af den enkelte og en quadratiske, og de samme Factorer i forandret Orden vil give det samme Product, saa kunde og den biquadratiske ansees for at være et Product af tvende quadratiske. I Almindelighed give altsaa tvende Ligninger af m de og n de Grad en Ligning af $m + n$ de Grad. En Ligning af 5 te Grad f. E. kan ansees som et Product af en cubisk og quadratisk Ligning. Da videre den sammensatte Ligning har de samme Røder, som de forskellige sammensættende Ligninger havde, og da §. 161. Till. 3. er viist, at der ere quadratiske Ligninger, hvis Røder ere begge umkelige, saa indsees heraf, hvorledes indbildte Røder kunne komme ind i høiere Ligninger, samt paa hvad Maade de deri findes. De indbildte Røder forekomme nemlig stedse Parvis i enhver efter §. 233. og 235. forberedet Ligning; og en Ligning af en ulige Grad maae i det mindste have een reel Rod. Saaledes har ogsaa den cubiske Ligning $x^3 - 9x^2 + 28x - 30 = 0$ een reel Rod $= + 3$, skønt den



quadratiske, som ved Division med $x - 3$ deraf
erholdes, $x^2 - 6x + 10 = 0$, har to indbildte
Røder $x = 3 \pm \sqrt{-1}$. Naar man altsaa er
i Stand til, at opløse en Ligning i blot quadratiske,
eller i quadratiske og enkelte, saa opdages dermed
tillige dens indbildte Røder.

§. 242.

Førend man skrider til Ligningers Opløsning,
er det ofte fornødent, at foretage en Deel Foran-
dringer deri, som altsaa her forud skulde anføres.
Disse Ligningernes Forandringer (transforma-
tiones) bestaae fornemmelig deri, at man lægger
en bekiendt Størrelse til den Ubekiendte, tager een
derfra, multiplicerer eller dividerer den dermed, og
saaledes frembringer en ny Ligning, hvis Røder,
naar de ere bekiendte, tillige give den førstes Røder.

§. 243.

At addere en given Størrelse til eller subtra-
here den fra en Ubekiendt i en foregiven Ligning.
Lad følgende almindelige cubiske Ligning være gi-
ven $x^3 - px^2 + qx - r = 0$, og lad a være
den Størrelse, som lægges til eller tages fra x ,
lad den Ubekiendte i den forvandlede Ligning være
 $= y$, saa er i første Tilfælde $x + a = y$, og
 $x = y - a$, i andet Tilfælde $x - a = y$, og
 $x = y + a$; man indsætter disse Værdier af x
i den givne Ligning, saa erholder man den for-
langte forvandlede.

Naar

Naar $x = y - a$, saa er

$$\begin{array}{r} x^3 = y^3 - 3ay^2 + 3a^2y - a^3 \\ - px^2 = -py^2 + 2apy - pa^2 \\ + qx = +qy - qa \\ - r = -r \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Summen } y^3 - 3ay^2 + 3a^2y - a^3 = 0 \text{ den for} \\ -p \quad + 2ap - pa^2 \\ + q \quad - qa \\ -r \end{array}$$

langte Ligning, hvori $y = x + a$. Ex. Roden
 $+ 3$ i Ligningen $x^3 + 9x^2 - 28x - 30 = 0$
 skal forøges med 2, saa erholder man $y^3 - 15y^2$
 $+ 76y - 130 = 0$, hvis ene Rod er $+ 5$.
 Naar $x = y + a$, saa er

$$\begin{array}{r} x^3 = y^3 + 3ay^2 + 3a^2y + a^3 \\ - px^2 = -py^2 - 2apy - pa^2 \\ + qx = +qy + qa \\ - r = -r \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{og Summen } y^3 + 3ay^2 + 3a^2y + a^3 = 0 \text{ den} \\ -p \quad - 2ap - pa^2 \\ + q \quad + qa \\ -r \end{array}$$

forlangte Ligning, hvori $y = x + a$. Ex. Fra
 Roden $+ 3$ i Ligningen $x^3 - 9x^2 + 28x - 30 = 0$
 skal subtraheres 2, saa er $x = y + 2$, og
 den forvandlede Ligning er $y^3 - 3y^2 + 4y - 6 = 0$,
 hvis Rod er $3 - 2 = 1$.



Havde man Handelseviis ved denne For-
 vandling antaget $a =$ een af Ligningens Røder,
 saa var y bleven $= x - a = 0$, og Ligningen
 en Grad lavere end tilforn (§. 238). Hvor dette
 altsaa indtreffer, der har man tillige derved fundet
 een af Ligningens Røder. Ex. Røderne i den cu-
 biske Ligning $x^3 - 24x^2 + 183x - 440 = 0$
 ere $+5$, $+8$, $+11$; sætter man $x = y + 8$,
 saa erholder man $y^3 - 9y = 0$, eller $y^2 - 9$
 $= 0$, det er $y = \pm 3$, altsaa er 8 een af Ligningens
 Røder, og de to øvrige $= \pm 3 + 8$, det
 er $+11$ eller $+5$. En betydeligere Nytte
 af denne Forvandling viser sig, naar man skal
 bringe det andet Led bort af en Ligning, som ofte
 er fornødent, for at gjøre Oplosningen lettere. Da
 man til x adderede a , erholdt i den forvandlede
 Ligning det andet Led til Coefficient $-3a - p$,
 skal dette Led blive $= 0$, altsaa maae $-3a - p$
 være $= 0$, og heraf følger, at a maae antages
 $= -\frac{p}{3}$. I Stedet for forhen at sætte $x = y$
 $- a$, maae altsaa nu antages $x = y - (-\frac{p}{3})$
 $= y + \frac{1}{3}p$. Det er, man sætter den forrige Ube-
 kjendte lige stor med en nu Ubekjendt, hvortil med
 modsat Tegn er søiet det andet Led's Coefficient,
 divideret med Ligningens Gradedetal. Vil man efter-
 see, om Reglen virkelig strækker sig saaledes til
 Ligninger af alle Grader, saa lad Ligningens
 to første almindelige Led være $x^n + px^{n-1}$ og
 lad x blive sat $= y - a$, saa er

$$x^n =$$



$$x^n = (y - a)^n = y^n - n a y^{n-1} \quad \S. 239.$$

$$\pm p x^{n-1} = \pm p (y - a)^{n-1} = \pm p y^{n-1}$$

da $- n a \pm p$ skal være $= 0$, saa er $a = \pm \frac{p}{n}$

og x bør sættes $= y - a = y - (\pm \frac{p}{n}) = y$

$\mp \frac{p}{n}$. Ex. Af $x^3 + 6x^2 + 4x + 18 = 0$,

falder andet Led bort ved at sætte $x = y - (+\frac{6}{3})$
 $= y - 2$; man har saaledes

$$\begin{array}{rcl} x^3 & = & y^3 - 6y^2 + 12y - 8 \\ + 6x^2 & = & + 6y^2 - 24y + 24 \\ + 4x & = & + 4y - 8 \\ + 18 & = & + 18 \end{array}$$

en Ligning $y^3 - 8y + 26 = 0$, hvori andet Led mangler. Man kan paa samme Maade opdage Regler, til at bringe andre Led bort af en Ligning, men de blive mere sammensatte og ere af mindre Nytte.

§. 244.

At multiplicere og dividere den Ubekjendte i en Ligning med en given Størrelse. Lad være begiært, at Røderne $x^3 - p x^2 + q x - r = 0$ skulle blive n gange større, saa bliver den Ubekjendte y i den forvandlede Ligning $= n x$, altsaa $x = \frac{y}{n}$, indsætter man denne Værdie af x i den givne Ligning, saa er



$$\begin{array}{r}
 x^3 = \frac{y^3}{n^3} \\
 - p x^2 = - \frac{p y^2}{n^2} \\
 + q x = + \frac{q y}{n} \\
 - r = - r
 \end{array}$$

Summen $\frac{y^3}{n^3} - \frac{p y^2}{n^2} + \frac{q y}{n} - r = 0$, eller
 naar alle Led bringes til eens Benævning og hele
 Ligningen med n^3 multipliceres $y^3 - p n y^2 +$
 $q n^2 y - n^3 r =$ den søgte forvandlede Ligning.
 Man seer her, at denne Ligning er kun deri forskiel-
 lig fra den givne, at den har en anden Ubekendt,
 og at dens Led ere multiplicerede med en geome-
 trisk Progression, hvis første Led er 1 og hvis Ex-
 ponent er Tallet, hvormed Ligningens Røder skulde
 multipliceres. Skulle altsaa Røderne i følgende bi-
 quadratistke Ligning blive dobbelt saa store, som
 forhen, saa multiplicerer man den med den geome-
 triske Progression 1, 2, 4, 8 o. s. v.

$$\begin{array}{r}
 x^4 + 11 x^3 + 41 x^2 + 61 x + 30 = 0 \\
 \begin{array}{cccccc}
 1 & 2 & 4 & 8 & 16 & \\
 \hline
 y^4 + 22 y^3 + 164 y^2 + 488 y + 480 = 0
 \end{array}
 \end{array}$$

og den sidste Lignings Røder ere — 2, — 4, — 6,
 — 10, da den forriges vare — 1, — 2, — 3,
 — 5.

Da at dividere med n er det samme, som at
 multiplicere med $\frac{1}{n}$, saa følger, at den Ubekendte i
 en



en Ligning bliver divideret med et givet Tal, naar man paa forrige Maade skriver en geometrisk Progression under en Lignings Led, og derpaa dividerer hvert Led dermed, i Stedet for at man forhen multiplicerede. Ex. Om $x^3 + 36x - 81 = 0$ er given og den Ubekendte skal divideres med 3, saa er

$$\begin{array}{r} x^3 + 36x - 81 = 0 \\ \hline 1 \quad 3 \quad 9 \quad 27 \\ \hline y^3 + 4y - 3 = 0 \end{array}$$

den Ligning, hvis Røder ere tredie Delen af den forriges. Man seer heraf tilfide, hvorledes Regningen føres, naar eet Led fattes i en Ligning.

Ved at bortskaffe det andet Led af en Ligning, kan det indtræffe, at Ligningens Exponent et gaaer op i det tilværende andet Led's Coefficient. I saa Fald multiplicerer man Ligningen med en geometrisk Progression, hvis andet Led er Ligningens Graddetal selv. Ex. $x^3 - 2x^2 + 4x - 8 = 0$ multipliceres med Progressionen 1, 3, 9, 27, og erholdes $x^3 - 6x^2 + 36x - 216 = 0$, hvoraf nu andet Led kan bortskaffes, uden at indføre Brøk i Ligningen.

Naar det første Led i en Ligning har en Coefficient, og man skaffer den bort efter §. 142., saa faaer de øvrige Led ofte brudne Exponenter. Ex. Af $20x^3 + 15x^2 - 8x + 120 = 0$ bliver saaledes $x^3 + \frac{3}{4}x^2 - \frac{2}{5}x + 6 = 0$. Og naar
man



man paa den bekiendte Maade, ved at multiplicere med Røvnerne, vil skaffe Brøkerne bort igien, fremstiller sig den samme Coefficient for det første Led igien. Methoden til at bortskaffe den, uden at erholde Brøf i Ligningen, findes saaledes: Lad $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$ være given, sæt $x = \frac{y}{a}$ og indsæt denne Værdie af x i Ligningen, saa har man

$$a \frac{y^4}{a^4} + \frac{by^3}{a^3} + \frac{cy^2}{a^2} + \frac{dy}{a} + e = 0$$

$$\frac{y^4}{a^3} + \frac{by^3}{a^3} + \frac{acy^2}{a^3} + \frac{a^2dy}{a^3} + \frac{a^3e}{a^3} = 0$$

$$y^4 + by^3 + acy^2 + a^2dy + a^3e = 0$$

det er, man sætter overalt i Ligningen en enkelt Ubekiendt, og multiplicerer den givne Ligning med en geometrisk Progression, hvis første Led er 1 og andet Led er Coefficienten, ved at begynde fra andet Led. Af

$$\begin{array}{ccccccc} 20x^3 & + & 15x^2 & - & 8x & + & 120 = 0 \\ & & \text{I} & & 20 & & 400 \end{array}$$

bliver saaledes $y^3 + 15y^2 - 160y + 4800 = 0$, og da $y = 20x$, altsaa $x = \frac{y}{20}$, saa indsees, hvorledes x erholdes, naar y er funden.

Sommestider lykkes det formedelst de forrige Forvandlinger at bringe Rodstørrelser bort af en Ligning, som paa anden Maade bortskaffede, vilde øphøie Ligningen til en langt høiere Grad end tilforn. Antager man f. Ex. til Ligningen $x^3 + 4x^2$



$4x^2\sqrt{2} - 6x - \frac{8}{\sqrt{2}} = 0$ den geometriske
 Progression 1, $\sqrt{2}$, 2, $2\sqrt{2}$ for, at multiplicere
 Ledene dermed, saa erhoder man $y^3 + 8y^2 -$
 $12y - 16 = 0$, som er fri for Rodtegn, og naar
 y er bekiendt findes $x = \frac{y}{\sqrt{2}}$.

Naar man dividerer en Lignings Rod med en
 bekiendt Størrelse, saa bliver naturligviis det sidste
 Led et mindre Tal end tilførn, hvilket er ved visse
 Oplosningsmethoder til stor Fordeel. Man for-
 søger altsaa denne Forvandling altid, hvor det
 sidste Led er betydelig stort. F. E. Af $x^3 - 6x^2$
 $- 4x + 24 = 0$ bliver ved at dividere med 2
 Ligningen $x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0$, hvori det
 sidste Led er kun den 8de Deel af hvad det var
 tilførn.

§. 245.

Vi komme til Ligningers Oplosning. Naar
 en Lignings-Roder ere rationale, det er, hverken ind-
 bildte eller irrationale, saa skulle de efter §. 237. 2.
 være det sidste Led's rationale Factorer. Man har
 derfor kun fornøden, at opløse det sidste Led i sine
 Factorer, og indsætte dem enten med + eller -
 i den givne Ligning, for at erfare, ved hvilken
 begge Ligningens Dele blive lige store, og føl-
 gelig dens Roder opdages. Ex. $x^3 - 2x^2 -$
 $13x + 6 = 0$. Her ere det sidste Led's Factor-
 er 1, 2, 3 og 6, og indsætter man dem baade
 med



med $+$ og $-$ i Ligningen, saa finder man, at -3 bringer Ligningen til 0 ; altsaa er $x = -3$, og ved at dividere Ligningen med $x + 3$ finder man den quadratiske Ligning $x^2 - 5x + 2 = 0$, hvis tvende Røder ere $x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$. Naar det sidste Led skulde være et meget stort Tal og altsaa have mange Factorer, søger man forhen at forvandle den gløne Ligning til en anden, hvis sidste Led er mindre. (§. 244.)

§. 246.

Men da desuagtet alt for mange Forsøg maae foretages, har man søgt at afslutte Metboden, som meer paa følgende Maade. Betragter man de forvandlede Ligninger §. 243., som fremkom ved at addere en bekiendt Størrelse til den Ubekiendte, eller at subtrahere den derfra, saa finder man, at det sidste Led i den forvandlede Ligning er den gløne Ligning selv, ikkun med den Forskiel, at ved Additionen er $-a$ indsat i Stedet for x , og ved Subtractionen er $+a$ sat for x . Naar man altsaa i en Ligning i Stedet for x skriver -1 , eller -2 , eller -3 o. s. v., saa erholder man det sidste Led af en Ligning, hvori x er foresat med 1 , 2 , 3 o. s. v.; og naar man for x sætter $+1$, $+2$, $+3$ o. s. v., saa erholder man det sidste Led i en Ligning, hvis Røder ere forminskede med 1 , 2 , 3 o. s. f. Saaledes er, naar man



man i Ligningen $x^3 - 2x^2 - 13x + 6 = 0$
sætter

$$x = +2 \text{ det sidste Led } 20 \text{ i en Ligning, hvialt bekiendt} = x - 2$$

$$x = +1 \quad \quad \quad 8 \quad \quad \quad = x - 1$$

$$x = 0 \quad \quad \quad 6 \quad \quad \quad = x$$

$$x = -1 \quad \quad \quad 16 \quad \quad \quad = x + 1$$

$$x = -2 \quad \quad \quad 16 \quad \quad \quad = x + 2$$

da nu alle disse fundne Tal ere Rødernes Product
enhver i sin tilhørende Ligning, og man veed, at
i disse fem Ligninger Rødernes Forskiel $= 1$, saa
kan ogsaa blant disse Tals Factorer ifkun de være
Røder, som gaae frem i saadan en Progression;
og altsaa har man alene nødig, at forsøge at høre
Ligningen med saadan en Factor af det sidste Led.
Nu har

20 til Factorer 1, 2, 4, 5, 10, 20

8 - - - 1, 2, 4, 8

6 - - - 1, 2, 3, 6

16 - - - 1, 2, 4, 8, 16

og da deriblant findes den aftagende Progression
5, 4, 3, 2 og den tiltagende 1, 2, 3, 4, saa
ere -3 i den første og $+3$ i den sidste, som svarer
til $x = 0$, de eneste, der kunne være Ligningens Rø-
der. Men da man finder, at den tiltagende Pro-
gression ophører, fordi det følgende Led er 5 og det
ei findes blant Factorerne af 16, som svarer til
 $x = -2$, saa forkastes den, og -3 er den
søgte Rod; følgelig kan Ligningen divideres med
 $x + 3$. Følgende Exempler, hvori findes un-
der *A* de antagne Værdier for x , under *B* de
deraf



deraf funbne sidste Led, under C deres Factorer, og under D de deriblant befindelige Progressioner, siene til at vise den beqvemmeste Orden, hvori Regningen bør føres. Lad være givne $x^4 + x^3 - 8x^2 + 6x + 36 = 0$, saa er

A	B	C	D
$x = +1$	36	$1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36$	$3; 4$
$x = 0$	36	$1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36$	$2; 3$
$x = -1$	22	$1, 2, 11$	$1; 2$

altsaa -2 og -3 Eigningens Røder. Er den givne Eigning $x^5 - 11x^4 + 22x^3 + 9x^2 - 19x + 30 = 0$, saa er for

A	B	C	D
$x = +1$	32	$1, 2, 4, 8, 16, 32$	$1; 2; 4; 4$
$x = 0$	30	$1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30$	$2; 3; 5; 3$
$x = -1$	24	$1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24$	$3; 4; 6; 2$

altsaa kunde $+2$, $+3$, $+5$, -3 være Eigningens Røder, hvoraf dog kun $+3$ har Sted. Til egen Øvelse sættes her følgende Eigning; $x^4 + x^3 - 29x^2 - 9x + 180 = 0$. Paa en lignende Maade har man søgt, at finde quadratiske Divisorer til en foregiven Eigning, hvortil dog Reglerne ere for videlsøftige her at blive udførte.

§. 147.

Er en Eignings Røder irrationale, da maae man først søge et Par hele Tal, hvorimellem den sande Rod falder, og dernæst ved Nærmelse bestemme den saa nviagtig, som Sagens Natur udfordrer



drer det. Det første erholdes formedelst følgende Betragtninger: Lad a være en Rod af en Ligning og $x - a$, altsaa en Factor deraf, saa bliver Ligningen $= 0$, naar den har Factoren $x - a$; sætter man derimod for a et positivt Tal, som er større end a , saa bliver $x - a$ negativ, og sætter man for a et Tal, som er mindre end a , saa bliver $x - a$ positiv; da nu de øvrige Røder beholde deres Tegn, saa maae de Værdier, som fremkomme, naar de øvrige Factorer i Ligningen eensgang multipliceres med en positiv og en anden gang med en negativ Factor, nødvendig gaae over fra $+$ til $-$ eller fra $-$ til $+$. Sætter man altsaa flere Tal efter hinanden for x i en given Ligning, og man finder, at Tegnene forandres i de derved fundne Resultater, saa falder een af Ligningens Røder imellem disse to antagne Værdier. Saaledes finder man, naar man i Ligningen $x^3 + 2x^2 - 23x - 70 = 0$ sætter $x = +5$, dens Værdi $= -10$, og naar man sætter $x = +6$, dens Værdi $= +80$, altsaa falder een af dens Røder imellem 5 og 6.

§. 248.

Naar mange antagne Værdier for x skulde indsættes, førend Tegnenes Omværling skeede, vilde Regningen falde noget besværlig; man bør derfor søge at afkorte den. Sætter man i Ligningen med ubestemte Coefficienter $x^3 - ax^2 + bx - c = 0$

1. Deels 1. §.

2

i Stedet



A				B		C	
x	=	5	—	30	—	20	—
x	=	4	—	10	+	20	—
x	=	3	—	10	0	—	20
x	=	2	—	24	—	14	+
						+ 6	
x	=	1	—	46	—	22	—
x	=	0	—	70	—	24	—
x	=	1	—	90	—	20	+
x	=	2	—	100	—	10	+
x	=	3	—	94	+	6	+
x	=	4	—	66	+	28	+
x	=	5	—	10	+	56	+
x	=	6	+	80	+	90	+

altsaa er x imellem 5 og 6.

Om den givne Ligning var $x^3 + 10x^2 + 5x - 2600 = 0$, findes de to hele Tal, hvorefter imellem en Rod falder, paa følgende Maade:

A				B		C	
x	=	0	—	2600	—	16	—
x	=	1	—	2584	+	42	+
x	=	2	—	2542	+	74	+
x	=	3	—	2468	+	112	+
						+ 6	
x	=	4	—	2356	+	156	+
x	=	5	—	2200	+	206	+
x	=	6	—	1994	+	262	+
x	=	7	—	1732	+	324	+
x	=	8	—	1408	+	392	+
x	=	9	—	1016	+	466	+
x	=	10	—	550	+	546	+
x	=	11	—	4	+	632	+
x	=	12	+	628	+	86	+

Altsaa falder x imellem 11 og 12, og nærmere ved 11 end ved 12. Man indseer i øvrigt uden Erindring, at man paa samme Maade kan finde alle en Lignings rationale Røder, om de have Sted deri,



som findes nemlig der, hvor under A kommer 0. Af Ligningen $x^3 - 46x^2 + 699x - 3510 = 0$ findes saaledes for x , 13, 15, 18; og af Ligningen $x^4 - 10x^3 - 21x^2 - 432 = 0$ findes $x = 12$.

§. 249.

Er en Lignings Rod funden saa nsiagtig i hele Tal, som mueligt, saa kommer det alene an paa, at finde den dertil hørende Brøk, som vi ville sætte at være $= b$. I Ligningen $x^3 + 2x^2 - 23x - 70 = 0$ er saaledes $x = 5 + b$ (§. 248.) Indsætter man denne Værdie af x i Ligningen, saa erholder man

$$\begin{array}{rcl}
 x^3 & = & 125 + 75b + 15b^2 + b^3 \\
 + 2x^2 & = & 50 + 20b + 2b^2 \\
 - 23x & = & -115 - 23b \\
 - 70 & = & -70
 \end{array}$$

følgende Ligning $0 = -10 + 72b + 17b^2 + b^3$, hvori den Ubekiendte b er den søgte Brøk. Den er cubisk, og synes derfor at føre til en ligesaa vidtløftig Opløsning, som Hovedligningen selv; men naar betænkes, at b er en Brøk, og at en Brøks Digniteter ere mindre Brøker, saa indsees, at alle Digniteter af b kunne udelades, for at finde b ved Nærmelse. Man har derfor $0 = -10 + 72b$, og $b = \frac{10}{72} = 0,1$. . . altsaa $x = 5,1$. Vil man have x endnu mere nsiagtig, saa igientager man forrige Beregning, ved at sætte $x = 5,1 + b$; saaledes er nu

$$x^3 =$$



$$\begin{array}{rcl}
 x^3 & = & 132,651 + 78,03 b \\
 + 2x^2 & = & 52,02 + 20,4 \\
 - 23x & = & - 117,3 - 23 \\
 - 70 & = & - 70
 \end{array}$$

$$0 = - 2,629 + 75,43 b$$

derfor $b = \frac{2,629}{75,43} = 0,034$, og $x = 5,1 + 0,034 = 5,134$.

Ved Opmærksomhed og ved Sammenligning med §. 248. vil man let finde nogen Forkortning i denne Methodes Anvendelse. Man seer nemlig, at i Ligningen $0 = - 10 + 72b$ er $- 10$ den Værdie af den givne Ligning, som erholdes naar x sættes $= 5$ (§. 248.), man behøver derfor ei at beregne den; og at i $72b$ er $72 = 3(5)^2 + 2 \cdot 5$ multipliceret med andet Led's Coefficient i Hovedligningen + tredie Led's Coefficient. Vil man derefter beregne x nøiere i Ligningen $x^3 + 10x^2 + 5x - 2600 = 0$, saa har man efter §. 248. umiddelbart $0 = - 4 + (3(11)^2 + 2 \cdot 11 \cdot 10 + 5)b = - 4 + 588b$ og $b = \frac{4}{588} = \frac{1}{147}$, altsaa $x = 11 + b = 11 \frac{1}{147}$, hvorefter man da kan fortsætte Nærmelsen. Dersom man f. E. efter §. 248. havde fundet x at være nærmere ved 12 end ved 11, saa skulde man i Stedet for at sætte $x = 11 + b$ have sat $x = 12 - b$, og da bestemt x paa samme Maade.

§. 250.

De forrige Oplosningsmetoder ville i de fornemste Tilfælde findes at være tilstrækkelige. De



lide alene Undtagelse, naar nogle af Ligningens Røder ere lige store, og naar nogle eller alle ere indbildte. (§. 241.) Men da den fuldstændige Theorie om Ligningerne er for frugtbar til at blive indfneben i nærværende første Grunde, maae vi lade os nøie med, at have givet en Forsmag af Theorien, og for det øvrige henviser Læseren til Hovedskriveren over Analysis. Vi ville her alene tilføie nogle Methoder, som tiene især for visse Arter af Ligninger.

§. 251.

Naar en høiere Ligning har kun to Led, som indeholde den Ubekjendte, og den ene Exponent er dobbelt saa stor som den anden, kan den blive opløst, som en ufuldkommen quadratisk Ligning. $x^4 + 5x^2 = 12$ og $x^6 - 3x^2 = 9$ ere af den Art, hvis Overeensstemmelse med den quadratiske $x^2 + 4x^2 = 8$ let indsees. Deres almindelige Form er $x^{2n} \pm px^n = \pm q$, og deres Oplosning da følgende

$$x^{2n} \pm px^n + \frac{1}{4}p^2 = \pm q + \frac{1}{4}p^2$$

$$x^n \pm \frac{1}{2}p = \pm \sqrt{\left(\pm q + \frac{1}{4}p^2\right)}$$

$$x^n = \mp \frac{1}{2}p \pm \sqrt{\left(\pm q + \frac{1}{4}p^2\right)}$$

$$x = \sqrt[n]{\mp \frac{1}{2}p \pm \sqrt{\left(\pm q + \frac{1}{4}p^2\right)}}.$$

Exempel. At finde to Tal, hvis Product er 15, og hvis Cubical summerede udgiøre 152. Lad Tallene være x og y , saa er $x^3 + y^3 = 152$



og $x y = 15$, altsaa $y = \frac{15}{x}$; $y^3 = \frac{3375}{x^3}$ ders
 for $x^3 + \frac{3375}{x^3} = 152$, eller $x^6 + 3375 =$
 $152 x^3$, eller $x^6 - 152 x^3 = -3375$, som opløs
 ses enten efter den almindelige Formel, eller ved
 at føre Regningen, som tilførn. For Endelig
 heds Skyld vælge vi det sidste.

$$x^6 - 152 x^3 = -3375$$

$$x^6 - 152 x^3 + 76^2 = 5776 - 3375 = 2401$$

$$x^3 - 76 = \pm \sqrt{(2401)} = \pm 49$$

$$x^3 = \pm 76 \pm 49 = 125 \text{ eller } 27$$

$$\text{derfor } x = \sqrt[3]{125} = 5$$

$$\text{eller } x = \sqrt[3]{27} = 3$$

$$\text{derfor } y = \frac{15}{x} = \frac{15}{3} = 5 \text{ eller } \frac{15}{5} = 3.$$

§. 252.

Den cubiske Lignings Oplosning, som af
 Cardan er bleven bekiendtgjort, og gemeentlig kal
 des Cardans Regel, grunder sig paa følgende Bet
 ragtninger. Den givne Ligning, hvoraf det anse
 det Led er bortskaffet, være $x^3 + p x + q = 0$,
 saa sættes $x = z - y$, eller $= z + y$, om an
 det Led havde —. Af den antagne Ligning $x =$
 $z - y$ følger nu



$$x^3 = z^3 - 3 z^2 y + 3 z y^2 - y^3$$

$$x^3 = z^3 - 3 z y (z - y) - y^3$$

$$x^3 = z^3 - 3 z y x - y^3$$

$$\text{altsaa } x^3 + 3 z y x + y^3 = 0 \\ - z^3$$

Sammenligner man denne cubiske Ligning med den givne, saa finder man, at $3 z y = p$, og at $y^3 - z^3 = q$; man har altsaa to Ligninger for z og y , hvoraf de kunne blive fundne. Af den første

$$\text{er } y = \frac{p}{3z}, \text{ altsaa } y^3 = \frac{p^3}{27z^3}, \text{ og dette indsat i}$$

$$\text{den anden } y^3 - z^3 = q \text{ giver } \frac{p^3}{27z^3} - z^3 = q$$

eller $z^6 + q z^3 = \frac{p^3}{27}$. Oploses denne Ligning efter forrige Spøgs Methode, saa har man $z =$

$$\sqrt[3]{(-\frac{1}{2}q \pm \sqrt{(\frac{p^3}{27} + \frac{1}{4}q^2)})}, \text{ og da } y^3 - z^3 = q,$$

$$\text{altsaa } y^3 = q + z^3 = q - \frac{1}{2}q \pm \sqrt{(\frac{p^3}{27} + \frac{1}{4}q^2)}$$

$$= \frac{1}{2}q \pm \sqrt{(\frac{p^3}{27} + \frac{1}{4}q^2)}, \text{ saa er } y =$$

$$\sqrt[3]{(+\frac{1}{2}q \pm \sqrt{(\frac{p^3}{27} + \frac{1}{4}q^2)})}. \text{ Nu var } x = z - y,$$

$$\text{altsaa er } x = \sqrt[3]{(-\frac{1}{2}q \pm \sqrt{(\frac{p^3}{27} + \frac{1}{4}q^2)})} -$$

$$\sqrt[3]{(\frac{1}{2}q \pm \sqrt{(\frac{p^3}{27} + \frac{1}{4}q^2)})}. \text{ For Ligningen } x^3$$

$$- p x - q = 0 \text{ findes ligesaa } x = \sqrt[3]{(\frac{1}{2}$$

$$\sqrt[3]{\left(\frac{1}{2} q \pm \sqrt{\left(-\frac{p^3}{27} + \frac{1}{4} q^2\right)}\right) +$$

$$\sqrt[3]{\left(\frac{1}{2} q \mp \sqrt{\left(-\frac{p^3}{27} + \frac{1}{4} q^2\right)}\right)}. \quad \text{Jeg overlader}$$

det til Læseren, at søge samme Formel for de øvrige Forandringer af de cubiske Ligninger i Henseende til Tegnene, samt at eftersee de vidtløftige lærde Undersøgelser, som denne Formel har foranlediget, hos Euler, Kästner og Frisfi.

Exempel. At finde en sammenhængende arithmetisk Proportion, hvori Ledenes Forskiel er $= d$, og Ledenes Product $= p$. Lad det mellemste Led være $= x$, saa er det første $x - d$, det sidste $x + d$, Ledenes Product $x^3 - d^2 x = p$, eller $x^3 - d^2 x - p = 0$. Om nu i Tal Ledenes Forskiel var $= 3$, deres Product $= 28$, saa er $x^3 - 9x - 28 = 0$, og

$$x = \sqrt[3]{14 \pm \sqrt{\left(-\frac{729}{27} + \frac{784}{4}\right)}} +$$

$$+ \sqrt[3]{14 \mp \sqrt{\left(-\frac{729}{27} + \frac{784}{4}\right)}})$$

$$= \sqrt[3]{14 \pm \sqrt{196 - 27}})$$

$$+ \sqrt[3]{14 \mp \sqrt{196 - 27}})$$

$$= \sqrt[3]{14 \pm 13} + \sqrt[3]{14 \mp 13}$$

$$x = \sqrt[3]{27} + \sqrt[3]{1} = 3 + 1 = 4$$

altsaa er første Led $4 - 3 = 1$ og sidste Led $4 + 3 = 7$, og Proportionen denne $1 - 4 = 4 - 7$.

Dividerer man den givne Ligning med $x - 4$, er



holder man $x^2 + 4x + 7 = 0$, og altsaa $x =$
 $= 2 \pm \sqrt{-3}$.

§. 252.

Af den Cardaniske Regels Anvendelse sees man let, at den bliver næsten unyttig, naar de deri befindelige Rodtegn ei kunne falde bort, og at den altsaa her fortiener Plads meer som en sindrig end som en nyttig Opfindelse. Det samme gælder om de biquadratiske Ligningers Opløsning, som Raphael Bombelli sandt kort efter at de cubiske Ligningers Opløsning var funden, og altsaa skal ogsaa om denne kun det Væsentligste blive anført. Om den givne biquadratiske Ligning, hvori andet Led mangler, er $x^4 = px^2 + qx + r$, saa bestaaer Oplosningsmetoden deri, at man søger at gjøre begge Ligningens Dele til fuldkomne Quadrater. Til den Ende antages en ny Ubeskiendt z , og adderes paa begge Sider $2zx^2 + z^2$, saa kommer $x^4 + 2zx^2 + z^2 = (2z + p)x^2 + qx + z^2 + r$, hvori den første Deel er $= (x^2 + z)^2$ og den anden Deel er et Quadrat af denne Form $a^2x^2 + 2abx + b^2 = (ax + b)^2$. Da nu i dette Quadrat a og b kunne blive bestemte af andet Led's Coefficient, fordi $a^2b^2 = \left(\frac{2ab}{2}\right)^2$, saa har man af Hovedligningens anden Deel $(2z + p)(z^2 + r) = \left(\frac{1}{2}q\right)^2 = \frac{1}{4}q^2$, eller $2z^3 + pz^2 + 2rz + pr = \frac{1}{4}q^2$ en cubisk Ligning, hvoraf



hvoraf z kan blive funden. Man har altsaa i Stedet
 for $x^4 + 2z x^2 + z^2 = (2z + p) x^2 + qx + z^2 + r$ de to fuldkomne Quadrater $(x^2 + z)^2$
 $= (2z + p) x^2 + qx + \frac{\frac{1}{4}q^2}{2z + p}$, og følgelig
 $x^2 + z = \pm \sqrt{(2z + p) x \pm \frac{\frac{1}{4}q}{\sqrt{(2z + p)}}}$

hvoraf x findes, som af en quadratisk Ligning.

Ex. Lad den biquadratiske Ligning være $x^4 = 15x^2 + 10x - 24$, saa bliver den cubiske Ligning for at finde z denne $2z^3 + 15z^2 - 48z - 360 = 25$, eller $2z^3 + 15z^2 - 48z - 385 = 0$, hvis Røder ere $+ 5$, $- 7$, $- 5\frac{1}{2}$; antager man $z = 5$,

saa er $(x^2 + 5)^2 = 25x^2 + 10x + 1$

og $x^2 + 5 = \pm 5x \pm 1$

altsaa enten $x^2 - 5x = -4$

og $x = \frac{5}{2} \pm \frac{3}{2} = 4$ eller 1

eller $x^2 + 5x = -6$

og $x = -\frac{5}{2} \pm \frac{1}{2} = -2$ eller -3 ,

og dermed ere alle fire Ligningens Røder bestemte.





Tillæg.

De i Lærebogen afhandlede Videnskabers forte Historie.

I. Arithmetikens Historie.

§. 1.

Man er temmelig enig i, at Regnekonsten har taget sin Oprindelse hos Phoenicierne, som den første bekiendte Nation, der har ført en betydende Handel. Porphyrus, hvis Udsagn dog maae have nogen Vægt, siger, i Pythagoras's Levnet, τὰ περὶ ἀριθμοῦ τε, καὶ λογισμοῦ ἐκ παλαιῶν χρόνων ἐπιμελεσθῆναι — Φοινίκας. — Men allerede Strabo lib. XVII. angiver dette som en til hans Tider almindelig bekiendt Mening om Phoenicierne. Hvad man fortæller om Theut, og hvad Josephus fortæller om Abraham, ere Fabler, hvis Kilde er let at begribe.

§. 2.

At det hos Phoenicierne, ligesom næsten hos alle Nationer, blev brugeligt, at regne efter Decadiken, over hvilken Overeensstemmelse Aristoteles Probl. sect. XV. 3. har saa mange subtile Formodninger, dertil vilde man tydelig see Grunden, om man engang skulde finde en fra de øvrige hidindtil adskilt Nation med 6 Fingre, som hos sig havde indført Dodecadiken. At tælle paa Fingrene er endnu saa naturligt for de usvædte, og naar man eengang havde igiennemtalt dem, saa mærkede man dette i Hukommelsen, igiennemtalde dem igjen, og mærkede sig de to Tier, o. s. f.

§. 3.



§. 3.

Phoenicierne betiende sig ogsaa først af Bogstaverne i deres Alphabet, som affortede Tegn paa Talbegrebene; af de første 10, for at betegne Enerne, af de øvrige, til at udtrykke de høiere Ordener. Deri have Grækerne fulgt dem, hvilket man tydelig seer deraf, fordi de i deres Alphabet til at betegne Tallet 6 indskøde ς (επισημον $\beta\alpha\upsilon$) for at betegne 10, 20, 30, 40, o. s. v. ved ι , κ , λ , μ , ν , ligesom Phoenicierne ved jod, kaph, lamed, mem, nun. Latinerne optænkte sig en Methode, som afviger fra de forrige, nemlig med de 5 Bogstaver I, V, X, L, C at tilkiendegive alle Talbegreber. Thi M hører vel ikke egentlig dertil, men man havde udtrykt 1000 ved cl , hvilket Afskrifterne forvekslede med den forrige Maade at skrive Uncialbogstavet M paa. Saaledes opkom vel ogsaa D af cl . I den latinske Cifer skrive Progressionen til fem forbunden med den til ti, og Tegnene have ofte en anden Betydning efter det Sted, de indtage, dog efter ganske andre Regler end ved den nu værende Decadik. Det er aabenbart, at Tallenes Skrivning var de Gamle besværligere end os.

§. 4.

Men ogsaa i Udtalen vare de, som det lader, forskjellige fra os. Grækerne havde ikke noget enkelt Ord, til at betegne høiere Ordener, end Myriade for 10000, hvilke de da igien samlede i Myriader. En Myriade af Myriader kalder Arithimedes i Arenario en Eenhed af første Periode, en Myriade af saadanne Eenheder en Eenhed af anden Periode, o. s. v. Romerne, især de ældre, synes ikke at have talt meget over hundrede tusinde. Deraf de Udtryk f. E. centies vicies semel (centena &) octoginta tria millia, hvor vel ogsaa de indsluttede Ord blive borte, og dog 12183000 er at forstaae. See Plin. H. N. VII. 26. Dog finder man ogsaa den nu værende Maade, f. E. hos Vitruv I. 6. Denne Vanskelighed, som de Gamle fandt



findt ved at tilkiendegive ret store Tal med Ord eller Tegn, maae vel have været Hovedgrunden til den Paaftand, som Archimedes giendriver i den nylig nævnte Bog.

§. 5.

Endskjønt de Gamle endog havde regnet indtil meget høje Tal, saa vide vi dog meget lidet om den Maade, hvorpaa de have anstillet deres Operationer. Vi gjøre kun Gissninger til mechaniske Midler, og til de saa kaldte Abacos, som til Fordelse, hvorved de hialp sig i deres besværlige Tegning af Tallene. Ved de sidste, abaci, skal dog ogsaa allerede Stedet have hjulpet til at bestemme Tallenes Værdie. Det lader ogsaa, som de have regnet mere i Hovedet end vi, og derved benyttet sig af os nu ubekiendte Fordelse.

For at overtøpe sig om, hvor besværligt det for Indførelsen af den nu værende Maade at tegne Tallene paa, er blevet at regne, især med store Tal, behøver man kun at eftersee Eutokius's Commentar over Archimedis Bog *περί κυκλῶς μετρήσεως*. Endnu besværligere blev Brøktregningen dem. Theon lib. I. cap. 9. in Ptolomæum roser derfor sin Autor, at han har forvandlet *τα μερῆ τῶν μαζῶν* i 60deels Brøker. Thi, sjoer han til, naar vi ellers havde $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{16}$ (Summen er $\frac{7}{8}$) misfommelig at multiplicere hver for sig, saa multiplicere vi nu 48 Tredskindstyvendele (Minuter). Nemlig man opløste alle Brøker, hvis Tællere vare > 1 , først i saadanne, hvis Tæller var $= 1$, og skrev nu i Stedet for $\frac{1}{2}$, β^{11} ($\frac{1}{2}$), δ^{11} ($\frac{1}{4}$), κ^{11} ($\frac{1}{16}$). Saaledes og $\frac{1}{12} = \delta^{11}$. Imidlertid var det dog og brugeligt, f. E. at skrive θ — α for $\frac{2}{12}$ eller α — κ for $\frac{1}{12}$.

Anmærkn. Det er dog mærkværdigt, at i et Altorfist Manuscript af Boethius de geometria denne Autor fortæller, nogle af de ældre Pythagoræer havde kun brugt 9 Characterer, til at opsætte alle Tal og Regninger. — —

§. 6.

§. 6.

Iblant Grækerne have imidlertid Pythagoras (født A. C. 590) og hans Efterfølgere vel været de første, som have givet Arithmetiken Form af en Videnskab. Deres Hovedgienslender vare imidlertid Tal- lenes Egenskaber og Forholde, især saadanne, som ved de Enheders Stilling, hyoras et Tal bestaaer, have Sted i disse geometriske Figurer. Deraf Trigon- al-, Polygonal-, Pyramidaltakene. - - - Fremde- les gjorde de meget af Forskiellen imellem fuldkomne og ufuldkomne Tal. Hine skulde være de, som ere lige store med deres Divisorers Sum, f. E. $6 = 1 + 2 + 3$; $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$, o. s. v. Alle sliche Egenskaber søgte de besynderlige Hemmeligheder af ligesaa besynderlige og indbildte Grunde, ligesom de ogsaa tillagde mange enkelte Tal besynderlige Kræf- ter og Hellighed. De have skrevet hele Bøger om enkelte Tal, saasom Telanges om 4, og Archytas om 10.

§. 7.

Ogsaa Euclides's (han levede omtrent 272 Aar for Christus) arithmetiske Bøger, som ere den 7de, 8de og 9de af hans Elementer, indeholde blot almin- delige Sætninger om Tallene, især om Primtallene, om sammensatte, om lige og ulige og om Proportio- naltallene. Regningsoperationerne forudsætter han. Imidlertid ere de et Væsterstykke af dybsindige og ab- stracte Slutninger, enhver egentlig Mathematiker af anprise, endstaaent Begyndere i Arithmetiken, især førend man ved Elementar-Algebra og Geometrie har vænnet dem til at abstrahere, lettelig affrækkes ved deres Vanskeligheder. De første Theoremer af den 7de Bog indeholde det almindelige Beviis for den §. 36. 37. Arithm. viste Omgangsmaade til Brøker- nes Forkortning. Andreas Tacquet har oplyst disse Af- handlinger af Euclides i sin Theoria & praxi Arithmo- tices af 1659 og 1683. At Ptolomæus til Astrono- miens Nytte har indført Sexagesimalregningen, er allerede



allerede erindret. Terentius Varro's Arithmetik, som har vel været den første hos Latinerne, skal endnu ligge utrykt i et romersk Bibliothek. See Heilbr. Hist. Math. p. 291. Under Tiberss Regiering har Nicomachus, en Pythagoræer, skrevet en *αριθμητική* *νισμαχών*, som er trykt i Paris 1538. Han har mange, tildeels lidet brugbare Inddelinger af Talletne. — Men efter den Tidssalder's Sinag har han haft mange Commentatorer, hvoraf Jamblichus endnu er tilovers. Boethius's Arithmetik af det 6te Aarhundrede er mere en fri Oversættelse end Commentær over Nicomachus. Endnu har Psellus, en Græker og Keiser Michael Ducas's Lærer, skrevet over Arithmetiken, Musiken og Geometrien, hvilket Bert Rylander har ladet trykke 1556 med en latinsk-Oversættelse.

§. 8.

Uden længe at opholde mig ved Araberne, om hvilke man vist nok veed, at de have skrevet over Arithmetiken, maae dog her anføres, at Gerbert har lært af dem, at skrive og beregne alle Tal med ni Taltegn og Rullet. Videlyst havde drevet denne Kunst til, ved Aaret 970 at undsøge af Klosteret Fleury til Spanien, hvorfra han blant andre Kundskaber ogsaa medbragde denne Regnekunst. Factum synes afgjort efter Gerberts Breve, fornemmelig det 160de (som udkom i Paris 1611). See Heilbr. p. 740. Den orientalske Oprindelse røber sig ogsaa tilfulde derved, at man maae skrive disse Taltegn fra den høire til den venstre Haand, naar ethvert Cifer, saasnart det er skrevet, ogsaa skal kunne læses efter sin sande Værdie. Det kan imidlertid gierne være, at Araberne have faaet dem fra Indianerne. Hvorfra ogsaa Pythagoræerne (§. 5. Anm.) kunde have dem. Fordi de bleve holdne hemmelig, kan deres Brug være gaaen forloren, indtil Gerbert igien paa en anden Veie fandt dem. At imidlertid disse samme Tegn allerede findes i hint Manuscript af Boethius, beviser egent-

lig



Iig intet for dets Alderdom, fordi de kunne være ind-
studte af en nyere Afstriver. — Gerbert blev tilsidst
Pave under Navn af Sylvester II.

§. 9.

I Begyndelsen af 14de Aarhundrede skrev Bar-
laam en Arithmetik, hvori alle Operationer af den
practiske Regnekunst omhyggelig ere demonstrerede.
Bogen er sidst udkommen i Paris 1600. 4. I det
15de Aarhundrede gjorde den berømte Indiske Regio-
montanus ved sin Beregning af Sinus, som han hen-
førde til Radius 10000000, først Mathematikerne
opmærksomme paa de vidt udbredede Fordele af Deci-
malssystemet; og 1494 udgav Lucas Pacioli eller
de Burgo Sti sepulcri i Venedig sin summa arithmetice
& geometrie proportionumque & proportionalitatum;
i hvilken Bog først alle Arithmetikens Operationer
ere bragte til 7. I det 16de Aarhundrede maae Guil.
Budai Arithm. Memorativa, versibus conscripta have
været et mærkværdigt Syn. Forfatteren døde 1550,
og hans Bog er først udkommen 1631. Den indehol-
der Reglerne for, at finde Quadratroden af ufuld-
komne Quadrater indtil $\frac{1}{1000}$, ligesom §. 101. fremde-
les at uddrage den af en Brøk paa den Maade, som
§. 126.; alt i latinske Vers, og uden Beviser. Skönt
man heri paa en vis Maade betiende sig af Decima-
lbrøker, saa har Wolf dog ret, naar han siger i Unter-
richt von mathematischen Schriften §. 21., at Ste-
vinus har først mod Enden af det 16de Aarhundrede
indsat Decimalbrøker i Geometrien, og anpræst Reg-
ningen dermed saavel for Landmaalere som Kjøbmænd.
For Resten vare i dette Aarhundrede endnu mærkvær-
dige for Arithmetiken Michael Stiefels Arithmetica
integra. Norimb. 1544. 4. for dens Indholds Skyld,
Adam Rissens Rechnung nach der Länge auf der Li-
nien *) und Feder. Leipz. 1550. 4. for hans lange ved-
ligeholdte Regnemesterste Anseelse, og Gemma Frisii
Arithmetice practice methodus facilis, fordi Letheden
ikke blot staaer paa Titelen.

*) Regning paa Linier er Arithmetica calculatoris,
1. Deels 1. §. U eller



eller med calculis (Regnepenge) Hvilken ogsaa for-
dum var brugeligere hos os. Paa Pennen er den
sædvanlige. Om den første finder man Efterretning
hos Heilbronner S. 890. ff. og i Leupolds Theatr.
Arithm. cap. III.

§. 10.

I det 17de Aarhundrede er J. S. Beyers Logi-
stica decimalis Francof. 1619. 4. at mærke som et ty-
deligt og udførligt Verk over Decimalbrøkenes Sub-
stitution og deres Beregning i Stedet for den almin-
delige og især Sexagenalregningen. Tacquets for-
trinlig tydelige og grundige Theor. & pr. Arithm. er
allerede ovenfor nævnet §. 8. Ludolph, som 1690
udgav en Tetragonometriam Tabulariam, hvori Qua-
drattallene lige til 10000000000 ere angivne med de-
res Røder (§. 109. Arithm.) opfandt ogsaa den af
Wolf i hans Anfangsgründe forklarede, og med den
af mig §. 26. Arithm. berørte lignende Methode, at
regne uden Gengangeen.

Anmærkn. Det forudsætter, at man kun kan duplere
og halvere alle Tal, og har et Fortrin for Herwart
von Hohenburgs Idee, at fremstille en Gengang-
een for alle Tal indtil 1000000 i en II Alfabeter
stærk Foliant.

§. 11.

Her ville vi endnu melde om de fornemste Me-
thoder, at regne mechanisk eller ved Hielp af Instru-
menter. Foruden Regningen med Regnepenge §. 9.
høre de Næperste Stokke herhid. De tiene fornem-
melig ogsaa til, uden Gengangeen at foretage sig de
ellers deraf hængende Regnemaader. For at gjøre alle
endog de største Regninger dermed, maae man vist
nok altid føre en stor Mængde Stokke hos sig. Og
da har Clegg vel Ret: "Gengangeenen i Hovedet er
dog bedre, end saa meget Træ i Lommen." Regnin-
gen beskriver Neper i Rhabdologia 1617. Den staaer
ogsaa i de Wolfiske Elementer og hos Leupold, anf.
St. Hos den sidste finder man og Efterretning om
en Mængde egentlige af Hiul og Drob o. s. v. sam-
mensatte

mensatte Maskiner, ved hvis Hielp man, naar Maskinen f. E. er stillet overeensstemmende med begge Factorer, udbringer Productet blot ved at dreie, f. E. ved et Haandgreb. Leibnizes Regnemaskine, som han fandt paa i sin Ungdom i Paris, og hvilken, som det heder, forhvervede ham Optagelsen i Academiet, synes temmelig simpel, altsaa at være saa meget findrigere. Dog siger man, han har ikke kunnet faae den ret i Gang. Hvordan vilde det da gaae med saa meget konstige Verker, som f. E. Polenis Maskine er, og hvor ilde var den faren, som ikke kunde regne uden saadan en Maskine? Et af Leibniz efterladt Exemplar, men ikke fuldkommen i Stand, fandtes 1773 paa det Göttingiske Observatorium; man skal imidlertid ogsaa endnu have denne Reliquie paa flere Steder, f. E. i Leipzig.

Anmærkn. Vel er en Regnemaskine for en stor Deel unødvendig; imidlertid have dog flere bestieftiget sig med dens Opfindelse, som et Problem, der ved Leibnizes Bestræbelser var bleven berømt. En Præst i det Würtembergiske, Herr M. Zahn, skal for nogle Aar siden have bragt een i Stand, og siden den Tid har man i Journalerne anmeldt en fra Wessel. Men det er tilforladeligt, at Hr. Prof. Krazentstein for længe siden har iverksat saadan en Maskine, og dermed opløst et af Leibniz bearbejdet Problem.

§. 12.

Allerede Aristoteles anmærker i det ovenfor §. 2. anf. St., hvor vilkaarligt det er, at lade hver 10 ringere Gener betyde een høiere, og anfører en thracisk Nation, som talde kun til 4, o. s. v. Dette gav Weigel Anledning til, 1672 at bekiendtgjøre en Extractif, af hvis Fordele han vist nok gjorde for meget Væsen. I en chinefisk Bog, som de lærde af Nationen holdt for et Indbegreb af Fohi's Wijsdom, men ikke selv forstode, løb alle Characterer ud paa de to —. Derom kom Efterretning ved Jesuiten Bouvet til Videnskabernes Academie i Paris, og ved dette



til Leibniz. Saa saa Characterer kan et Sprog ikke have; til Talbegreber bruger man færre; til Decadiften 10; til Tetraktiken 4; to vilde være nok til Dydiken. Ved denne Forudsættelse, som var saa naturlig, blev Bogen dechifreret og beviist, at Dydiken i forrige Tider havde været Chineserne bekiendt, og Leibniz bekiendtgjorde Maaden, ved Hielp af den at foretage sig alle Regnemaader, i Memoires de l'Académie 1703. Ikke for at forjage Decadiften, som man lettelig seer af Historien, og som han selv forklarer sig; men fordi han troede, at dette efter den simpleste geometriske Progression indrettede System kunde give Leilighed til Opdagelser, som kunde være nyttige for begge Theoriens Hoveddele. I Stedet for — betiende han sig af Tegnet 1, og i Stedet for — af 0.

Hr. Mechanicus Brander i Augsburg har skrevet en kort Anledning til den dyadiske Regning, som indeholder en fortrinlig let Methode, at forvandle et decadist Udtryk af eet og samme Talbegreb til et dyadist og omvendt, hvilket gjør Hovedvanskeligheden, fordi man eengang er saa vant til Decadiften. Det heroer paa, at man kun først af Sagens Natur indseer Rigtigheden af følgende dyadiske Udtryk.

I = 1	Giver man Ngt paa disse dyadiske Ud-
IO = 2	tryk, saa betegner ethvert, naar der
II = 3	tilføjes et 0, det dobbelte, naar 1 til-
IOO = 4	føjes, det dobbelte og endnu een til;
IOI = 5	f. E. II = 3; IIO = 6; III = 7.
IIO = 6	Da dette er almindeligt, saa lader nu
III = 7	ethvert dyadist Udtryk sig let oversætte
IOOO = 8	til et decadist. f. E. IOIIIOIO. Man
IOOI = 9	begynder fra den venstre Haand IO =
IOIO = 10	2; IOI = 5; IOII = 11; IOIIIO
d. f. v.	= 22; IOIIIOI = 45; IOIIIOIO =
90.	Naar man tvertimod skal udtrykke et decadist
Udtryk, f. E. 197 dyadist, saa halverer man det; er	
det lige, saa skriver man 0, er det ulige, saa skriver	
man 1. Den hele Quotient halverer man paa nye,	
og forholder sig som forhen, indtil man tilsidst kom-	
mer til 1. f. E.	



197 — I De fundne Tal skrives fra den venstre til
 98 — 0 den høire Haand, saaledes, at man be-
 49 — I gnyder med det sidste. Saa er 11000101
 24 — 0 = 197. For at udtrykke det decadiske
 12 — 0 Tal 1000000 dyadisk, kom man til at
 6 — 0 fylde tyve Pladser.
 3 — I
 1 — I

De 4 Regnemaader have lidet vanskeligt, naar man kun, mutatis mutandis, anvender Reglerne ved Decadiken herpaa.

Addition	Subtraction	Multipl.	Division
1011 = 11	1010001 = 81	1010 = 10	101001 11
1101 = 13	110111 = 55	101 = 5	1101
11000 = 24	11010 = 26	1010	1111
		1010	1101
		110010 = 50	Rest 10

Ved Additionen tages for hver to Gener af en ringere Klasse een Gener over til den næst høiere; ved Subtractionen bliver hvert mellemliggende 0 til 1; Multiplicationen forvandler sig til en blot Addition, ligesom Divisionen til en Subtraction.

§. 13.

Arithmetiken er i vort Aarhundrede grundlig og efter Forfatternes forskiellige Hiemeder tydelig afhandlet næsten i alle gode Lærebøger over Mathematiken, saasom Wolfs Anfangsgründe der Mathematik. Halle 1710. 4 B. 8. og Elementa matheseos universæ. Halæ 1742. 5 Vol. 4to. edit. III. De Segner Cursus mathematicus. Halæ 1767. 5 Vol. 8. og Vorlesungen über die Arithmetik und Geometrie. Lemgo 1767. 4to. 2te Auflage. Kästners Anfangsgründe der Arithmetik und Geometrie. Göttingen 1774. 8. 3te Auflage, med de øvrige 4 Dele over Mathematiken tilsammen 6 Bind. Karsten Mathesis theoretica elementaris atque sublimior. Rostochii 1760. 8. og Lehrbegrif der gesamten Mathematik. Greifswalde 1767. 8. 8 Bind, samt Anfangsgründe der mathematischen



Wissenschaften. Greifswalde 1780. 8. 3 Bind. *Hennert* Cursus mathematicus. Traj. ad Rhen. 1746. 8. 3 Bind, og Cursus matheseos adplicata. ibid. 1748. 8. 6 Bind. *Bezout* Cours de Mathematique à l'usage de la marine. Paris 1770. 8. 6 Bind. *Bossut* Cours de mathematiques. Paris 1772. 8. 4 Bind. o. f. a. Hr. *Hausen* har i hans Elementa matheseos. Lipsiæ 1734. 4. først udledet Decimal- og Sexagenalregningen af den Lære om de negative Exponenter i Algebra §. 131. ff. hvorved de endnu ere blevne Mathematikeren lettere. C. von Clausbergs demonstrative Rechenkunst. Leipzig 1732. 8. 2 Bind, er meget fuldstændig, men dog næsten for vidtløftig. Kortere og dog vel i mange Henseender tydeligere og fuldstændigere er S. C. L. Karstens Regnekunst 1775. Om Rees's almindelige Regel for Regnekunsten, oversat 1739 af det Hollandske, have vi sældet vor Dom i Lærebogen. Blant andre have Willich 1759 og Schmid 1774 grundet deres practiske Anviisninger derpaa, og mere oplyst Rees's korte Skript.

II. Kort Historie af Algebra og de endelige Størrelser's Analysis.

§. 14.

Vi kunne egentlig ikke anføre noget tidligere Vert af Alderdommen, hvori der forekom Analysis, eller endog kun tydelige Spor til samme, end Quæstiones arithmeticae af Diophantus. Men om ikke meget tidligere Pythagoræerne, som vare saa meget vant til, at tænke sig alle Størrelser som Tal, eller dog Platonikerne, hvis Mester saa vel kiendte den beslægtede geometriske Analysis, allerede skulde være faldne paa den Tanke, at betegne de Størrelser eller Tal, som de søgte, ved visse Tegn, for ved Udvikling at udbringe dem af deres Forholde til bekiendte; derpaa kan man neppe tvivle. Jeg veed heller ikke, om ikke blant Problemerne i Anthologien, hvis Opløsning egentlig beroer paa Algebra, mange maatte være ældre end Diophantus. Imidlertid vide vi ikke selvsagt,



noie, naar han har levet. Mange sætte ham i det 160de Aar efter Chr. Fødsel, andre i det 365de. At Hypatia, som omkom i Begyndelsen af det 5te Aarhundrede, har forklaret ham, beviser, at han ikke kan have levet tidligere end i det 4de Aarhundrede. Hans Opholdssted var Alexandrien, og efter et af de førstnævnte Problemer i Anthologien er han bleven 84 Aar gammel. Af 13 Bøger, som førde ovenfor anførte Ravn, ere egentlig kun 6 blevene tilovers. Det ubekiendte Tal betegner han ved ς , Quadrattet af samme ved δ (*δυναμὶς*) Cubictallet ved α o. s. v. Man seer deraf, at Oplosningen af quadratiske Ligninger som §. 155. ff. Arithm. har været ham bekiendt. Fornemmelig anvender han Analyse paa ubestemte Opgavers Oplosning, som §. 224. Dog gaaer han kun til quadratiske Ligninger; maaskee gif han videre i de tabte Bøger. Rylander har udgivet ham af det Vaticanske Bibliothek 1575 med Oversættelse og Forklaring. Men denne Udgave overgaaes meget af dem, som Bachet de Meziriac foranstaltede 1611, og Fermat 1670. Begge, og fornemmelig den sidste, have drevet den diophantiske Konst, d. e. det, hvortil egentlig, ikke til den hele Algebra, Diophantus bør ansees for Opfinderen, langt videre end dens Opfinder; naar man med dette Udtryk forbinde Begrebet §. 224. Thi de ere gaaen videre end til de quadratiske af hinanden afhængende Ligninger. Vi henbise, ligesom paa det anf. Sted, til Eulers Afhandling om den ubestemte Analytik.

§. 15.

Nu har man intet videre bekiendt Skrift blant Grækerne over Analyse, saa at Araberne i det 9de Aarhundrede under Al Ramons Khalifat traadde ligesom paa nye frem dermed, og gave den ogsaa et nyt Navn Algebra. Dog er det rimeligst, at de have taget Stoffen af Grækerne. Efter Golius betyder Navnet Algebra reductionem partium ad totum, og er vel givet denne Regning, fordi ved Ligningernes Oplosning alle de adspredte bekiendte Størrelser lige-



som forenes som Dele af et Heelt, saa at tilsidst x bliver $= A$, §. 141. Arith. De første algebraiske Skribentere i denne Epoche skulde Mohammed Ben Moussa, hvilken Cardan kalder Opfinderen af de quadratiske Ligningers Oplosning, og Thabet have været, hvilken sidste allerede skal have gjort Anvendelser paa Geometrien. At de ogsaa have vidst at oplosse cubiske Ligninger, slutter Montucla af Titelen paa et arabisk Manuscript af en Omar Ben Ibrahim i det Leidenske Bibliothek. —

§. 16.

I Occident blev imidlertid denne Videnskab eller Konst først bekiendt i det 15de Aarhundrede. Leonardus af Pisa skal henimod 1450 have medbragt den fra Orient, og tillige have skrevet derover. (Heilbr. p. 497.) Hans Bog er, som det synes, forkommen. Dog udbredede denne Methode sig snart. Regiomontanus betiener sig af den i sin bekiendte Trigonometrie, (Libri V. de triangulis omnimodis, opus posthumum) med hvis Udarbeidelse han allerede 1464 havde at gjøre. See Gassendus in vita Regiom. p. 355. I den 2den Bog §. XII. opløser han en Opgave algebraisk, hvilket maaskee er det første Mærke paa Brugen af denne Methode i Europa. Jeg vil anføre Stedet, og kun i Forveien erindre, at den ubekiendte Størrelse den gang blev kaldet *res*, og dens Kvadrat *census*.

Data perpendiculari, atque basi & proportionem laterum cognitis, utrumque latus cognoscere. Hoc problema geometrico more absolvere non licuit hactenus, sed per artem rei & census (i. e. Algebram) id efficere conabimur. Habeat itaque triangulus *abg* perpendiculari *ad* & basi *bg* cognitae, proportionemque laterum *ab* & *ag* datam, quærimus utrumque eorum. Sit v. g. proportio *ab* ad *ag* tanquam 3 ad 5, ita ut latus *ab* sit brevius latere *ag*, quo demum evenit, ut casum (i. e. segmentum basis) *bd* breviorum casu *dg* nemo inficiari possit. Sit ergo de æqualis ipsi *bd*, deturque perpendicularis *ad* $= 5$, & basis *bg* 20 pedes: pono lineam



eg 2 res ($2x$); unde linea *be* erit 20 demtis 2 rebus ($be = 20 - 2x$) & ejus medietas *bd* 10 minus 1 re ($bd = 10 - x$); reliqua vero *dg* erit 10 & una res ($dg = 10 + x$). Duco *bd* in se, producitur 1 census & 100, demtis 20 rebus ($bd^2 = x^2 - 20x + 100$); quibus addo quadratum perpendicularis 25; colliguntur 1 census & 125, demtis 20 rebus ($ab^2 = x^2 - 20x + 125$). Item *bg* in se, fiunt 1 census 20 res & 100 ($bg^2 = x^2 + 20x + 100$), quibus adjicio quadr. perpend. 25; colliguntur 1 census 20 res & 125 ($ag^2 = x^2 + 20x + 125$). Sic habeo duo quadrata linearum *ab* & *ag*, quorum proportio est ut 9 ad 25; duplicata scilicet proportio 3 ad 5, quæ est proportio laterum. Cum igitur proportio quadrati primi ad secundum sit 9 ad 25; si duxero 25 in quadratum primum, itemque 9 in secundum, quæ producentur erunt æqualia, restauratisque ut assolet defectibus, & ablatis æqualibus utrobique perducemur ad 16 census & 2000 æquales 680 rebus ($16x^2 + 2000 = 680x$) quamobrem, quod restat præcepta artis edocebunt.

Heraf er klart, at alle quadratistte Ligningers Oplosning, og Anvendelsen af Analysis paa Geometrien, maae til Regiomontans Tider have været Mathematikerne meget bekendt. — En anden algebræist Oplosning staaer anf. St. XXIII.

§. 17.

Imidlertid er dog Luc. de Burgo den første egentlige Skribent over Algebra i Europa, som vi endnu have. I hans §. 9. omtalte arithmetiske Bærf handler den 5te Bog om Algebra, som han kalder *artem majorem* i Modsatning til den ordinære Arithmetik (*artem minorem*), hvorved han synes at ville forjage de Benævnelser *Regula de Cosa* (*cosa* betyder saa meget som res) Algebra og *Almukahala*. Han gaar ogsaa kun til de urene quadr. Ligninger, og kiender ikke Brugen af de negative Røder.

§. 18.

I det 16de Aarhundrede, og det 1524, skrev en Schlesier Christoph Rudolph den første tydske Algebra.



bra. Scipio Ferreo, Professor i Mathematiken i Bologna, fandt en Opløsning af den cubiske Ligning af den Form $x^3 + px = +q$. Den Veddestrid, hvortil den af ham heri underrettede Florido 30 Aar derefter opfordrede Tartaglia, gav den sidste Anledning til Opfindelsen af en almindelig Opløsning af Ligningen $x^3 \pm px = \pm q$. Sit Konstgreb lod han sig udfritte af Cardan, som svor at holde det hemmeligt. Men den sidste bekiendtgjorde dog Sagen i sin Algebra (Ars magna, quam vulgo Cosam vocant 1545) vist nok med Beviser og Tilfætninger; hvorfor denne Methode almindelig heder Cardans Regel. For Resten har ogsaa Cardan allerede haft rigtigere Begreber om de negative Røder, (som han kalder fictas). Ved Leilighed af et af Joh. Colla fremsat Problem fandt Lud. Ferrari, som af sin Lærer Cardan blev opfordret dertil, Opløsningen af biqvadratiske Ligninger, hvilken Raphael Bombelli 1579 bekiendtgjorde i sin Algebra. Om begge disse Opløsninger see §. 252. 253.

Anmærkn. Til Udbredelse af Algebra eller Regel Cos i Tydskland hidroge fornemmelig Adam Riese og Michael Stiefel i Arithm. integra §. 9. De hedte i denne Henseende Cossister.

§. 19.

En nye Skikkelse fik Algebra ved Franz Vieta af Fontenai, Maitre des requêtes hos Dronning Margaretha. Han betiende sig først af Bogstaver, og det af de latinske Uncialer, til at betegne ikke alene de ubekiendte, men og de bekiendte Størrelser. Der ved saae man tydeligere, til hvilken Grad af Almindelighed en Opløsning kunde række, og fik Formler, som tiene i alle Tilfælde. Fordum havde ikkun de ubekiendte egne Tegn, f. E. O. Hvoraf de nu indførte Benævnelser Arithmetica speciosa, calculus literalis. For ikkun at anføre Hovedopdagelser af ham, saa lærde han, at gibe alle Ligninger den bekvemmeste Form, (transformatio æquationum) og gav egne Opløsninger for de ufuldkomne quadratiske og cubiske.



biste. See Vieta de *Æquationum recognitione & emendatione*, tract. II. hvor den Sætning, at Coefficienterne ere Summen af de enkelte, eller med hinanden til 2, 3, 4 multiplicerte forskiellige positive Røder, paaftaaes i det 14de Cap., inductionsviis fra 2den til 5te Grad (Quadratocubus). I sin Bog de numerosa potestatum resolutione søger han, at opløse Ligninger af alle Grader derved, at han anseer de blandede som ufuldstændige Potenser af Binomier, og søger deres Røder ved Tilnærmelse. Han lærde først ved Anvendelsen af Algebra paa Geometrien Ligningernes Construction, synes ogsaa at have været den binomiske Læresætning (§. 229. ff.) meget nær. Sine første Opfindelser gjorde han 1590. Alle hans Skrifter ere allerede udgivne 1609 og paa nye 1646 af Schooten i Leiden i Folio.

§. 20.

I det 17de Aarhundrede gjorde først Harriot, en Engellænder, vigtige Skridt i Algebra. Han betiende sig af de smaae Bogstaver i Stedet for Uncialetterne, sparede Tegnet ved Multiplicationen, o. s. v. Han førde sig ogsaa hist og her den Fordeel til Nytte, at bringe Ligningerne til Nul, d. e. i Stedet for $x^2 - 20x = 9$, at sætte $x^2 - 20x - 9 = 0$; hvor det nu kommer an paa, i Stedet for x at substituere en Størrelse, som gjør, at alting gaaer op. Men hans Hovedaamærkning er denne, at enhver høiere Ligning, som er bragt til Nul, kan ansees som et Product af enkelte Ligninger af den Form $x + a = 0$. Saaledes er $x^4 - (a + b + c - d)x^3 + (ac + ab + cb - ad - cd - bd)x^2 - (abc - acd - abd - cbd)x - abcd = (x - a)(x - b)(x - c)(x + d) = 0$. Altsaa maae nu x have de Værdier $+a, +b, +c, -d$, og i Almindelighed saa mange Værdier, som Gradtallet i Ligningen tilkiendegiver. Der kunne og være Par af imaginære Røder deriblant. Coefficienternes Lov, som Vieta formodede §. 19. er almindelig. Altsaa er det bekiendte Led et Pro-



bra. Scipio Ferreo, Professor i Mathematiken i Bologna, fandt en Opløsning af den cubiske Ligning af den Form $x^3 + px = +q$. Den Veddestrid, hvortil den af ham heri underrettede Florido 30 Aar derefter opfordrede Tartaglia, gav den sidste Anledning til Opfindelsen af en almindelig Opløsning af Ligningen $x^3 \pm px = \pm q$. Sit Kunstgreb lod han sig udfritte af Cardan, som svor at holde det hemmeligt. Men den sidste bekiendtgjorde dog Sagen i sin Algebra (Ars magna, quam vulgo Cosam vocant 1545) vist nok med Beviser og Tilfætninger; hvorfor denne Methode almindelig heder Cardans Regel. For Resten har ogsaa Cardan allerede haft rigtigere Begreber om de negative Røder, (som han kalder fictas). Ved Leilighed af et af Joh. Colla fremsat Problem fandt Lud. Ferrari, som af sin Lærer Cardan blev opfordret dertil, Opløsningen af biqvadratiske Ligninger, hvilken Raphael Bombelli 1579 bekiendtgjorde i sin Algebra. Om begge disse Opløsninger see §. 252. 253.

Anmærkn. Til Udbredelse af Algebra eller Regel Cos i Tydskland hidroge fornemmelig Adam Riese og Michael Stiefel i Arithm. integra §. 9. De hedte i denne Henseende Cossister.

§. 19.

En nye Skikkelse fik Algebra ved Franz Vieta af Fontenai, Maitre des requêtes hos Dronning Margaretha. Han betiende sig først af Bogstaver, og det af de latinske Uncialer, til at betegne ikke alene de ubekiendte, men og de bekiendte Størrelser. Derved saae man tydeligere, til hvilken Grad af Almindelighed en Opløsning kunde række, og fik Formler, som tiene i alle Tilfælde. Fordum havde ifkun de ubekiendte egne Tegn, f. E. O. Hvoraf de nu indførte Benævnelser Arithmetica speciosa, calculus literalis. For ifkun at anføre Hovedopdagelser af ham, saa lærde han, at give alle Ligninger den bekvemeste Form, (transformatio æquationum) og gav egne Opløsninger for de ufuldkomne quadratiske og cubiske.



biste. See Vieta de *Aequationum recognitione & emendatione*, tract. II. hvor den Sætning, at Coefficienterne ere Summen af de enkelte, eller med hinanden til 2, 3, 4 multiplicerte forskiellige positive Røder, paaftaaes i det 14de Cap., inductionsviis fra 2den til 5te Grad (Quadrato-cubus). I sin Bog de numerosa potestatum resolutione søger han, at op-løse Ligninger af alle Grader derved, at han anseer de blandede som ufuldstændige Potenser af Binomier, og søger deres Røder ved Tilnærmelse. Han lærde først ved Anvendelsen af Algebra paa Geometrien Ligningernes Construction, synes ogsaa at have været den binomiske Læresætning (§. 229. ff.) meget nær. Sine første Opfindelser gjorde han 1590. Alle hans Skrifter ere allerede udgivne 1609 og paa nye 1646 af Schooten i Leiden i Folio.

§. 20.

I det 17de Aarhundrede gjorde først Harriot, en Engellænder, vigtige Skridt i Algebra. Han betiende sig af de smaae Bogstaver i Stedet for Uncia-lerne, sparede Tegnet ved Multiplicationen, o. s. v. Han førde sig ogsaa hist og her den Fordeel til Nytte, at bringe Ligningerne til Null, d. e. i Stedet for $x^2 - 20x = 9$, at sætte $x^2 - 20x - 9 = 0$; hvor det nu kommer an paa, i Stedet for x at substituere en Størrelse, som gjør, at alting gaaer op. Men hans Hovedaamærkning er denne, at enhver høiere Ligning, som er bragt til Null, kan ansees som et Product af enkelte Ligninger af den Form $x + a = 0$. Saaledes er $x^4 - (a + b + c - d)x^3 + (ac + ab + cb - ad - cd - bd)x^2 - (abc - acd - abd - cbd)x - abcd = (x - a)(x - b)(x - c)(x + d) = 0$. Altsaa maae nu x have de Værdier $+a, +b, +c, -d$, og i Almindelighed saa mange Værdier, som Gradtallet i Ligningen tilkiendegiver. Der kunne og være Par af imaginære Røder deriblant. Coefficienternes Lov, som Vieta formodede §. 19. er almindelig. Altsaa er det bekiendte Led et Pro-



Product af alle Røder i Ligningen, d. e. af alle Værdier af x med det modsatte Tegn. Ere altsaa disse Røder hele rationale Tal, saa indeholdes de iblant det bekiendte Led's Factorer. Saaledes har altsaa Ligningen $x^3 - 34x - 45 = 0$ den Rod -5 , en Factor af -45 , og da nu Ligningen divideret med $x + 5$ giver $x^2 - 5x - 9 = 0$, saa findes de øvrige Værdier som i urene kvadratiske Ligninger. Disse Sætninger udgøre Harriots Hovedopdagelser in praxi artis analyticae, som udkom 1631 i det 10de Aar efter hans Død. Dog er det hos ham ikkun endnu mestendeels Inductioner, bekræftede ved en Anvendelse, som fører til lutter sande Lign.

§. 21.

Desuagtet synes dog endnu selv Harriot ikke at have været ret fast i den Lære om de negative Røder, som han kalder privativas. Om endog Girard noget mere har udviklet deres Begreb, saa har dog først Des Cartes (som mere ved sine mathematiske Opdagelser end ved det øvrige har forskaffet sig et blivende Navn) viist deres sande Natur og Brug endog i Anvendelsen paa Geometrien; ihvorvel han gav dem det upassende Navn falske Røder (radices falsæ). Foruden den bekvemmere Betegnelse af Potentserne (§. 79. Arithm.) har han først lagt Mærke til, at en Ligning kan have saa mange positive Røder, som der forekomme Afveerlinger, og saa mange negative, som Sølger af Tegnene $+$ og $-$ efter Ledenes Orden, hvilket man almindelig kaldet den Harriotske Læresætning. Han fandt ogsaa en nye Maade, at opløse biquadratiske Ligninger, i det han opløste dem i to kvadratiske, lærte Ligningernes Construction, af alle Grader, og anvendte Analyse spævel paa den nedrigere som høiere Geometrie. — Den Vanskelighed, at igiennemprøve alle Factorer af det sidste Led i en Ligning, for at see, om en af dem var en Rod, søgte en af Des Cartes's første Efterfølgere de Beaune først at gaae imøde ved, at han angav Metoder til, at finde Rødernes Grændser. Hans Tractat er fæiet til den Scholastiske

tenste Commentær over Cartes's Geometrie. Renati des Cartes Geometria, cum commentario Francisci à Schooten. Edit. IV. Francf. 1695. 4. hvorved tillige findes 1) Huddenius de reductione æquationum. 2) Erasmi Bartholini principia matheseos universalis. 3) De Beaune de æquationum natura, constitutione & limitibus. 4) De Witt elementa curvarum linearum. 5) A Schooten de concinnandis demonst. geom. ex calculo algebraico. Herpaa grunder sig ogsaa den Wasse-naerste Methode, der ved, at man sætter $y + 1 = x$ og $y - 1 = x$ ind i Ligningen, at bringe den givne til 2 andre, og da at undersøge, hvilken af Factorerne af det sidste Led i den givne Ligning er i større og i mindre end Factorerne af det sidste Led i de to nye Ligninger. Man finder Beskrivelsen hos Schooten anf. St. S. 307.

§. 21.

I den sidste Halvdeel af det 17de Aarhundrede gjorde Wallis og Barrow sig meget fortiente af den nyere Analyse. Den første har man at takke for den lykkelige Jagttagelse, at forestille sig Brøkenes Nævnere som Potenser, hvis Exponenter ere negative, af hvilken han fortreffelig benyttede sig i sin Arithmetica infinitorum 1655 (§. 119. Arithm.) Newton, som fornemmelig studerede Wallis's og Barrows Skrifter, fandt 1663 Binomial-sætningen, hvorom ovenfor §. 231. Ligeledes have han og Leibniz først indført Brugen af de ubestemte Exponenter, f. E. a^n ;

α^m ; $\sqrt[n]{x^m}$, i Algebra.

At finde Rødderne af høiere Ligninger ved Tilnærmelse, er dog den eneste Wei, som hidindtil endnu er tilbage, naar alle andre ikke gaae an, eller naar man er overbevist om, der gives ingen rational Rod. Newtons Methode dertil er den brugeligste. Han har allerede 1669 meddeelt Barrow den. Den er at finde i hans Method. of fluxions Introd. p. 19. eller i hans Opusculis T. I. No. II. p. 37. seqq. Mange andre Metoder, f. E. den Halleyske, som er sæiet til Newtons



Newton's Arithm. univ. Lugd. Bat. 1732. P. 245, ere ikke væsentlig forskiellige derfra.

§. 23.

Newton har ogsaa først givet en, dog endnu ufuldkommen Regel, for en Lignings Opløsning at finde Antallet af de umuelige eller indbildte Værdier deri. See Arithm. univ. p. 185. Endnu vigtigere og i højeste Grad skarpsindig er hans Methode, at opløse Ligninger af alle Grader, hvori der forekomme to foranderlige Størrelser, i det man udtrykker y ved en Række, der er ordnet efter Potentserne af x . Skitfelsen af saadan en Række, d. e. Ordenen af Exponenterne af x , findes ved det efter Opfinderen benævnte Newtonske Parallelogram. S. Newtoni Method. Fluxionum l. c. Wallis havde i sit ovenfor anførte Werk ved algebraiske Udtrykks Forvandling til en uendelig Række lykkelig og let opløst en Mængde for hans Tid uopløselige især geometriske Opgaver. Paa denne Vel gif Merkator i hans logarithmotechnia, Barrow, Newton, Leibniz og andre endnu videre. Deres Opfindelser lade sig ikke alle her anføre, fordi de ere for mangfoldige; de henhøre ogsaa endnu med mere Ret til analysis mixta, eller til Anvendelsen af Algebra paa den høiere Geometrie. Jeg nævner her kun endnu Mylord Brounkers Opfindelse, at udtrykke Cirkelens Indhold ved en fractionem continuam, naar Diameterens Kvadrat sættes $= 1$; den første Leilighed, hvorved, saavidt jeg finder, denne Forestillingsmaade forekommer (§. 47. ff.) Thi da Brounker døde allerede 1684, og tog Anledningen til sin Opdagelse af en anden i Wallis's Arithm. infinitorum indeholden Række for Cirkelen, saa kan jeg ikke med Hr. Lambert i Fortalen til den Ilden Deel af mathem. Beiträge kalde Huygens den, der først har gjort Brug af fractionibus continuis. Thi Descriptio Autom. Planetarii, som staaer i hans Operibus Posthumis, er rimeligviis ikke skreven for 1682, i hvilken han ellers vist nok betiener sig af denne Brøernes Forvandling.

§. 24.

Jeg tilstaaer, at de vigtigste Sædigheder af Analysis finitorum, som vi nu besidde, allerede vare opfundne i det 17de Aarhundrede. Dog er det ligeledes ikke at nægte, at mangen en tilbragt raa Stof i denne Videnskab er i det nærværende Aarhundrede mere uddannet, og de til Deels ikkun løst paa hinanden passede Brudstykker ere forbundne med fastere Bindingsmaterie. — Jeg maae indskrænke mig alene til Endskland, og kan endog der langt fra ikke anføre alt. Wolf har i hans Elementis Math. univ. 1713 i en videnskabelig Sammenhæng tydelig foredraget det indtil den Tid opfundne og adspredte af endelige Størrelses Analyse. Hausen, og efter ham Kästner have selv tydeligere udviklet de første Grunde af Algorithm. See §. 81. Arithm. Den sidste har ogsaa efter min Indsigt allerførst forsynet den Harriotske Sætning §. 20. i Følge hvilken man forklarer enhver Lignings Oprindelse af Multiplicationen, med et fuldkommen tilfredsstillende Beviis. (Anal. der endl. Grøffen §. 221.) Den Lære om de umuelige Røder og deres Antal §. 23. og Methoden, at finde irrationale ved Tilnærmelse §. 22. er langt fuldstændigere foredragen af ham. Og han har ogsaa først forsynet complexer Ligningers Opløsning ved det Newtonske Parallelogram med et egentligt Beviis. Om Binomial-sætningen have vi allerede ovenfor §. 231. talet. Endnu andre Sætninger, -f. E. den saa kaldte Harriotske Læresætning §. 20. har han beviist ved Hielp af Uendelige Størrelses Analyse, o. s. v. Saa har ogsaa Euler bragt mange Sag af Analyse mere i Orden, udtænkt nye og lettere Metoder, fundet Theorier paa andre Veie, og derved mere bekræftet og udvidet dem, men især giort Overgangen fra de endelige Størrelses Analyse til de uendelige lettere eller dog sikrere, o. s. f. For Kortheds Skyld beraaber jeg mig paa den første Deel af hans Introd. in Analys. finitorum. Hr. v. Segner og Hr. H. R. Karsten have ogsaa afgiorte Fortienester af disse Videnskaber.



§. 25.

Hvo der allerede har nogen Forsmag paa den almindelige Regnekunst, han vil ved Eulers fuldstændige Anleitung zur Algebra med egen Flid let kunne hjælpe sig videre. Den første Deel, og det første Afsnit af den anden, hvori bestemte Opgavers Oplosning indeholdes, ere vist forstaaelige for enhver, der kun nogenlunde formaaer at tænke. Ogsaa vist endnu de første Capitler af den ubestemte Analytik. Clairauts Algebra er ligeledes et meget forstaaeligt Werk. Dog har ingen af dem villet vise Algebra's Anvendelse paa Geometrien.

Vil nogen gaae videre, saa kan han bruge der til den anden Deel af Segners Cursus mathematicus, Karstens forhen anførte Mathesis theoretica og Kästners Analysis endlicher Grössen, som er det 3die Bind af hans mathematische Anfangsgründe. Hr. Langsdorf har ved hans i Mannheim 1776 og 1777 udgivne Erläuterungen over denne fortreffelige Bog, beflittet sig paa, at gjøre Forfatterens ofte for Begyndere noget vanskelige og for korte Foredrag forstaaeligere; dog var det at ønske, at han i Stedet for tilføiede Theorier, eller Tilfætninger efter hans Hensigt havde sagt noget mere til Textens Udvikling. Af udførligere Werker over Algebra vil jeg her kun nævne Newtoni Arithmetica universalis. Cantabr. 1707. 8. og Lugd. Bat. 1732. 4. cum comment. Castillionei. Amstelod. 1741. 4. 2 Vol. illustrated and explained by Wilder. Lond. 1749. 8. La science du Calcul, par Reyneau. Paris 1739. 4. 2 Vol. og samme Forf. Analyse démontrée. Paris 1738. 4. 2 Vol. Theorie generale des Equations algebriques par Bezout. Paris 1779. 4. De æquationum resolutionibus, auct. Mako. Vindob. 1770. 4. A treatise of Algebra by Colin Maclaurin. 4 edit. Lond. 1779. 8. Elements of Algebra by Nicholas Saunderson. Cambridge 1741. 4. 2 Vol. A treatise of Algebra by Thomas Simpson. 4 edit. Lond. 1775. 8. hvoraf den sidste især indeholder en Rængde udsøgte Opgaver til Øvelse for Begyndere.

Logarithmiske
Tabelles.

Kiøbenhavn, 1784.



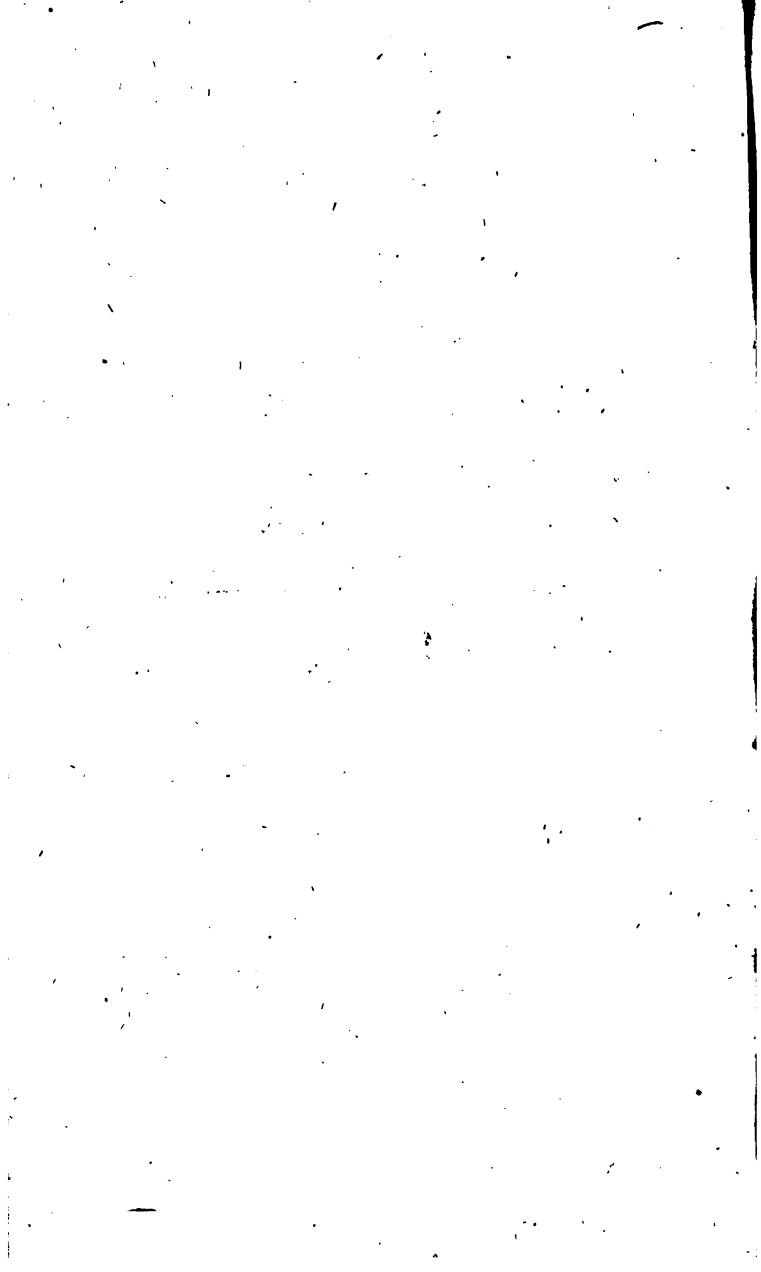
§. 25.

Hvo der allerede har nogen Forsmag paa den almindelige Regnekunst, han vil ved Eulers fuldstændige Anleitung zur Algebra med egen Flid let kunne hjælpe sig videre. Den første Deel, og det første Afsnit af den anden, hvori bestemte Opgavers Oplosning indeholdes, ere vist forstaaelige for enhver, der kun nogenlunde formaaer at tænke. Ogsaa vist endnu de første Capitler af den ubestemte Analytik. Clairauts Algebra er ligeledes et meget forstaaeligt Werk. Dog har ingen af dem villet vise Algebra's Anvendelse paa Geometrien.

Vil nogen gaae videre, saa kan han bruge dertil den anden Deel af Segners Cursus mathematicus, Karstens forhen anførte Mathesis theoretica og Kästners Analysis endlicher Grössen, som er det 3die Bind af hans mathematische Anfangsgründe. Hr. Langsdorf har ved hans i Mannheim 1776 og 1777 udgivne Erläuterungen over denne fortreffelige Bog, beflittet sig paa, at gjøre Forfatterens ofte for Begyndere noget vanskelige og for korte Foredrag forstaaeligere; dog var det at ønske, at han i Stedet for tilføiede Theorier, eller Tilfætninger efter hans Hensigt havde sagt noget mere til Textens Udvikling. Af udførligere Werker over Algebra vil jeg her kun nævne Newtoni Arithmetica universalis. Cantabr. 1707. 8. og Lugd. Bat. 1732. 4. cum comment. Castillionei. Amstelod. 1741. 4. 2 Vol. illustrated and explained by Wilder. Lond. 1749. 8. La science du Calcul, par Reyneau. Paris 1739. 4. 2 Vol. og samme Forf. Analyse démontrée. Paris 1738. 4. 2 Vol. Theorie generale des Equations algebriques par Bezout. Paris 1779. 4. De æquationum resolutionibus, auct. Mako. Vindob. 1770. 4. A treatise of Algebra by Colin Maclaurin. 4 edit. Lond. 1779. 8. Elements of Algebra by Nicholas Saunderson. Cambridge 1741. 4. 2 Vol. A treatise of Algebra by Thomas Simpson. 4 edit. Lond. 1775. 8. hvoraf den sidste især indeholder en Rængde udsøgte Opgaver til Øvelse for Begyndere.

Logarithmische
Tabelle.

Kiøbenhavn, 1784.



Briggisfe Logarithmer

til alle heele Tal fra 1 til 10000,

samt

Logarithmernes Forſkiel

fra 1000 til 10000.

Tal	Logarith	Tal	Logarith	Tal	Logarith	Tal	Logarith
1	0.000000	41	1.612784	81	1.908485	121	2.084785
2	301030	42	623249	82	913814	122	086360
3	477121	43	633468	83	919078	123	089905
4	602060	44	643453	84	924279	124	093422
5	0.698970	45	1.653213	85	1.929419	125	2.096910
6	778151	46	662758	86	934498	126	100371
7	845098	47	672098	87	939519	127	103804
8	903090	48	681241	88	944483	128	107210
9	954243	49	690196	89	949390	129	110590
10	1.000000	50	1.698570	90	1.954243	130	2.113943
11	041393	51	707570	91	959041	131	117271
12	079181	52	716003	92	963788	132	120574
13	113943	53	724276	93	968483	133	123852
14	146128	54	732394	94	973128	134	127105
15	1.176091	55	1.740363	95	1.977724	135	2.130334
16	204120	56	748188	96	982271	136	133539
17	230449	57	755875	97	986772	137	136721
18	255273	58	763428	98	991226	138	139879
19	278754	59	770852	99	995635	139	143015
20	1.301030	60	1.778151	100	2.000000	140	2.146128
21	322219	61	785330	101	004321	141	149219
22	342423	62	792392	102	008600	142	152288
23	361728	63	799341	103	012837	143	155336
24	380211	64	806180	104	017033	144	158362
25	1.397940	65	1.812913	105	2.021189	145	2.161368
26	414973	66	819544	106	025306	146	164353
27	431364	67	826075	107	029384	147	167317
28	447158	68	832509	108	033424	148	170262
29	462398	69	838849	109	037426	149	173186
30	1.477121	70	1.845098	110	2.041393	150	2.176091
31	491362	71	851258	111	045323	151	178977
32	505150	72	857332	112	049218	152	181844
33	518514	73	863323	113	053078	153	184691
34	531479	74	869232	114	056905	154	187521
35	1.544068	75	1.875061	115	2.060698	155	2.190332
36	556303	76	880814	116	064458	156	193125
37	568202	77	886491	117	068186	157	195900
38	579784	78	892095	118	071882	158	198657
39	591065	79	897637	119	075547	159	201397
40	602060	80	903090	120	079181	160	204120

Tal	Logarithh	Tal	Logarithh	Tal	Logarithh	Tal	Logarithh
161	2.206826	221	2.344392	281	2.448706	341	2.532754
162	209515	222	346353	282	450249	342	534026
163	212188	223	348305	283	451786	343	535294
164	214844	224	350248	284	453318	344	536558
165	2.217484	225	2.352183	285	2.454845	345	2.537819
166	220108	226	354108	286	456366	346	539076
167	222716	227	356026	287	457882	347	540329
168	225309	228	357935	288	459392	348	541579
169	227887	229	359835	289	460898	349	542825
170	2.230449	230	2.361728	290	2.462398	350	2.544068
171	232996	231	363612	291	463893	351	545307
172	235528	232	365488	292	465383	352	546543
173	238046	233	367356	293	466868	353	547775
174	240549	234	369216	294	468347	354	549003
175	2.243098	235	2.371068	295	2.469822	355	2.550228
176	245513	236	372912	296	471292	356	551450
177	247973	237	374748	297	472756	357	552668
178	250420	238	376577	298	474216	358	553883
179	252853	239	378398	299	475671	359	555094
180	2.255273	240	2.380211	300	2.477121	360	2.556303
181	257679	241	382017	301	478566	361	557507
182	260071	242	383815	302	480007	362	558709
183	262451	243	385606	303	481443	363	559907
184	264818	244	387390	304	482874	364	561101
185	2.267172	245	2.389166	305	2.484300	365	2.562293
186	269513	246	390935	306	485721	366	563481
187	271842	247	392697	307	487138	367	564666
188	274158	248	394452	308	488551	368	565848
189	276462	249	396199	309	489958	369	567026
190	2.278754	250	2.397940	310	2.491362	370	2.568202
191	281033	251	399674	311	492760	371	569374
192	283301	252	401400	312	494155	372	570543
193	285557	253	403121	313	495544	373	571709
194	287802	254	404834	314	496930	374	572872
195	2.290035	255	2.406540	315	2.498311	375	2.574031
196	292256	256	408240	316	499687	376	575188
197	294466	257	409938	317	501059	377	576341
198	296665	258	411620	318	502427	378	577492
199	298853	259	413300	319	503791	379	578639
200	2.301030	260	2.414973	320	2.505150	380	2.579784
201	303196	261	416641	321	506505	381	580925
202	305351	262	418301	322	507856	382	582063
203	307496	263	419956	323	509203	383	583199
204	309630	264	421604	324	510545	384	584331
205	2.311754	265	2.423246	325	2.511883	385	2.585461
206	313867	266	424882	326	513218	386	586587
207	315970	267	426511	327	514548	387	587711
208	318063	268	428135	328	515874	388	588832
209	320146	269	429752	329	517196	389	589950
210	2.322219	270	2.431364	330	2.518514	390	2.591065
211	324282	271	432969	331	519828	391	592177
212	326336	272	434569	332	521138	392	593286
213	328380	273	436163	333	522444	393	594393
214	330414	274	437751	334	523746	394	595496
215	2.332438	275	2.439333	335	2.525045	395	2.596597
216	334454	276	440909	336	526339	396	597695
217	336460	277	442480	337	527630	397	598791
218	338456	278	444045	338	528917	398	599883
219	340444	279	445604	339	530200	399	600973
220	342423	280	447158	340	531479	400	602060

Tal	Logarith	Tal	Logarith	Tal	Logarith	Tal	Logarith
401	2.603144	461	2.663701	521	2.716838	581	2.76417
402	604226	462	664642	522	717671	582	76492
403	605305	463	665581	523	718502	583	76566
404	606381	464	666518	524	719331	584	76641
405	2.607455	465	2.667453	525	2.720159	585	2.76715
406	608526	466	668386	526	720986	586	76789
407	609594	467	669317	527	721811	587	76863
408	610660	468	670248	528	722634	588	76937
409	611723	469	671173	529	723456	589	77011
410	2.612784	470	2.672098	530	2.724276	590	2.77085
411	613842	471	673021	531	725094	591	77158
412	614897	472	673942	532	725912	592	77232
413	615950	473	674861	533	726727	593	77305
414	617000	474	675778	534	727541	594	77378
415	2.618048	475	2.676694	535	2.728354	595	2.77451
416	619093	476	677607	536	729165	596	77524
417	620136	477	678518	537	729974	597	77597
418	621176	478	679428	538	730782	598	77670
419	622214	479	680336	539	731589	599	77742
420	2.623249	480	2.681241	540	2.732394	600	2.77815
421	624282	481	682145	541	733197	601	77887
422	625312	482	683047	542	733999	602	77959
423	626340	483	683947	543	734800	603	78031
424	627366	484	684845	544	735599	604	78103
425	2.628389	485	2.685742	545	2.736397	605	2.78175
426	629410	486	686636	546	737193	606	78247
427	630428	487	687525	547	737987	607	78318
428	631444	488	688420	548	738781	608	78390
429	632457	489	689309	549	739572	609	78461
430	2.633468	490	2.690196	550	2.740363	610	2.78533
431	634477	491	691081	551	741152	611	78604
432	635484	492	691965	552	741939	612	78675
433	636488	493	692847	553	742725	613	78746
434	637490	494	693727	554	743510	614	78816
435	2.638489	495	2.694605	555	2.744293	615	2.78887
436	639486	496	695482	556	745075	616	78958
437	640481	497	696356	557	745855	617	79028
438	641474	498	697229	558	746634	618	79098
439	642465	499	698101	559	747412	619	79169
440	2.643453	500	2.698970	560	2.748188	620	2.79239
441	644439	501	699838	561	748963	621	79309
442	645422	502	700704	562	749736	622	79379
443	646404	503	701568	563	750508	623	79448
444	647383	504	702431	564	751279	624	79518
445	2.648360	505	2.703291	565	2.752048	625	2.79588
446	649335	506	704151	566	752816	626	79657
447	650307	507	705008	567	753583	627	79726
448	651278	508	705864	568	754348	628	79796
449	652246	509	706718	569	755112	629	79865
450	2.653213	510	2.707570	570	2.755875	630	2.79934
451	654176	511	708421	571	756636	631	80002
452	655138	512	709270	572	757396	632	80071
453	656098	513	710117	573	758155	633	80140
454	657056	514	710963	574	758912	634	80208
455	2.658011	515	2.711807	575	2.759668	635	2.80277
456	658965	516	712650	576	760422	636	80345
457	659916	517	713491	577	761176	637	80413
458	660865	518	714330	578	761928	638	80481
459	661813	519	715167	579	762679	639	80550
460	662758	520	716003	580	763428	640	80618

Tal	Logarith	Tal	Logarith	Tal	Logarith	Tal	Logarith
641	2.806858	701	2.845718	761	2.881385	821	2.914343
642	807535	702	846337	762	881955	822	914872
643	808211	703	846955	763	882525	823	915400
644	808886	704	847573	764	883093	824	915927
645	2.809560	705	2.848189	765	2.883661	825	2.916454
646	810232	706	848805	766	884229	826	916980
647	810904	707	849419	767	884795	827	917506
648	811575	708	850033	768	885361	828	918030
649	812245	709	850646	769	885926	829	918555
650	2.812913	710	2.851258	770	2.886491	830	2.919078
651	813581	711	851870	771	887054	831	919601
652	814248	712	852480	772	887617	832	920123
653	814913	713	853090	773	888179	833	920645
654	815578	714	853698	774	888741	834	921166
655	2.816241	715	2.854306	775	2.889302	835	2.921686
656	816904	716	854913	776	889862	836	922206
657	817565	717	855519	777	890421	837	922725
658	818226	718	856124	778	890980	838	923244
659	818885	719	856729	779	891537	839	923762
660	2.819544	720	2.857332	780	2.892095	840	2.924279
661	820201	721	857935	781	892651	841	924796
662	820858	722	858537	782	893207	842	925312
663	821514	723	859138	783	893762	843	925828
664	822168	724	859739	784	894316	844	926342
665	2.822822	725	2.860338	785	2.894870	845	2.926857
666	823474	726	860937	786	895423	846	927370
667	824126	727	861534	787	895975	847	927883
668	824776	728	862131	788	896526	848	928396
669	825426	729	862728	789	897077	849	928908
670	2.826075	730	2.863323	790	2.897627	850	2.929419
671	826723	731	863917	791	898176	851	929930
672	827369	732	864511	792	898725	852	930440
673	828015	733	865104	793	899273	853	930949
674	828660	734	865696	794	899821	854	931458
675	2.829304	735	2.866287	795	2.900367	855	2.931966
676	829947	736	866878	796	900913	856	932474
677	830589	737	867467	797	901458	857	932981
678	831230	738	868056	798	902003	858	933487
679	831870	739	868644	799	902547	859	933993
680	2.832509	740	2.869232	800	2.903090	860	2.934498
681	833147	741	869818	801	903633	861	935003
682	833784	742	870404	802	904174	862	935507
683	834421	743	870989	803	904716	863	936011
684	835056	744	871573	804	905256	864	936514
685	2.835691	745	2.872156	805	2.905796	865	2.937016
686	836324	746	872739	806	906335	866	937518
687	836957	747	873321	807	906874	867	938019
688	837588	748	873902	808	907411	868	938520
689	838219	749	874482	809	907949	869	939020
690	2.838849	750	2.875061	810	2.908485	870	2.939519
691	839478	751	875640	811	909021	871	940018
692	840106	752	876218	812	909556	872	940516
693	840733	753	876795	813	910091	873	941014
694	841359	754	877371	814	910624	874	941511
695	2.841985	755	2.877947	815	2.911158	875	2.942008
696	842609	756	878522	816	911690	876	942504
697	843233	757	879096	817	912222	877	943000
698	843855	758	879669	818	912753	878	943495
699	844477	759	880242	819	913284	879	943989
700	845098	760	880814	820	913814	880	944483

Cal	Logarith	Cal	Logarith	Cal	Logarith	Cal	Logarith
881	2.944976	941	2.973590	1001	3.000434	1061	3.025715
882	945469	942	974051	1002	000868	1062	026125
883	945961	943	974512	1003	001301	1063	026533
884	946452	944	974972	1004	001734	1064	026942
885	2.946943	945	2.975432	1005	3.002166	1065	3.027350
886	947434	946	975891	1006	002598	1066	027757
887	947924	947	976350	1007	003029	1067	028164
888	948413	948	976808	1008	003461	1068	028571
889	948902	949	977266	1009	003891	1069	028978
890	2.949390	950	2.977724	1010	3.004321	1070	3.029384
891	949878	951	978181	1011	004751	1071	029789
892	950365	952	978637	1012	005181	1072	030195
893	950851	953	979093	1013	005609	1073	030600
894	951338	954	979548	1014	006038	1074	031004
895	2.951823	955	2.980003	1015	3.006466	1075	3.031408
896	952308	956	980458	1016	006894	1076	031812
897	952792	957	980912	1017	007321	1077	032216
898	953276	958	981366	1018	007748	1078	032619
899	953760	959	981819	1019	008174	1079	033021
900	2.954243	960	2.982271	1020	3.008600	1080	3.033424
901	954725	961	982723	1021	009026	1081	033826
902	955207	962	983175	1022	009451	1082	034227
903	955688	963	983626	1023	009879	1083	034628
904	956168	964	984077	1024	010300	1084	035029
905	2.956649	965	2.984527	1025	3.010724	1085	3.035430
906	957128	966	984977	1026	011147	1086	035830
907	957607	967	985426	1027	011570	1087	036229
908	958086	968	985875	1028	011993	1088	036629
909	958564	969	986324	1029	012415	1089	037028
910	2.959041	970	2.986772	1030	3.012837	1090	3.037426
911	959518	971	987219	1031	013259	1091	037825
912	959995	972	987666	1032	013680	1092	038223
913	960471	973	988113	1033	014100	1093	038620
914	960946	974	988559	1034	014521	1094	039017
915	2.961421	975	2.989005	1035	3.014940	1095	3.039414
916	961895	976	989450	1036	015360	1096	039811
917	962369	977	989895	1037	015779	1097	040207
918	962843	978	990339	1038	016197	1098	040603
919	963316	979	990783	1039	016616	1099	040998
920	2.963788	980	2.991226	1040	3.017033	1100	3.041393
921	964260	981	991669	1041	017451	1101	041787
922	964731	982	992111	1042	017868	1102	042182
923	965202	983	992554	1043	018284	1103	042576
924	965672	984	992995	1044	018700	1104	042969
925	2.966142	985	2.993436	1045	3.019116	1105	3.043362
926	966611	986	993877	1046	019532	1106	043752
927	967080	987	994317	1047	019947	1107	044148
928	967548	988	994757	1048	020361	1108	044540
929	968016	989	995196	1049	020775	1109	044932
930	2.968483	990	2.995635	1050	3.021189	1110	3.045323
931	968950	991	996074	1051	021603	1111	045714
932	969416	992	996512	1052	022016	1112	046105
933	969882	993	996949	1053	022428	1113	046495
934	970347	994	997386	1054	022841	1114	046885
935	2.970812	995	2.997823	1055	3.023252	1115	3.047275
936	971276	996	998259	1056	023664	1116	047664
937	971740	997	998695	1057	024075	1117	048053
938	972203	998	999131	1058	024486	1118	048442
939	972666	999	999565	1059	024896	1119	048830
940	973128	1000	3.000000	1060	025306	1120	049218

Tal	Pogarith	T.	Tal	Pogarith	T.	Tal	Pogarith	T.	Tal	Pogarith	T.
1121	3.049606		1181	3.072250	1	1241	3.093772	1	1301	3.114277	1
1122	049993		1182	072617		1242	094122		1302	114611	
1123	050380		1183	073985		1243	094471		1303	114944	
1124	050766		1184	074352		1244	094820		1304	115278	
1125	3.051153		1185	3.073718		1245	3.095169		1305	3.115611	
1126	051538		1186	074085		1246	095518		1306	115943	
1127	051924		1187	074451		1247	095866		1307	116276	
1128	052309		1188	074816		1248	096215		1308	116608	
1129	052694		1189	075182		1249	096562		1309	116940	
1130	3.053078		1190	3.075547		1250	3.096910		1310	3.117271	
1131	053463		1191	075912		1251	097257		1311	117603	
1132	053846		1192	076276		1252	097604		1312	117934	
1133	054230		1193	076640		1253	097951		1313	118265	
1134	054613		1194	077004		1254	098298		1314	118595	
1135	3.054996		1195	2.077368		1255	3.098644		1315	3.118926	
1136	055378		1196	077731		1256	098990		1316	119256	
1137	055760		1197	078094		1257	099335		1317	119586	
1138	056142		1198	078457		1258	099681		1318	119915	
1139	056524		1199	078819		1259	100026		1319	120245	
1140	3.056905		1200	3.079181		1260	3.100371		1320	3.120574	
1141	057286		1201	079543		1261	100715		1321	120903	
1142	057666		1202	079904		1262	101059		1322	121231	
1143	058046		1203	080266		1263	101403		1323	121560	
1144	058426		1204	080626		1264	101747		1324	121888	
1145	3.058805		1205	3.080987		1265	3.102091		1325	3.122216	
1146	059185		1206	081347		1266	102434		1326	122544	
1147	059563		1207	081707		1267	102777		1327	122871	
1148	059942		1208	082067		1268	103119		1328	123198	
1149	060320		1209	082426		1269	103462		1329	123525	
1150	3.060698		1210	3.082785		1270	3.103804		1330	3.123852	
1151	061075		1211	083144		1271	104146		1331	124178	
1152	061452		1212	083503		1272	104487		1332	124504	
1153	061829		1213	083861		1273	104828		1333	124830	
1154	062206		1214	084219		1274	105169		1334	125156	
1155	3.062582		1215	3.084576		1275	3.105510		1335	3.125481	
1156	062958		1216	084934		1276	105851		1336	125806	
1157	063333		1217	085291		1277	106191		1337	126131	
1158	063709		1218	085647		1278	106531		1338	126456	
1159	064083		1219	086004		1279	106871		1339	126781	
1160	3.064458		1220	3.086360		1280	3.107210		1340	3.127105	
1161	064832		1221	086716		1281	107549		1341	127429	
1162	065206		1222	087071		1282	107888		1342	127753	
1163	065580		1223	087426		1283	108227		1343	128076	
1164	065953		1224	087781		1284	108565		1344	128399	
1165	3.066326		1225	3.088136		1285	3.108903		1345	3.128722	
1166	066699		1226	088490		1286	109241		1346	129045	
1167	067071		1227	088844		1287	109579		1347	129368	
1168	067443		1228	089198		1288	109916		1348	129690	
1169	067815		1229	089552		1289	110253		1349	130012	
1170	3.068186		1230	3.089905		1290	3.110590		1350	3.130334	
1171	068557		1231	090258		1291	110926		1351	130655	
1172	068928		1232	090611		1292	111263		1352	130977	
1173	069298		1233	090963		1293	111599		1353	131298	
1174	069668		1234	091315		1294	111934		1354	131619	
1175	3.070038		1235	3.091667		1295	3.112270		1355	3.131939	
1176	070407		1236	092018		1296	112605		1356	132260	
1177	070776		1237	092370		1297	112940		1357	132580	
1178	071145		1238	092721		1298	113275		1358	132900	
1179	071514		1239	093071		1299	113609		1359	133219	
1180	071882		1240	093422		1300	113943		1360	133539	

Val	Logarithm		Val	Logarithm		Val	Logarithm		Val	Logarithm
1361	3.133358		1421	3.153594		1481	3.170555		1541	3.187809
1362	134177		1422	153900		1482	170848		1542	188080
1363	134496	318	1423	153305	305	1483	171141	291	1543	188364
1364	134814		1424	153510	304	1484	171434		1544	188648
1365	3.135133		1425	3.153815		1485	3.171726		1545	3.188921
1366	135451		1426	154120		1486	172019		1546	189205
1367	135769		1427	154424		1487	172311		1547	189490
1368	136086		1428	154728		1488	172603		1548	189777
1369	136403		1429	155032		1489	172895		1549	190065
1370	3.136721	317	1430	3.155336		1490	3.173186	291	1550	3.190333
1371	137037		1431	155640		1491	173478		1551	190613
1372	137354	316	1432	155943	303	1492	173769		1552	190899
1373	137671		1433	156246		1493	174060		1553	191177
1374	137987		1434	156549		1494	174351		1554	191457
1375	3.138303		1435	3.156852	302	1495	3.174641	290	1555	3.191731
1376	138618		1436	157154		1496	174932		1556	192011
1377	138934		1437	157457		1497	175222		1557	192288
1378	139249	315	1438	157759		1498	175512		1558	192566
1379	139564		1439	158061		1499	175802		1559	192844
1380	3.139879	314	1440	3.158362	301	1500	3.176091	289	1560	3.19312
1381	140194		1441	158664		1501	176381		1561	193400
1382	140508		1442	158965		1502	176670		1562	193680
1383	140822		1443	159266		1503	176959		1563	193955
1384	141136		1444	159567		1504	177248		1564	194231
1385	3.141450		1445	3.159868		1505	3.177536		1565	3.194511
1386	141763	313	1446	160168	300	1506	177825	288	1566	194797
1387	142076		1447	160468		1507	178113		1567	195080
1388	142389		1448	160769		1508	178401		1568	195364
1389	142702	312	1449	161068	299	1509	178689		1569	195648
1390	3.143015		1450	3.161368		1510	3.178977	287	1570	3.195900
1391	143327		1451	161667		1511	179264		1571	196177
1392	143639		1452	161967		1512	179552		1572	196455
1393	143951		1453	162266		1513	179839		1573	196727
1394	144263		1454	162564		1514	180126		1574	197000
1395	3.144574	311	1455	3.162863	298	1515	3.180413	286	1575	3.19728
1396	144885		1456	163161		1516	180699		1576	197551
1397	145196		1457	163460		1517	180986		1577	197823
1398	145507	310	1458	163758	297	1518	181272		1578	198100
1399	145818		1459	164055		1519	181558		1579	198378
1400	3.146128		1460	3.164353		1520	3.181844		1580	3.198655
1401	146438		1461	164650		1521	182129		1581	198933
1402	146748	309	1462	164947	296	1522	182415	285	1582	199200
1403	147058		1463	165244		1523	182700		1583	199480
1404	147367		1464	165541		1524	182985		1584	199755
1405	3.147676		1465	3.165838		1525	3.183270	284	1585	3.20002
1406	147985		1466	166134		1526	183555		1586	200300
1407	148294		1467	166430		1527	183839		1587	200577
1408	148603	308	1468	166726	295	1528	184123		1588	200855
1409	148911		1469	167022		1529	184407		1589	20112
1410	3.149219		1470	3.167317	294	1530	3.184691	283	1590	3.20139
1411	149527		1471	167613		1531	184975		1591	201677
1412	149835		1472	167908		1532	185259		1592	20194
1413	150142	307	1473	168203	293	1533	185542		1593	202211
1414	150449		1474	168497		1534	185825		1594	202480
1415	3.150756		1475	3.168792		1535	3.186108		1595	3.20276
1416	151063	306	1476	169086	292	1536	186391	282	1596	203033
1417	151370		1477	169380		1537	186674		1597	203300
1418	151676		1478	169674		1538	186956		1598	203577
1419	151982		1479	169968		1539	187239		1599	203844
1420	152288		1480	170262	291	1540	187521		1600	204120

Tal	Logarith	S.	Tal	Logarith	S.	Tal	Logarith	S.	Tal	Logarith	S.
1601	3.204391		1651	3.220370		1721	3.235781		1781	3.250664	243
1602	204663		1662	220631		1722	236033		1782	250908	
1603	204934		1663	220892		1723	236285		1783	251151	
1604	205204		1664	221153		1724	236537		1784	251395	
1605	3.205475		1665	3.221414		1725	3.236789	251	1785	3.251638	
1606	205746		1666	221675		1726	237041		1786	251881	
1607	206016	270	1667	221936		1727	237292		1787	252125	
1608	206286		1668	222196		1728	237544		1788	252368	
1609	206556		1669	222456	260	1729	237795		1789	252610	
1610	3.206826		1670	3.222716		1730	3.238046		1790	3.252853	
1611	207096		1671	222976		1731	238297		1791	253096	242
1612	207365		1672	223236		1732	238548		1792	253338	
1613	207634	269	1673	223496		1733	238799		1793	253580	
1614	207904		1674	223755	259	1734	239049		1794	253822	
1615	3.208173		1675	3.224015		1735	3.239299	250	1795	3.254064	
1616	208441		1676	224274		1736	239550		1796	254306	
1617	208710		1677	224533		1737	239800		1797	254548	241
1618	208979		1678	224792		1738	240050		1798	254790	
1619	209247	268	1679	225051		1739	240300		1799	255031	
1620	3.209515		1680	3.225309		1740	3.240549	249	1800	3.255273	
1621	209783		1681	225568	258	1741	240799		1801	255514	
1622	210051		1682	225826		1742	241048		1802	255755	
1623	210319		1683	226084		1743	241297		1803	255996	
1624	210586	267	1684	226342		1744	241546		1804	256236	
1625	210853		1685	3.226600		1745	3.241795	248	1805	3.256477	
1626	211121		1686	226858	257	1746	242044		1806	256718	240
1627	211388		1687	227115		1747	242293		1807	256958	
1628	211654		1688	227372		1748	242541		1808	257198	
1629	211921		1689	227630		1749	242790		1809	257439	
1630	3.212188	266	1690	3.227887		1750	3.243038		1810	3.257679	
1631	212454		1691	228144		1751	243286		1811	257918	
1632	212720		1692	228400	256	1752	243534		1812	258158	239
1633	212986		1693	228657		1753	243782		1813	258398	
1634	213252		1694	228913		1754	244030		1814	258637	
1635	3.213518		1695	3.229170		1755	3.244277	247	1815	3.258877	
1636	213783	265	1696	229426		1756	244524		1816	259116	
1637	214049		1697	229682		1757	244772		1817	259355	
1638	214314		1698	229938	255	1758	245019		1818	259594	
1639	214579		1699	230193		1759	245266		1819	259833	
1640	3.214844		1700	3.230449		1760	3.245513	246	1820	3.260071	
1641	215109		1701	230704		1761	245759		1821	260310	238
1642	215373	264	1702	230960		1762	246006		1822	260548	
1643	215638		1703	231215		1763	246252		1823	260787	
1644	215902		1704	231470		1764	246499		1824	261025	
1645	3.216166		1705	3.231724		1765	3.246745	245	1825	3.261263	
1646	216430		1706	231979		1766	246991		1826	261501	
1647	216694		1707	232234	254	1767	247237		1827	261739	237
1648	216957	263	1708	232488		1768	247482		1828	261976	
1649	217221		1709	232742		1769	247728		1829	262214	
1650	3.217484		1710	3.232996		1770	3.247973	244	1830	3.262451	
1651	217747		1711	233250		1771	248219		1831	262688	236
1652	218010		1712	233504		1772	248464		1832	262925	
1653	218273		1713	233757	253	1773	248709		1833	263162	
1654	218536		1714	234011		1774	248954		1834	263399	
1655	3.218798	252	1715	3.234264		1775	3.249198		1835	3.263636	
1656	219060		1716	234517		1776	249443		1836	263873	
1657	219323		1717	234770		1777	249687	243	1837	264109	
1658	219585		1718	235023		1778	249932		1838	264346	
1659	219846	261	1719	235276		1779	250176		1839	264582	
1660	220108		1720	235528	252	1780	250420		1840	264818	

Cal	Logarithm	3.	Cal	Logarithm	3.	Cal	Logarithm	3.	Cal	Logarithm	3.
1841	3.265054		1901	3.278982		1961	3.292478		2021	3.305586	
1842	265290		1902	279211		1962	292699		2022	305781	
1843	265525		1903	279439		1963	292920		2023	305996	
1844	265761		1904	279667		1964	293141		2024	306211	
1845	3.265996		1905	3.279895		1965	3.293363		2025	3.306425	
1846	266232		1906	280123		1966	293584		2026	306639	
1847	266467		1907	280351		1967	293804		2027	306854	
1848	266702		1908	280578		1968	294025		2028	307068	
1849	266937		1909	280806		1969	294246		2029	307282	
1850	3.267172		1910	3.281033		1970	3.294466		2030	3.307496	
1851	267406		1911	281261		1971	294687		2031	307710	
1852	267641		1912	281488		1972	294907		2032	307924	
1853	267875		1913	281715		1973	295127		2033	308137	
1854	268110		1914	281942		1974	295347		2034	308351	
1855	3.268344		1915	3.282169		1975	3.295567		2035	3.308564	
1856	268578		1916	282396		1976	295787		2036	308778	
1857	268812		1917	282622		1977	296007		2037	308991	
1858	269046		1918	282849		1978	296226		2038	309204	
1859	269279		1919	283075		1979	296446		2039	309417	
1860	3.269513		1920	3.283301		1980	3.296665		2040	3.309630	
1861	269746		1921	283527		1981	296884		2041	309843	
1862	269980		1922	283753		1982	297104		2042	310056	
1863	270213		1923	283979		1983	297323		2043	310268	
1864	270446		1924	284205		1984	297542		2044	310481	
1865	3.270679		1925	3.284431		1985	3.297761		2045	3.310693	
1866	270912		1926	284656		1986	297979		2046	310906	
1867	271144		1927	284882		1987	298198		2047	311118	
1868	271377		1928	285107		1988	298416		2048	311330	
1869	271609		1929	285332		1989	298635		2049	311542	
1870	3.271842		1930	3.285557		1990	3.298853		2050	3.311754	
1871	272074		1931	285782		1991	299071		2051	311966	
1872	272306		1932	286007		1992	299289		2052	312177	
1873	272538		1933	286232		1993	299507		2053	312389	
1874	272770		1934	286456		1994	299725		2054	312600	
1875	3.273001		1935	3.286681		1995	3.299943		2055	3.312812	
1876	273233		1936	286905		1996	300161		2056	313023	
1877	273464		1937	287130		1997	300378		2057	313234	
1878	273696		1938	287354		1998	300595		2058	313445	
1879	273927		1939	287578		1999	300813		2059	313656	
1880	3.274158		1940	3.287802		2000	3.301030		2060	3.313867	
1881	274389		1941	288026		2001	301247		2061	314078	
1882	274620		1942	288249		2002	301464		2062	314289	
1883	274850		1943	288473		2003	301681		2063	314499	
1884	275081		1944	288696		2004	301898		2064	314710	
1885	3.275311		1945	3.288920		2005	3.302114		2065	3.314920	
1886	275542		1946	289143		2006	302331		2066	315130	
1887	275772		1947	289366		2007	302547		2067	315340	
1888	276002		1948	289589		2008	302764		2068	315551	
1889	276232		1949	289812		2009	302980		2069	315760	
1890	3.276462		1950	3.290035		2010	3.303196		2070	3.315970	
1891	276692		1951	290257		2011	303412		2071	316180	
1892	276921		1952	290480		2012	303628		2072	316390	
1893	277151		1953	290702		2013	303844		2073	316599	
1894	277380		1954	290925		2014	304059		2074	316809	
1895	3.277609		1955	3.291147		2015	3.304275		2075	3.317018	
1896	277838		1956	291369		2016	304491		2076	317227	
1897	278067		1957	291591		2017	304706		2077	317436	
1898	278296		1958	291813		2018	304921		2078	317646	
1899	278525		1959	292034		2019	305136		2079	317854	
1900	278754		1960	292256		2020	305351		2080	318063	

Val	Logarith	3.	Val	Logarith	3.	Val	Logarith	3.	Val	Logarith
2081	3.318272	208	2141	3.330617	203	2201	3.342620	196	2261	3.354301
2082	318481		2142	330819		2202	342817		2262	354493
2083	318689		2143	331022		2203	343014		2263	354685
2084	318898		2144	331225		2204	343212		2264	354876
2085	3.319106		2145	3.331427		2205	3.343409		2265	3.355068
2086	319314	207	2146	331630	202	2206	343606	195	2266	355260
2087	319522		2147	331832		2207	343802		2267	355452
2088	319730		2148	332034		2208	343999		2268	355643
2089	319938		2149	332236		2209	344196		2269	355834
2090	3.320146		2150	3.332438		2210	3.344392		2270	3.356026
2091	320354	206	2151	332640	201	2211	344589	194	2271	356217
2092	320562		2152	332842		2212	344785		2272	356408
2093	320769		2153	333044		2213	344981		2273	356599
2094	320977		2154	333246		2214	345178		2274	356790
2095	3.321184		2155	3.333447		2215	3.345374		2275	3.356981
2096	321391	205	2156	333649	200	2216	345570	193	2276	357172
2097	321598		2157	333850		2217	345766		2277	357363
2098	321805		2158	334051		2218	345962		2278	357554
2099	322012		2159	334253		2219	346157		2279	357744
2100	3.322219		2160	3.334454		2220	3.346353		2280	3.357935
2101	322426	204	2161	334655	199	2221	346549	192	2281	358125
2102	322633		2162	334856		2222	346744		2282	358316
2103	322839		2163	335056		2223	346935		2283	358506
2104	323046		2164	335257		2224	347135		2284	358696
2105	3.323252		2165	3.335458		2225	3.347330		2285	3.358886
2106	323458	203	2166	335658	198	2226	347525	191	2286	359076
2107	323665		2167	335859		2227	347720		2287	359266
2108	323871		2168	336059		2228	347915		2288	359456
2109	324077		2169	336260		2229	348110		2289	359646
2110	3.324282		2170	3.336460		2230	3.348305		2290	3.359835
2111	324488	202	2171	336660	197	2231	348500	190	2291	360025
2112	324694		2172	336860		2232	348694		2292	360215
2113	324899		2173	337060		2233	348889		2293	360404
2114	325105		2174	337260		2234	349083		2294	360593
2115	3.325310		2175	3.337459		2235	3.349278		2295	3.360783
2116	325516	201	2176	337659	196	2236	349472	189	2296	360972
2117	325721		2177	337858		2237	349666		2297	361161
2118	325926		2178	338058		2238	349860		2298	361350
2119	326131		2179	338257		2239	350054		2299	361539
2120	3.326336		2180	3.338456		2240	3.350248		2300	3.361728
2121	326541	200	2181	338656	195	2241	350442	188	2301	361917
2122	326745		2182	338855		2242	350636		2302	362105
2123	326950		2183	339054		2243	350829		2303	362294
2124	327155		2184	339253		2244	351023		2304	362482
2125	3.327359		2185	3.339451		2245	3.351216		2305	3.362671
2126	327563	199	2186	339650	194	2246	351410	187	2306	362859
2127	327767		2187	339849		2247	351603		2307	363048
2128	327972		2188	340047		2248	351796		2308	363236
2129	328176		2189	340246		2249	351989		2309	363424
2130	3.328380		2190	3.340444		2250	3.352183		2310	3.363612
2131	328583	198	2191	340642	193	2251	352375	186	2311	363800
2132	328787		2192	340841		2252	352568		2312	363988
2133	328991		2193	341039		2253	352761		2313	364176
2134	329194		2194	341237		2254	352954		2314	364363
2135	3.329398		2195	3.341435		2255	3.353147		2315	3.364551
2136	329601	197	2196	341632	192	2256	353339	185	2316	364739
2137	329805		2197	341830		2257	353532		2317	364926
2138	330008		2198	342028		2258	353724		2318	365113
2139	330211		2199	342225		2259	353916		2319	365301
2140	330414		2200	342423		2260	354108		2320	365488

Cal	Logarithm	3.	Cal	Logarithm	3.	Cal	Logarithm	3.	Cal	Logarithm	3.
1321	3.365675		2381	3.376759		2441	3.387568		2501	3.398114	
1322	365862		2382	376942		2442	387746		2502	398287	
1323	366049		2383	377124		2443	387923		2503	398461	
1324	366236		2384	377306		2444	388101		2504	398634	
1325	3.366423		2385	3.377488		2445	3.388279		2505	3.398808	
1326	366610		2386	377670		2446	388456		2506	398981	
1327	366796		2387	377852		2447	388634		2507	399154	
1328	366983		2388	378034		2448	388811		2508	399328	
1329	367169		2389	378216		2449	388989		2509	399501	
1330	3.367356		2390	3.378398		2450	3.389166		2510	3.399674	
1331	367542		2391	378580		2451	389343		2511	399847	
1332	367729		2392	378761		2452	389520		2512	400020	
1333	367915		2393	378943		2453	389698		2513	400192	
1334	368101		2394	379124		2454	389875		2514	400365	
1335	3.368287		2395	3.379306		2455	3.390051		2515	3.400538	
1336	368473		2396	379487		2456	390228		2516	400711	
1337	368659		2397	379668		2457	390405		2517	400883	
1338	368844		2398	379849		2458	390582		2518	401056	
1339	369030		2399	380030		2459	390759		2519	401228	
1340	3.369216		2400	3.380211		2460	3.390935		2520	3.401401	
1341	369401		2401	380392		2461	391112		2521	401573	
1342	369587		2402	380573		2462	391288		2522	401745	
1343	369772		2403	380754		2463	391464		2523	401917	
1344	369958		2404	380934		2464	391641		2524	402089	
1345	3.370143		2405	3.381115		2465	3.391817		2525	3.402261	
1346	370328		2406	381296		2466	391993		2526	402433	
1347	370513		2407	381476		2467	392169		2527	402605	
1348	370698		2408	381656		2468	392345		2528	402777	
1349	370883		2409	381837		2469	392521		2529	402949	
1350	3.371068		2410	3.382017		2470	3.392697		2530	3.403121	
1351	371253		2411	382197		2471	392873		2531	403293	
1352	371437		2412	382377		2472	393048		2532	403464	
1353	371622		2413	382557		2473	393224		2533	403635	
1354	371806		2414	382737		2474	393400		2534	403807	
1355	3.371991		2415	3.382917		2475	3.393575		2535	3.403978	
1356	372175		2416	383097		2476	393751		2536	404149	
1357	372360		2417	383277		2477	393926		2537	404320	
1358	372544		2418	383456		2478	394101		2538	404492	
1359	372728		2419	383636		2479	394277		2539	404663	
1360	3.372912		2420	3.383815		2480	3.394452		2540	3.404834	
1361	373096		2421	383995		2481	394627		2541	405005	
1362	373280		2422	384174		2482	394802		2542	405176	
1363	373464		2423	384353		2483	394977		2543	405346	
1364	373647		2424	384533		2484	395152		2544	405517	
1365	3.373831		2425	3.384712		2485	3.395326		2545	3.405688	
1366	374015		2426	384891		2486	395501		2546	405858	
1367	374198		2427	385070		2487	395676		2547	406029	
1368	374382		2428	385249		2488	395850		2548	406199	
1369	374565		2429	385428		2489	396025		2549	406370	
1370	3.374748		2430	3.385606		2490	3.396199		2550	3.406540	
1371	374932		2431	385785		2491	396374		2551	406710	
1372	375115		2432	385964		2492	396548		2552	406881	
1373	375298		2433	386142		2493	396722		2553	407051	
1374	375481		2434	386321		2494	396896		2554	407221	
1375	3.375664		2435	3.386499		2495	3.397071		2555	3.407391	
1376	375846		2436	386677		2496	397245		2556	407561	
1377	376029		2437	386856		2497	397419		2557	407731	
1378	376212		2438	387034		2498	397593		2558	407901	
1379	376394		2439	387212		2499	397766		2559	408070	
1380	376577		2440	387390		2500	397940		2560	408240	

Cal	Pogarith	Cal	Pogarith	Cal	Pogarith	Cal	Pogarith
2561	3.408410	2621	3.418467	2681	3.428397	2741	3.437909
2562	408579	2622	418533	2682	428459	2742	438067
2563	408749	2623	418798	2683	428621	2743	438226
2564	408918	2624	418964	2684	428783	2744	438384
2565	3.409087	2625	3.419139	2685	3.428944	2745	3.438542
2566	409257	2626	419295	2686	429106	2746	438701
2567	409426	2627	419460	2687	429268	2747	438859
2568	409595	2628	419625	2688	429429	2748	439017
2569	409764	2629	419791	2689	429591	2749	439175
2570	3.409933	2630	3.419956	2690	3.429752	2750	3.439333
2571	410102	2631	420121	2691	429914	2751	439491
2572	410271	2632	420286	2692	430075	2752	439648
2573	410440	2633	420451	2693	430236	2753	439806
2574	410609	2634	420616	2694	430398	2754	439964
2575	3.410777	2635	3.420781	2695	3.430559	2755	3.440122
2576	410946	2636	420945	2696	430720	2756	440279
2577	411114	2637	421110	2697	430881	2757	440437
2578	411283	2638	421275	2698	431042	2758	440594
2579	411451	2639	421439	2699	431203	2759	440751
2580	3.411620	2640	3.421604	2700	3.431364	2760	3.440909
2581	411788	2641	421768	2701	431525	2761	441066
2582	411956	2642	421933	2702	431685	2762	441224
2583	412124	2643	422097	2703	431846	2763	441381
2584	412293	2644	422261	2704	432007	2764	441538
2585	3.412461	2645	3.422426	2705	3.432167	2765	3.441695
2586	412629	2646	422590	2706	432328	2766	441853
2587	412796	2647	422754	2707	432488	2767	442009
2588	412964	2648	422918	2708	432649	2768	442166
2589	413132	2649	423082	2709	432809	2769	442323
2590	3.413300	2650	3.423246	2710	3.432969	2770	3.442480
2591	413467	2651	423410	2711	433130	2771	442637
2592	413635	2652	423574	2712	433290	2772	442793
2593	413803	2653	423737	2713	433450	2773	442950
2594	413970	2654	423901	2714	433610	2774	443106
2595	3.414137	2655	3.424065	2715	3.433770	2775	3.443263
2596	414305	2656	424228	2716	433930	2776	443419
2597	414472	2657	424392	2717	434090	2777	443576
2598	414639	2658	424555	2718	434249	2778	443733
2599	414806	2659	424718	2719	434409	2779	443889
2600	3.414973	2660	3.424882	2720	3.434569	2780	3.444045
2601	415140	2661	425045	2721	434729	2781	444201
2602	415307	2662	425208	2722	434888	2782	444357
2603	415474	2663	425371	2723	435048	2783	444512
2604	415641	2664	425534	2724	435207	2784	444669
2605	3.415808	2665	3.425697	2725	3.435367	2785	3.444825
2606	415974	2666	425860	2726	435526	2786	444981
2607	416141	2667	426023	2727	435685	2787	445137
2608	416308	2668	426186	2728	435844	2788	445293
2609	416474	2669	426349	2729	436004	2789	445449
2610	3.416641	2670	3.426511	2730	3.436163	2790	3.445604
2611	416807	2671	426674	2731	436322	2791	445760
2612	416973	2672	426836	2732	436481	2792	445915
2613	417139	2673	426999	2733	436640	2793	446071
2614	417306	2674	427161	2734	436799	2794	446226
2615	3.417473	2675	3.427324	2735	3.436957	2795	3.446382
2616	417638	2676	427486	2736	437116	2796	446537
2617	417804	2677	427648	2737	437275	2797	446692
2618	417970	2678	427811	2738	437433	2798	446848
2619	418135	2679	427973	2739	437592	2799	447003
2620	418301	2680	428135	2740	437751	2800	447158

Cal	Logarithm	3.	Cal	Logarithm	3.	Cal	Logarithm	3.	Cal	Logarithm	3.
1801	3.447313		2861	3.456518		2921	3.465532		2981	3.474362	
1802	447468		2862	456670		2922	465680		2982	474508	
1803	447623		2863	456821		2923	465829		2983	474653	
1804	447778		2864	456973		2924	465977		2984	474799	
1805	3.447933	154	2865	3.457125	151	2925	3.466126	148	2985	3.474944	145
1806	448088		2866	457276		2926	466274		2986	475090	
1807	448242		2867	457428		2927	466423		2987	475235	
1808	448397		2868	457579		2928	466571		2988	475381	
1809	448552		2869	457731		2929	466719		2989	475526	
1810	3.448706		2870	3.457882		2930	3.466868		2990	3.475671	
1811	448861		2871	458033		2931	467016		2991	475816	
1812	449015		2872	458184		2932	467164		2992	475962	
1813	449170		2873	458336		2933	467312		2993	476107	
1814	449324		2874	458487		2934	467460		2994	476252	
1815	3.449478		2875	3.458638		2935	3.467608		2995	3.476397	
1816	449633		2876	458789		2936	467756		2996	476542	
1817	449787		2877	458940		2937	467904		2997	476687	
1818	449941		2878	459091		2938	468052		2998	476832	
1819	450095		2879	459242		2939	468200		2999	476976	
1820	3.450249		2880	3.459392		2940	3.468347		3000	3.477121	
1821	450403		2881	459543		2941	468495		3001	477266	
1822	450557		2882	459694		2942	468643		3002	477411	
1823	450711		2883	459845		2943	468790		3003	477555	
1824	450865		2884	459995		2944	468938		3004	477700	
1825	3.451018		2885	3.460146	150	2945	3.469085	147	3005	3.477844	144
1826	451172		2886	460296		2946	469233		3006	477989	
1827	451326	153	2887	460447		2947	469380		3007	478133	
1828	451479		2888	460597		2948	469527		3008	478278	
1829	451633		2889	460748		2949	469675		3009	478422	
1830	3.451786		2890	3.460898		2950	3.469822		3010	3.478566	
1831	451940		2891	461048		2951	469969		3011	478711	
1832	452093		2892	461198		2952	470116		3012	478855	
1833	452247		2893	461348		2953	470263		3013	478999	
1834	452400		2894	461499		2954	470410		3014	479143	
1835	3.452553		2895	3.461649		2955	3.470557		3015	3.479287	
1836	452706		2896	461799		2956	470704		3016	479431	
1837	452859		2897	461948		2957	470851		3017	479575	
1838	453012		2898	462098		2958	470998		3018	479719	
1839	453165		2899	462248		2959	471145		3019	479863	
1840	3.453318		2900	3.462398		2960	3.471292		3020	3.480007	
1841	453471		2901	462548		2961	471438		3021	480151	
1842	453624		2902	462697		2962	471585		3022	480294	
1843	453777		2903	462847		2963	471732		3023	480438	
1844	453930		2904	462997		2964	471878		3024	480582	
1845	3.454082		2905	3.463146	149	2965	3.472025	146	3025	3.480725	143
1846	454235		2906	463296		2966	472171		3026	480869	
1847	454387		2907	463445		2967	472318		3027	481012	
1848	454540		2908	463594		2968	472464		3028	481156	
1849	454692		2909	463744		2969	472610		3029	481299	
1850	3.454845		2910	3.463893		2970	3.472756		3030	3.481443	
1851	454997		2911	464042		2971	472903		3031	481586	
1852	455150		2912	464191		2972	473049		3032	481729	
1853	455302		2913	464340		2973	473195		3033	481872	
1854	455454		2914	464490		2974	473341		3034	482016	
1855	3.455606		2915	3.464639		2975	3.473487		3035	3.482159	
1856	455758		2916	464788		2976	473633		3036	482302	
1857	455910		2917	464936		2977	473779		3037	482445	
1858	456062		2918	465085		2978	473925		3038	482588	
1859	456214		2919	465234		2979	474071		3039	482731	
1860	456366		2920	465383		2980	474216		3040	482874	

Tal	Logarithm	N.	Tal	Logarithm	N.	Tal	Logarithm	N.	Tal	Logarithm	N.
2561	3.408410	169	2621	3.418467	165	2681	3.428197	161	2741	3.437909	157
2562	408579		2622	418533		2682	428459		2742	438067	
2563	408749		2623	418798		2683	428621		2743	438226	
2564	408918		2624	418964		2684	428783		2744	438384	
2565	3.409087		2625	3.419129		2685	3.428944		2745	3.438542	
2566	409257	168	2626	419295	164	2686	429106	160	2746	438701	156
2567	409426		2627	419460		2687	429268		2747	438859	
2568	409595		2628	419625		2688	429429		2748	439017	
2569	409764		2629	419791		2689	429591		2749	439175	
2570	3.409933		2630	3.419956		2690	3.429752		2750	3.439333	
2571	410102	167	2631	420121	163	2691	429914	159	2751	439491	155
2572	410271		2632	420286		2692	430075		2752	439648	
2573	410440		2633	420451		2693	430236		2753	439806	
2574	410609		2634	420616		2694	430398		2754	439964	
2575	3.410777		2635	3.420781		2695	3.430559		2755	3.440122	
2576	410946	166	2636	420945	162	2696	430720	158	2756	440279	151
2577	411114		2637	421110		2697	430881		2757	440437	
2578	411283		2638	421275		2698	431042		2758	440594	
2579	411451		2639	421439		2699	431203		2759	440752	
2580	3.411620		2640	3.421604		2700	3.431364		2760	3.440909	
2581	411788	165	2641	421768	161	2701	431525	157	2761	441066	153
2582	411956		2642	421933		2702	431685		2762	441224	
2583	412124		2643	422097		2703	431846		2763	441381	
2584	412293		2644	422261		2704	432007		2764	441538	
2585	3.412461		2645	3.422426		2705	3.432167		2765	3.441695	
2586	412629	164	2646	422590	160	2706	432328	156	2766	441852	152
2587	412796		2647	422754		2707	432488		2767	442009	
2588	412964		2648	422918		2708	432649		2768	442166	
2589	413132		2649	423082		2709	432809		2769	442323	
2590	3.413300		2650	3.423246		2710	3.432969		2770	3.442480	
2591	413467	163	2651	423410	159	2711	433130	155	2771	442637	151
2592	413635		2652	423574		2712	433290		2772	442793	
2593	413803		2653	423737		2713	433450		2773	442950	
2594	413970		2654	423901		2714	433610		2774	443106	
2595	3.414137		2655	3.424065		2715	3.433770		2775	3.443263	
2596	414305	162	2656	424228	158	2716	433930	154	2776	443419	150
2597	414472		2657	424392		2717	434090		2777	443576	
2598	414639		2658	424555		2718	434249		2778	443732	
2599	414806		2659	424718		2719	434409		2779	443889	
2600	3.414973		2660	3.424882		2720	3.434569		2780	3.444045	
2601	415140	161	2661	425045	157	2721	434729	153	2781	444201	149
2602	415307		2662	425208		2722	434888		2782	444357	
2603	415474		2663	425371		2723	435048		2783	444513	
2604	415641		2664	425534		2724	435207		2784	444669	
2605	3.415808		2665	3.425697		2725	3.435367		2785	3.444825	
2606	415974	160	2666	425860	156	2726	435526	152	2786	444981	148
2607	416141		2667	426023		2727	435685		2787	445137	
2608	416308		2668	426186		2728	435844		2788	445293	
2609	416474		2669	426349		2729	436004		2789	445449	
2610	3.416641		2670	3.426511		2730	3.436163		2790	3.445604	
2611	416807	159	2671	426674	153	2731	436322	149	2791	445760	145
2612	416973		2672	426836		2732	436481		2792	445915	
2613	417139		2673	426999		2733	436640		2793	446071	
2614	417306		2674	427161		2734	436799		2794	446226	
2615	3.417472		2675	3.427324		2735	3.436957		2795	3.446382	
2616	417638	158	2676	427486	150	2736	437116	146	2796	446537	142
2617	417804		2677	427648		2737	437275		2797	446692	
2618	417970		2678	427811		2738	437433		2798	446848	
2619	418135		2679	427973		2739	437592		2799	447003	
2620	418301		2680	428135		2740	437751		2800	447158	

Cal	Logarithm	3.	Cal	Logarithm	3.	Cal	Logarithm	3.	Cal	Logarithm	3.
2801	3.447313		2861	3.456518		2921	3.465532		2981	3.474362	
2802	447468		2862	456670		2922	465680		2982	474508	
2803	447623		2863	456821		2923	465839		2983	474653	
2804	447778		2864	456973		2924	465977		2984	474799	
2805	3.447933	154	2865	3.457125	151	2925	3.466126	148	2985	3.474944	145
2806	448088		2866	457276		2926	466274		2986	475090	
2807	448243		2867	457428		2927	466423		2987	475235	
2808	448397		2868	457579		2928	466571		2988	475381	
2809	448552		2869	457731		2929	466719		2989	475526	
2810	3.448706		2870	3.457882		2930	3.466868		2990	3.475671	
2811	448861		2871	458033		2931	467016		2991	475816	
2812	449015		2872	458184		2932	467164		2992	475962	
2813	449170		2873	458336		2933	467312		2993	476107	
2814	449324		2874	458487		2934	467460		2994	476252	
2815	3.449478		2875	3.458638		2935	3.467608		2995	3.476397	
2816	449633		2876	458789		2936	467756		2996	476542	
2817	449787		2877	458940		2937	467904		2997	476687	
2818	449941		2878	459091		2938	468052		2998	476832	
2819	450095		2879	459242		2939	468200		2999	476976	
2820	3.450249		2880	3.459392		2940	3.468347		3000	3.477121	
2821	450403		2881	459543		2941	468495		3001	477266	
2822	450557		2882	459694		2942	468643		3002	477411	
2823	450711		2883	459845		2943	468790		3003	477555	
2824	450865		2884	459995		2944	468938		3004	477700	
2825	3.451018		2885	3.460146	150	2945	3.469085	147	3005	3.477844	144
2826	451172		2886	460296		2946	469233		3006	477989	
2827	451326		2887	460447		2947	469380		3007	478133	
2828	451479	153	2888	460597		2948	469527		3008	478278	
2829	451633		2889	460748		2949	469675		3009	478422	
2830	3.451786		2890	3.460898		2950	3.469822		3010	3.478566	
2831	451940		2891	461048		2951	469969		3011	478711	
2832	452093		2892	461198		2952	470116		3012	478855	
2833	452247		2893	461348		2953	470263		3013	478999	
2834	452400		2894	461499		2954	470410		3014	479143	
2835	3.452553		2895	3.461649		2955	3.470557		3015	3.479287	
2836	452706		2896	461799		2956	470704		3016	479431	
2837	452859		2897	461948		2957	470851		3017	479575	
2838	453012		2898	462098		2958	470998		3018	479719	
2839	453165		2899	462248		2959	471145		3019	479863	
2840	3.453318		2900	3.462398		2960	3.471292		3020	3.480007	
2841	453471		2901	462548		2961	471438		3021	480151	
2842	453624		2902	462697		2962	471585		3022	480294	
2843	453777		2903	462847		2963	471732		3023	480438	
2844	453930		2904	462997		2964	471878		3024	480582	
2845	3.454082		2905	3.463146	149	2965	3.472025	146	3025	3.480725	143
2846	454235		2906	463296		2966	472171		3026	480869	
2847	454387		2907	463446		2967	472318		3027	481012	
2848	454540		2908	463594		2968	472464		3028	481156	
2849	454692		2909	463744		2969	472610		3029	481299	
2850	3.454845		2910	3.463893		2970	3.472756		3030	3.481443	
2851	454997		2911	464043		2971	472903		3031	481586	
2852	455150		2912	464191		2972	473049		3032	481729	
2853	455302		2913	464340		2973	473195		3033	481872	
2854	455454		2914	464490		2974	473341		3034	482016	
2855	3.455606		2915	3.464639		2975	3.473487		3035	3.482159	
2856	455758		2916	464788		2976	473633		3036	482302	
2857	455910		2917	464936		2977	473779		3037	482445	
2858	456062		2918	465085		2978	473925		3038	482588	
2859	456214		2919	465234		2979	474071		3039	482731	
2860	456366		2920	465383		2980	474216		3040	482874	

Logarithm	g.	Val	Logarithm	g.	Val	Logarithm	g.	Val	Logarithm	g.	Val
1.483016		3101	3.491502		3161	3.499824		3221	3.507991		
483159		3102	491642		3162	499962		3222	508126		
483302		3103	491782		3163	500099		3223	508260		
483445		3104	491922		3164	500236		3224	508395		
1.483587		3105	3.492062		3165	3.500374		3225	3.508530		
483730		3106	492101		3166	500511		3226	508664		
483872		3107	492241		3167	500648		3227	508799		
484015		3108	492381		3168	500785		3228	508934		
484157		3109	492521		3169	500922		3229	509068		
1.484300		3110	3.492760		3170	3.501059		3230	3.509203		
484442		3111	492900		3171	501196		3231	509337		
484584		3112	493040		3172	501333		3232	509471		
484727		3113	493179		3173	501470		3233	509606		
484869		3114	493319		3174	501607		3234	509740		
1.485011		3115	3.493458		3175	3.501744		3235	3.509874		
485153		3116	493597		3176	501880		3236	510009		
485295		3117	493737		3177	502017		3237	510143		
485437		3118	493876		3178	502154		3238	510277		
485579		3119	494015		3179	502291		3239	510411		
1.485721		3120	3.494155		3180	3.502427		3240	3.510545		
485863		3121	494294		3181	502564		3241	510679		
486005		3122	494433		3182	502700		3242	510813		
486147		3123	494572		3183	502837		3243	510947		
486289		3124	494711		3184	502973		3244	511081		
1.486430		3125	3.494850		3185	3.503109		3245	3.511215		
486572		3126	494989		3186	503246		3246	511349		
486714		3127	495128		3187	503382		3247	511482		
486855		3128	495267		3188	503518		3248	511616		
486997		3129	495405		3189	503655		3249	511750		
1.487138		3130	3.495544		3190	3.503791		3250	3.511883		
487280		3131	495683		3191	503927		3251	512017		
487421		3132	495822		3192	504063		3252	512151		
487563		3133	495960		3193	504199		3253	512284		
487704		3134	496099		3194	504335		3254	512418		
1.487845		3135	3.496238		3195	3.504471		3255	3.512551		
487986		3136	496376		3196	504607		3256	512684		
488127		3137	496514		3197	504743		3257	512818		
488269		3138	496653		3198	504878		3258	512951		
488410		3139	496791		3199	505014		3259	513084		
1.488551		3140	3.496930		3200	3.505150		3260	3.513218		
488692		3141	497068		3201	505286		3261	513351		
488833		3142	497206		3202	505421		3262	513484		
488973		3143	497344		3203	505557		3263	513617		
489114		3144	497482		3204	505693		3264	513750		
1.489255		3145	3.497621		3205	3.505828		3265	3.513883		
489396		3146	497759		3206	505964		3266	514016		
489537		3147	497897		3207	506099		3267	514149		
489677		3148	498035		3208	506234		3268	514282		
489818		3149	498173		3209	506370		3269	514415		
1.489958		3150	3.498311		3210	3.506505		3270	3.514548		
490099		3151	498448		3211	506640		3271	514680		
490239		3152	498586		3212	506776		3272	514813		
490380		3153	498724		3213	506911		3273	514946		
490520		3154	498862		3214	507046		3274	515079		
1.490661		3155	3.498999		3215	3.507181		3275	3.515211		
490801		3156	499137		3216	507316		3276	515344		
490941		3157	499275		3217	507451		3277	515476		
491081		3158	499412		3218	507586		3278	515609		
491222		3159	499550		3219	507721		3279	515741		
491362		3160	499687		3220	507856		3280	515874		

Tal	Logarith	3.	Tal	Logarith	3.	Tal	Logarith	3.	Tal	Logarith	3.
3281	3.516006		3341	3.523876		3401	3.531607		3461	3.539202	
3282	516139		3342	524006		3402	531734		3462	539327	
3283	516271		3343	524136		3403	531862		3463	539452	
3284	516403		3344	524266		3404	531990		3464	539578	
3285	3.516535		3345	3.524396		3405	3.532117		3465	3.539703	
3286	516668		3346	524526		3406	532249	127	3466	539829	
3287	516800		3347	524656		3407	532372		3467	539954	
3288	516932		3348	524786		3408	532500		3468	540079	
3289	517064		3349	524915		3409	532627		3469	540204	
3290	3.517196		3350	3.525045		3410	3.532754		3470	2.540329	
3291	517328	121	3351	525174		3411	532882		3471	540455	
3292	517460		3352	525304	129	3412	533009		3472	540580	
3293	517592		3353	525434		3413	533136		3473	540705	
3294	517724		3354	525563		3414	533264		3474	540830	
3295	3.517855		3355	3.525693		3415	3.533391		3475	3.540955	
3296	517987		3356	525822		3416	533518		3476	541080	
3297	518119		3357	525951		3417	533645		3477	541205	
3298	518251		3358	526081		3418	533772		3478	541330	
3299	518382		3359	526210		3419	533899		3479	541454	
3300	3.518514		3360	3.526339		3420	2.534026		3480	3.541579	
3301	518646		3361	526469		3421	524153		3481	541704	
3302	518777		3362	526598		3422	534280		3482	541829	
3303	518909		3363	526727		3423	534407		3483	541953	
3304	519040		3364	526856		3424	534534		3484	542078	
3305	3.519171		3365	3.526985		3425	3.534661		3485	3.542203	
3306	519303		3366	527114		3426	534787		3486	542327	
3307	519434		3367	527243		3427	534914		3487	542452	
3308	519565		3368	527372		3428	535041		3488	542576	
3309	519697		3369	527501		3429	535167		3489	542701	
3310	3.519828		3370	3.527630		3430	3.535294	126	3490	3.542825	
3311	519959		3371	527759		3431	535421		3491	542950	
3312	520090		3372	527888		3432	535547		3492	543074	
3313	520221		3373	528016		3433	535674		3493	543199	
3314	520353		3374	528145		3434	535800		3494	543323	
3315	3.520484		3375	3.528274		3435	3.535927		3495	3.543447	
3316	520615		3376	528402		3436	536053		3496	543571	
3317	520745		3377	528531		3437	536180		3497	543696	
3318	520876		3378	528660		3438	536306		3498	543820	
3319	521007		3379	528788		3439	536432		3499	543944	
3320	3.521138		3380	3.528917	128	3440	3.536558		3500	3.544068	
3321	521269		3381	529045		3441	536685		3501	544192	
3322	521400		3382	529174		3442	536811		3502	544316	
3323	521530		3383	529302		3443	536937		3503	544440	
3324	521661		3384	529430		3444	537063		3504	544564	
3325	3.521792	120	3385	3.529559		3445	3.537189		3505	3.544688	
3326	521922		3386	529687		3446	537315		3506	544812	
3327	522053		3387	529815		3447	537441		3507	544936	
3328	522183		3388	529943		3448	537567		3508	545060	
3329	522314		3389	530072		3449	537693		3509	545183	
3330	3.522444		3390	3.530200		3450	3.537819		3510	3.545307	
3331	522575		3391	530328		3451	537945		3511	545431	
3332	522705		3392	530456		3452	538071		3512	545555	
3333	522835		3393	530584		3453	538197		3513	545678	
3334	522966		3394	530712		3454	538322		3514	545802	
3335	3.523096		3395	3.530840		3455	3.538448		3515	3.545925	
3336	523226		3396	530968		3456	538574		3516	546049	
3337	523356		3397	531096		3457	538699		3517	546172	
3338	523486		3398	531223		3458	538825		3518	546296	
3339	523616		3399	531351		3459	538951	125	3519	546419	
3340	523746		3400	531479		3460	539076		3520	546543	

Cal	Logarith	3.	Cal	Logarith	3.	Cal	Logarith	3.	Cal	Logarith	3.
521	3.546666		3581	3.554004		3641	3.561221		3701	3.568319	
522	546789		3582	554126		3642	561340		3702	568436	
523	546913		3583	554247		3643	561459		3703	568554	
524	547036		3584	554368		3644	561578		3704	568671	
525	3.547159		3585	3.554489		3645	3.561698		3705	3.568788	
526	547282		3586	554610		3646	561817		3706	568905	
527	547405		3587	554731		3647	561936		3707	569023	
528	547529		3588	554852		3648	562055		3708	569140	
529	547652		3589	554973		3649	562174		3709	569257	
530	3.547775		3590	3.555094		3650	3.562293		3710	3.569374	
531	547898		3591	555215		3651	562412		3711	569491	
532	548021		3592	555336		3652	562531		3712	569608	
533	548144		3593	555457		3653	562650		3713	569725	
534	548267		3594	555578		3654	562769		3714	569842	
535	3.548389		3595	3.555699		3655	3.562887		3715	3.569959	
536	548512		3596	555820		3656	563006		3716	570076	
537	548635		3597	555940		3657	563125		3717	570193	
538	548758		3598	556061		3658	563244		3718	570309	
539	548881		3599	556182		3659	563363		3719	570426	
540	3.549003		3600	3.556303		3660	3.563481		3720	3.570543	
541	549126		3601	556423	120	3661	563600		3721	570660	
542	549249		3602	556544		3662	563718		3722	570776	
543	549371		3603	556664		3663	563837		3723	570893	
544	549494		3604	556785		3664	563955		3724	571010	
545	3.549616		3605	3.556905		3665	3.564074		3725	3.571126	
546	549739		3606	557026		3666	564192		3726	571243	
547	549861		3607	557146		3667	564311		3727	571359	
548	549984		3608	557267		3668	564429		3728	571476	
549	550106		3609	557387		3669	564548		3729	571592	
550	3.550228		3610	3.557507		3670	3.564666		3730	3.571709	
551	550351		3611	557627		3671	564784		3731	571825	
552	550473		3612	557748		3672	564903		3732	571942	
553	550595		3613	557868		3673	565021		3733	572058	
554	550717		3614	557988		3674	565139		3734	572174	
555	3.550840		3615	3.558108		3675	3.565257		3735	3.572291	
556	550962		3616	558228		3676	565376		3736	572407	
557	551084		3617	558349		3677	565494		3737	572523	
558	551206		3618	558469		3678	565612		3738	572639	
559	551328		3619	558589		3679	565730		3739	572755	
560	3.551450		3620	3.558709		3680	3.565848		3740	3.572872	
561	551572		3621	558829		3681	565966		3741	572988	
562	551694		3622	558948		3682	566084		3742	573104	
563	551816		3623	559068		3683	566202		3743	573220	
564	551938		3624	559188		3684	566320		3744	573336	
565	3.552060		3625	3.559308		3685	3.566437		3745	3.573452	
566	552181		3626	559428		3686	566555		3746	573568	
567	552303		3627	559548		3687	566673		3747	573684	
568	552425		3628	559667		3688	566791		3748	573800	
569	552547		3629	559787		3689	566909		3749	573915	
570	3.552668		3630	3.559907		3690	3.567026		3750	3.574031	
571	552790		3631	560026		3691	567144		3751	574147	
572	552911		3632	560146		3692	567262		3752	574263	
573	553033		3633	560265		3693	567379		3753	574379	
574	553155		3634	560385		3694	567497		3754	574494	
575	3.553276		3635	3.560504		3695	3.567614		3755	3.574610	
576	553398		3636	560624		3696	567732		3756	574726	
577	553519		3637	560743		3697	567849		3757	574841	
578	553640		3638	560863		3698	567967		3758	574957	
579	553762		3639	560982		3699	568084		3759	575072	
580	553883		3640	561101		3700	568202		3760	575188	

Val	Logarith	I	Val	Logarith	I	Val	Logarith	I	Val	Logarith	I
3761	3.575303	II	3821	3.582177	II	3881	3.588944	II	3941	3.595606	II
3762	575419		3822	582291		3882	589056		3942	595717	
3763	575534		3823	582404		3883	589167		3943	595827	
3764	575650		3824	582518		3884	589279		3944	595937	
3765	3.575765		3825	3.582631		3885	3.589391		3945	3.596047	
3766	575880		3826	582745		3886	589503		3946	596157	
3767	575996		3827	582858		3887	589615		3947	596267	
3768	576111		3828	582972		3888	589726		3948	596377	
3769	576226		3829	583085		3889	589838		3949	596487	
3770	3.576341		3830	3.583199		3890	3.589950		3950	3.596597	
3771	576457	II	3831	583312	II	3891	590061	II	3951	596707	II
3772	576572		3832	583426		3892	590173		3952	596817	
3773	576687		3833	583539		3893	590284		3953	596927	
3774	576802		3834	583652		3894	590396		3954	597037	
3775	3.576917		3835	3.583765		3895	3.590507		3955	3.597146	
3776	577032		3836	583879		3896	590619		3956	597256	
3777	577147		3837	583992		3897	590730		3957	597366	
3778	577262		3838	584105		3898	590842		3958	597476	
3779	577377		3839	584218		3899	590953		3959	597586	
3780	3.577492		3840	3.584331		3900	3.591065		3960	3.597695	
3781	577607	II	3841	584444	II	3901	591176	II	3961	597805	II
3782	577721		3842	584557		3902	591287		3962	597914	
3783	577836		3843	584670		3903	591399		3963	598024	
3784	577951		3844	584783		3904	591510		3964	598134	
3785	3.578066		3845	3.584896		3905	3.591621		3965	3.598243	
3786	578181		3846	585009		3906	591732		3966	598353	
3787	578295		3847	585122		3907	591843		3967	598462	
3788	578410		3848	585235		3908	591955		3968	598572	
3789	578525		3849	585348		3909	592066		3969	598681	
3790	3.578639		3850	3.585461		3910	3.592177		3970	3.598791	
3791	578754	II	3851	585574	II	3911	592288	II	3971	598900	II
3792	578868		3852	585686		3912	592399		3972	599009	
3793	578983		3853	585799		3913	592510		3973	599119	
3794	579097		3854	585912		3914	592621		3974	599228	
3795	3.579212		3855	3.586024		3915	3.592732		3975	3.599337	
3796	579326		3856	586137		3916	592843		3976	599446	
3797	579441		3857	586250		3917	592954		3977	599556	
3798	579555		3858	586362		3918	593064		3978	599665	
3799	579669		3859	586475		3919	593175		3979	599774	
3800	3.579784		3860	3.586587		3920	3.593286		3980	3.599883	
3801	579898	II	3861	586700	II	3921	593397	II	3981	599992	II
3802	580012		3862	586812		3922	593508		3982	600101	
3803	580126		3863	586925		3923	593618		3983	600210	
3804	580240		3864	587037		3924	593729		3984	600319	
3805	3.580355		3865	3.587149		3925	3.593840		3985	3.600428	
3806	580469		3866	587262		3926	593950		3986	600537	
3807	580583		3867	587374		3927	594061		3987	600646	
3808	580697		3868	587486		3928	594171		3988	600755	
3809	580811		3869	587599		3929	594282		3989	600864	
3810	3.580925		3870	3.587711		3930	3.594393		3990	3.600973	
3811	581039	II	3871	587823	II	3931	594503	II	3991	601082	II
3812	581153		3872	587935		3932	594614		3992	601191	
3813	581267		3873	588047		3933	594724		3993	601299	
3814	581381		3874	588160		3934	594834		3994	601408	
3815	3.581495		3875	3.588272		3935	3.594945		3995	3.601517	
3816	581608		3876	588384		3936	595055		3996	601625	
3817	581722		3877	588496		3937	595165		3997	601734	
3818	581836		3878	588608		3938	595276		3998	601843	
3819	581950		3879	588720		3939	595386		3999	601951	
3820	582063		3880	588832		3940	595496		4000	602060	

Logarithm	N.	Cal.	Logarithm	N.	Cal.	Logarithm	N.	Cal.	Logarithm	N.	Cal.
3.602169	108	4061	3.608633	108	4121	3.615003	108	4181	3.621280	108	4241
602277		4062	608740		4122	615108		4182	621384		4242
602386		4063	608847		4123	615213		4183	621488		4243
602494		4064	608954		4124	615319		4184	621592		4244
3.602603		4065	3.609061		4125	3.615424		4185	3.621695		4245
602711		4066	609167		4126	615529		4186	621799		4246
602819		4067	609274		4127	615634		4187	621903		4247
602928		4068	609381		4128	615740		4188	622007		4248
603036		4069	609488		4129	615845		4189	622110		4249
3.603144		4070	3.609594		4130	3.615950		4190	3.622214		4250
603253		4071	609701		4131	616055		4191	622318		4251
603361		4072	609808		4132	616160		4192	622421		4252
603469		4073	609914		4133	616265		4193	622525		4253
603577		4074	610021		4134	616370		4194	622628		4254
3.603686		4075	3.610128		4135	3.616476		4195	3.622732		4255
603794		4076	610234		4136	616581		4196	622835		4256
603902		4077	610341		4137	616686		4197	622939		4257
604010		4078	610447		4138	616790		4198	623042		4258
604118		4079	610554		4139	616895		4199	623146		4259
3.604226		4080	3.610660		4140	3.617000		4200	3.623249		4260
604334		4081	610767		4141	617105		4201	623353		4261
604442		4082	610873		4142	617210		4202	623456		4262
604550		4083	610979		4143	617315		4203	623559		4263
604658		4084	611086		4144	617420		4204	623663		4264
3.604766		4085	3.611192		4145	3.617525		4205	3.623766		4265
604874		4086	611298		4146	617629		4206	623869		4266
604982		4087	611405		4147	617734		4207	623973		4267
605089		4088	611511		4148	617839		4208	624076		4268
605197		4089	611617		4149	617943		4209	624179		4269
3.605305		4090	3.611723		4150	3.618048		4210	3.624282		4270
605413		4091	611829		4151	618153		4211	624385		4271
605521		4092	611936		4152	618257		4212	624488		4272
605628		4093	612042		4153	618362		4213	624591		4273
605736		4094	612148		4154	618466		4214	624695		4274
3.605844		4095	3.612254		4155	3.618571		4215	3.624798		4275
605951		4096	612360		4156	618676		4216	624901		4276
606059		4097	612466		4157	618780		4217	625004		4277
606166		4098	612572		4158	618884		4218	625107		4278
606274		4099	612678		4159	618989		4219	625210		4279
3.606381		4100	3.612784		4160	3.619093		4220	3.625312		4280
606489		4101	612890		4161	619198		4221	625415		4281
606596		4102	612996		4162	619302		4222	625518		4282
606704		4103	613102		4163	619406		4223	625621		4283
606811		4104	613207		4164	619511		4224	625724		4284
3.606919		4105	3.613313		4165	3.619615		4225	3.625827		4285
607026		4106	613419		4166	619719		4226	625929		4286
607133		4107	613525		4167	619824		4227	626032		4287
607241		4108	613630		4168	619928		4228	626135		4288
607348		4109	613736		4169	620032		4229	626238		4289
3.607455		4110	3.613842		4170	3.620136		4230	3.626340		4290
607562		4111	613947		4171	620240		4231	626443		4291
607669		4112	614053		4172	620344		4232	626546		4292
607777		4113	614159		4173	620448		4233	626648		4293
607884		4114	614264		4174	620552		4234	626751		4294
3.607991		4115	3.614370		4175	3.620656		4235	3.626853		4295
608098		4116	614475		4176	620760		4236	626956		4296
608205		4117	614581		4177	620864		4237	627058		4297
608312		4118	614686		4178	620968		4238	627161		4298
608419		4119	614792		4179	621072		4239	627263		4299
608526		4120	614897		4180	621176		4240	627366		4300

Cal	Logarithm	3	Cal	Logarithm	3	Cal	Logarithm	3	Cal	Logarithm	3
4241	3.627468	103	4301	3.633569		4361	3.639586		4421	3.645521	
4242	627571		4302	633670		4362	639686		4422	645619	
4243	627673		4303	633771		4363	639785		4423	645717	
4244	627775		4304	633872		4364	639885		4424	645815	
4245	3.627878		4305	3.633973		4365	3.639984		4425	3.645913	
4246	627980		4306	634074		4366	640084	96	4426	646011	
4247	628082		4307	634175		4367	640183		4427	646110	
4248	628185		4308	634276		4368	640283		4428	646208	
4249	628287		4309	634376		4369	640382		4429	646306	
4250	3.628389		4310	3.634477		4370	3.640481		4430	3.646404	
4251	628491		4311	634578		4371	640581		4431	646502	
4252	628593		4312	634679		4372	640680		4432	646600	
4253	628695		4313	634779		4373	640779		4433	646698	
4254	628797		4314	634880		4374	640879		4434	646796	
4255	3.628900		4315	3.634981		4375	3.640978		4435	3.646894	
4256	629002		4316	635081		4376	641077		4436	646992	
4257	629104		4317	635182		4377	641177		4437	647090	
4258	629206		4318	635283		4378	641276		4438	647187	
4259	629308		4319	635383		4379	641375		4439	647284	
4260	3.629410		4320	3.635484	100	4380	3.641474		4440	3.647383	
4261	629512		4321	635584		4381	641573		4441	647481	
4262	629613		4322	635685		4382	641672		4442	647579	
4263	629715		4323	635785		4383	641771		4443	647676	
4264	629817		4324	635886		4384	641871		4444	647774	
4265	3.629919		4325	3.635986		4385	3.641970		4445	3.647872	
4266	630021		4326	636087		4386	642069		4446	647969	
4267	630123		4327	636187		4387	642168		4447	648067	
4268	630224		4328	636287		4388	642267		4448	648165	
4269	630326		4329	636388		4389	642366		4449	648263	
4270	3.630428		4330	3.636488		4390	3.642465		4450	3.648360	97
4271	630530		4331	636588		4391	642563		4451	648458	
4272	630631		4332	636688		4392	642662		4452	648555	
4273	630733		4333	636789		4393	642761		4453	648653	
4274	630835		4334	636889		4394	642860		4454	648750	
4275	3.630936		4335	3.636989		4395	3.642959		4455	3.648848	
4276	631038		4336	637089		4396	643058		4456	648945	
4277	631139		4337	637189		4397	643156		4457	649043	
4278	631241		4338	637290		4398	643255		4458	649140	
4279	631342	101	4339	637390		4399	643354		4459	649237	
4280	3.631444		4340	3.637490		4400	3.643453		4460	3.649335	
4281	631545		4341	637590		4401	643551		4461	649432	
4282	631647		4342	637690		4402	643650		4462	649530	
4283	631748		4343	637790		4403	643749		4463	649627	
4284	631849		4344	637890		4404	643847		4464	649724	
4285	3.631951		4345	3.637990		4405	3.643946		4465	3.649821	
4286	632052		4346	638090		4406	644044		4466	649919	
4287	632153		4347	638190		4407	644143		4467	650016	
4288	632255		4348	638290		4408	644242		4468	650113	
4289	632356		4349	638389		4409	644340		4469	650210	
4290	3.632457		4350	3.638489		4410	3.644439	96	4470	3.650308	
4291	632559		4351	638589		4411	644537		4471	650405	
4292	632660		4352	638689		4412	644636		4472	650502	
4293	632761		4353	638789		4413	644734		4473	650599	
4294	632862		4354	638888		4414	644832		4474	650696	
4295	3.632963		4355	3.638988		4415	3.644931		4475	3.650793	
4296	633064		4356	639088		4416	645029		4476	650890	
4297	633165		4357	639188		4417	645127		4477	650987	
4298	633266		4358	639287		4418	645226		4478	651084	
4299	633367		4359	639387		4419	645324		4479	651181	
4300	633468		4360	639486		4420	645422		4480	651278	

Cal	Pogarith	3.	Cal	Pogarith	3.	Cal	Pogarith	3.	Cal	Pogarith	3.
4481	3.651375		4541	3.657152		4601	3.662852		4661	3.668479	
4482	651472		4542	657247		4602	662947		4662	668572	
4483	651569		4543	657343		4603	663041		4663	668665	
4484	651666		4544	657438		4604	663135		4664	668759	
4485	3.651762		4545	3.657534		4605	3.663230		4665	3.668852	
4486	651859		4546	657629		4606	663324		4666	668945	
4487	651956		4547	657725		4607	663418		4667	669038	
4488	652053		4548	657820		4608	663512		4668	669131	
4489	652150		4549	657916		4609	663607		4669	669224	
4490	3.652246		4550	3.658011		4610	3.663701		4670	3.669317	
4491	652343		4551	658107		4611	663795		4671	669410	
4492	652440		4552	658202		4612	663889		4672	669503	
4493	652536		4553	658298		4613	663983		4673	669596	
4494	652633		4554	658393		4614	664078		4674	669689	
4495	3.652730		4555	3.658488		4615	3.664172		4675	3.669782	
4496	652826		4556	658584		4616	664266		4676	669875	
4497	652923		4557	658679		4617	664360		4677	669967	
4498	653019		4558	658774		4618	664454		4678	670060	
4499	653116		4559	658870		4619	664548		4679	670153	
4500	3.653213		4560	3.658965		4620	3.664642		4680	3.670246	
4501	653309		4561	659060		4621	664736		4681	670339	
4502	653405		4562	659155		4622	664830		4682	670431	
4503	653502		4563	659250		4623	664924		4683	670524	
4504	653598		4564	659346		4624	665018		4684	670617	
4505	3.653695		4565	3.659441		4625	3.665112		4685	3.670710	
4506	653791		4566	659536		4626	665206		4686	670802	
4507	653888		4567	659631		4627	665299		4687	670895	
4508	653984		4568	659726		4628	665393		4688	670988	
4509	654080		4569	659821		4629	665487		4689	671080	
4510	3.654177		4570	3.659916		4630	3.665581		4690	3.671173	
4511	654273		4571	660011		4631	665675		4691	671265	
4512	654369		4572	660106		4632	665769		4692	671358	
4513	654465		4573	660201		4633	665862		4693	671451	
4514	654562		4574	660296		4634	665956		4694	671543	
4515	3.654658		4575	3.660391		4635	3.666050		4695	3.671636	
4516	654754		4576	660486		4636	666143		4696	671728	
4517	654850		4577	660581		4637	666237		4697	671821	
4518	654946		4578	660676		4638	666331		4698	671913	
4519	655042		4579	660771		4639	666424		4699	672005	
4520	3.655138		4580	3.660865		4640	3.666518		4700	3.672098	
4521	655235		4581	660960		4641	666612		4701	672190	
4522	655331		4582	661055		4642	666705		4702	672283	
4523	655427		4583	661150		4643	666799		4703	672375	
4524	655523		4584	661245		4644	666892		4704	672467	
4525	3.655619		4585	3.661339		4645	3.666986		4705	3.672560	
4526	655715		4586	661434		4646	667079		4706	672652	
4527	655810		4587	661529		4647	667173		4707	672744	
4528	655906		4588	661623		4648	667266		4708	672836	
4529	656002		4589	661718		4649	667360		4709	672929	
4530	3.656098		4590	3.661813		4650	3.667453		4710	3.673021	
4531	656194		4591	661907		4651	667546		4711	673113	
4532	656290		4592	662002		4652	667640		4712	673205	
4533	656386		4593	662096		4653	667733		4713	673297	
4534	656482		4594	662191		4654	667826		4714	673390	
4535	3.656577		4595	3.662286		4655	3.667920		4715	3.673482	
4536	656673		4596	662380		4656	668013		4716	673574	
4537	656769		4597	662475		4657	668106		4717	673666	
4538	656864		4598	662569		4658	668199		4718	673758	
4539	656960		4599	662663		4659	668293		4719	673850	
4540	657056		4600	662758		4660	668386		4720	673942	

Tal	Logarith	Tal	Logarith	Tal	Logarith	Tal	Logarith
4721	3.674034	4781	3.679519	4841	3.684935	4901	3.69028
4722	674126	4782	679610	4842	685025	4902	69037
4723	674218	4783	679700	4843	685114	4903	69046
4724	674310	4784	679791	4844	685204	4904	69055
4725	3.674402	4785	3.679882	4845	3.685294	4905	3.69063
4726	674494	4786	679973	4846	685383	4906	69072
4727	674586	4787	680063	4847	685473	4907	69081
4728	674677	4788	680154	4848	685563	4908	69090
4729	674769	4789	680245	4849	685652	4909	69099
4730	3.674861	4790	3.680336	4850	3.685742	4910	3.69108
4731	674953	4791	680426	4851	685831	4911	69117
4732	675045	4792	680517	4852	685921	4912	69125
4733	675137	4793	680607	4853	686010	4913	69134
4734	675228	4794	680698	4854	686100	4914	69143
4735	3.675320	4795	3.680789	4855	3.686189	4915	3.69152
4736	675412	4796	680879	4856	686279	4916	69161
4737	675503	4797	680970	4857	686368	4917	69170
4738	675595	4798	681060	4858	686458	4918	69178
4739	675687	4799	681151	4859	686547	4919	69187
4740	3.675778	4800	3.681241	4860	3.686636	4920	3.69196
4741	675870	4801	681332	4861	686726	4921	69205
4742	675962	4802	681422	4862	686815	4922	69214
4743	676053	4803	681513	4863	686904	4923	69223
4744	676145	4804	681603	4864	686994	4924	69231
4745	3.676236	4805	3.681693	4865	3.687083	4925	3.69240
4746	676328	4806	681784	4866	687172	4926	69249
4747	676419	4807	681874	4867	687261	4927	69258
4748	676511	4808	681964	4868	687351	4928	69267
4749	676602	4809	682055	4869	687440	4929	69275
4750	3.676694	4810	3.682145	4870	3.687529	4930	3.69284
4751	676785	4811	682235	4871	687618	4931	69293
4752	676876	4812	682326	4872	687707	4932	69302
4753	676968	4813	682416	4873	687796	4933	69311
4754	677059	4814	682506	4874	687886	4934	69319
4755	3.677151	4815	3.682596	4875	3.687975	4935	3.69328
4756	677242	4816	682686	4876	688064	4936	69337
4757	677333	4817	682777	4877	688153	4937	69346
4758	677424	4818	682867	4878	688242	4938	69355
4759	677516	4819	682957	4879	688331	4939	69363
4760	3.677607	4820	3.683047	4880	3.688420	4940	3.69372
4761	677698	4821	683137	4881	688509	4941	69381
4762	677789	4822	683227	4882	688598	4942	69390
4763	677881	4823	683317	4883	688687	4943	69399
4764	677972	4824	683407	4884	688776	4944	69407
4765	3.678063	4825	3.683497	4885	3.688865	4945	3.69416
4766	678154	4826	683587	4886	688953	4946	69425
4767	678245	4827	683677	4887	689042	4947	69434
4768	678336	4828	683767	4888	689131	4948	69443
4769	678427	4829	683857	4889	689220	4949	69451
4770	3.678518	4830	3.683947	4890	3.689309	4950	3.69460
4771	678609	4831	684037	4891	689398	4951	69469
4772	678700	4832	684127	4892	689486	4952	69478
4773	678791	4833	684217	4893	689575	4953	69486
4774	678882	4834	684307	4894	689664	4954	69495
4775	3.678973	4835	3.684396	4895	3.689753	4955	3.69504
4776	679064	4836	684486	4896	689841	4956	69513
4777	679155	4837	684576	4897	689930	4957	69521
4778	679246	4838	684666	4898	690019	4958	69530
4779	679337	4839	684756	4899	690107	4959	69539
4780	679428	4840	684845	4900	690196	4960	69548

Logarithm	S.	Tal	Logarithm	S.	Tal	Logarithm	S.	Tal	Logarithm	S.	Tal
3.695569	5021	3.700790	5081	3.705949	5141	3.711048					
695657	5022	700877	5082	706035	5142	711132					
695744	5023	700963	5083	706120	5143	711217					
695832	5024	701050	5084	706206	5144	711301					
3.695919	5025	3.701136	5085	3.706291	5145	3.711385					
696007	5026	701222	5086	706376	5146	711470					
696094	5027	701309	5087	706462	5147	711554					
696182	5028	701395	5088	706547	5148	711639					
696269	5029	701482	5089	706632	5149	711723					
3.696356	5030	3.701568	5090	3.706718	5150	3.711807					
696444	5031	701654	5091	706803	5151	711892					
696531	5032	701741	5092	706888	5152	711976					
696618	5033	701827	5093	706974	5153	712060					
696706	5034	701913	5094	707059	5154	712144					
3.696793	5035	3.701999	5095	3.707144	5155	3.712229					
696880	5036	702086	5096	707229	5156	712313					
696968	5037	702172	5097	707315	5157	712397					
697055	5038	702258	5098	707400	5158	712481					
697142	5039	702344	5099	707485	5159	712566					
3.697229	5040	3.702431	5100	3.707570	5160	3.712650					
697317	5041	702517	5101	707655	5161	712734					
697404	5042	702603	5102	707740	5162	712818					
697491	5043	702689	5103	707826	5163	712902					
697578	5044	702775	5104	707911	5164	712986					
3.697665	5045	3.702861	5105	3.707996	5165	3.713070					
697752	5046	702947	5106	708081	5166	713154					
697839	5047	703033	5107	708166	5167	713238					
697926	5048	703119	5108	708251	5168	713323					
698014	5049	703205	5109	708336	5169	713407					
3.698100	5050	3.703291	5110	3.708421	5170	3.713491					
698188	5051	703377	5111	708506	5171	713575					
698275	5052	703463	5112	708591	5172	713659					
698362	5053	703549	5113	708676	5173	713742					
698449	5054	703635	5114	708761	5174	713826					
3.698535	5055	3.703721	5115	3.708846	5175	3.713910					
698622	5056	703807	5116	708931	5176	713994					
698709	5057	703893	5117	709015	5177	714078					
698796	5058	703979	5118	709100	5178	714162					
698883	5059	704065	5119	709185	5179	714246					
3.698970	5060	3.704151	5120	3.709270	5180	3.714330					
699057	5061	704236	5121	708355	5181	714414					
699144	5062	704322	5122	709440	5182	714497					
699231	5063	704408	5123	709524	5183	714581					
699317	5064	704494	5124	709609	5184	714665					
3.699404	5065	3.704579	5125	3.709694	5185	3.714749					
699491	5066	704665	5126	709779	5186	714833					
699578	5067	704751	5127	709863	5187	714916					
699664	5068	704837	5128	709948	5188	715000					
699751	5069	704922	5129	710033	5189	715084					
3.699838	5070	3.705008	5130	3.710117	5190	3.715167					
699924	5071	705094	5131	710202	5191	715251					
700011	5072	705179	5132	710287	5192	715335					
700098	5073	705265	5133	710371	5193	715418					
700184	5074	705350	5134	710456	5194	715502					
3.700271	5075	3.705436	5135	3.710540	5195	3.715586					
700358	5076	705522	5136	710625	5196	715669					
700444	5077	705607	5137	710710	5197	715753					
700531	5078	705693	5138	710794	5198	715836					
700617	5079	705778	5139	710879	5199	715920					
700704	5080	705864	5140	710963	5200	716003					

Tal	Logarith	S.	Tal	Logarith	S.	Tal	Logarith	S.	Tal	Logarith	S.
5201	3.716087	∞	5261	3.721068	∞	5321	3.725993	∞	5381	3.730863	∞
5202	716170		5262	721151		5322	726075		5382	730944	
5203	716254		5263	721233		5323	726156		5383	731024	
5204	716337		5264	721316		5324	726238		5384	731105	
5205	3.716421		5265	3.721398		5325	3.726320		5385	3.731186	
5206	716504		5266	721481		5326	726401		5386	731266	
5207	716588		5267	721563		5327	726483		5387	731347	
5208	716671		5268	721646		5328	726564		5388	731428	
5209	716754		5269	721728		5329	726646		5389	731508	
5210	3.716838		5270	3.721811		5330	3.726727		5390	3.731589	
5211	716921		5271	721893		5331	726809		5391	731669	
5212	717004		5272	721975		5332	726890		5392	731750	
5213	717088		5273	722058		5333	726972		5393	731830	
5214	717171		5274	722140		5334	727053		5394	731911	
5215	3.717254		5275	3.722222		5335	3.727134		5395	3.731991	
5216	717338		5276	722305		5336	727216		5396	732072	
5217	717421		5277	722387		5337	727297		5397	732152	
5218	717504		5278	722469		5338	727379		5398	732233	
5219	717587		5279	722552		5339	727460		5399	732313	
5220	3.717671		5280	3.722634		5340	3.727541		5400	3.732394	
5221	717754		5281	722716		5341	727623		5401	732474	
5222	717837		5282	722798		5342	727704		5402	732555	
5223	717920		5283	722881		5343	727785		5403	732635	
5224	718003		5284	722963		5344	727866		5404	732715	
5225	3.718086		5285	3.723045		5345	3.727948		5405	3.732796	
5226	718169		5286	723127		5346	728029		5406	732876	
5227	718253		5287	723209		5347	728110		5407	732956	
5228	718336		5288	723291		5348	728191		5408	733037	
5229	718419		5289	723374		5349	728273		5409	733117	
5230	3.718502		5290	3.723456		5350	3.728354		5410	3.733197	
5231	718585		5291	723538		5351	728435		5411	733278	
5232	718668		5292	723620		5352	728516		5412	733358	
5233	718751		5293	723702		5353	728597		5413	733438	
5234	718834		5294	723784		5354	728678		5414	733518	
5235	3.718917		5295	3.723866		5355	3.728759		5415	3.733598	
5236	719000		5296	723948		5356	728841		5416	733679	
5237	719083		5297	724030		5357	728922		5417	733759	
5238	719165		5298	724112		5358	729003		5418	733839	
5239	719248		5299	724194		5359	729084		5419	733919	
5240	3.719331		5300	3.724276		5360	3.729165		5420	3.733999	
5241	719414		5301	724358		5361	729246		5421	734079	
5242	719497		5302	724440		5362	729327		5422	734160	
5243	719580		5303	724522		5363	729408		5423	734240	
5244	719663		5304	724604		5364	729489		5424	734321	
5245	3.719745		5305	3.724685		5365	3.729570		5425	3.734400	
5246	719828		5306	724767		5366	729651		5426	734480	
5247	719911		5307	724849		5367	729732		5427	734560	
5248	719994		5308	724931		5368	729813		5428	734641	
5249	720077		5309	725013		5369	729893		5429	734722	
5250	3.720159		5310	3.725095		5370	3.729974		5430	3.734800	
5251	720242		5311	725176		5371	730055		5431	734880	
5252	720325		5312	725258		5372	730136		5432	734960	
5253	720407		5313	725340		5373	730217		5433	735040	
5254	720490		5314	725422		5374	730298		5434	735120	
5255	3.720573		5315	3.725503		5375	3.730378		5435	3.735200	
5256	720655		5316	725585		5376	730459		5436	735279	
5257	720738		5317	725667		5377	730540		5437	735359	
5258	720821		5318	725748		5378	730621		5438	735439	
5259	720903		5319	725830		5379	730701		5439	735519	
5260	720986		5320	725912		5380	730782		5440	735599	

Lat	Logarithm	S.	Lat	Logarithm	S.	Lat	Logarithm	S.	Lat	Logarithm	S.
5441	3.735679		5501	3.740442		5561	3.745153		5621	3.749814	
5442	735759		5502	740521		5562	745231		5622	749891	
5443	735838		5503	740600		5563	745309		5623	749968	
5444	735918		5504	740678		5564	745387		5624	750045	
5445	3.735998		5505	3.740757		5565	3.745465		5625	3.750123	
5446	736078		5506	740836		5566	745543		5626	750200	
5447	736157		5507	740915		5567	745621		5627	750277	
5448	736237		5508	740994		5568	745699		5628	750354	
5449	736317		5509	741073		5569	745777		5629	750431	
5450	3.736397		5510	3.741152		5570	3.745855		5630	3.750508	
5451	736476		5511	741230		5571	745933		5631	750586	
5452	736556		5512	741309		5572	746011		5632	750663	
5453	736635		5513	741388		5573	746089		5633	750740	
5454	736715		5514	741467		5574	746167		5634	750817	
5455	3.736795		5515	3.741546		5575	3.746245		5635	3.750894	
5456	736874		5516	741624		5576	746323		5636	750971	
5457	736954		5517	741703		5577	746401		5637	751048	
5458	737034		5518	741781		5578	746478		5638	751125	
5459	737113		5519	741860		5579	746556		5639	751202	
5460	3.737193		5520	3.741939		5580	3.746634		5640	3.751279	
5461	737272		5521	742018		5581	746712		5641	751356	
5462	737352		5522	742096		5582	746790		5642	751433	
5463	737431		5523	742175		5583	746868		5643	751510	
5464	737511		5524	742254		5584	746945		5644	751587	
5465	3.737590		5525	3.742332		5585	3.747023		5645	3.751664	
5466	737670		5526	742411		5586	747101		5646	751741	
5467	737749		5527	742489		5587	747179		5647	751818	
5468	737829		5528	742568		5588	747256		5648	751895	
5469	737908		5529	742647		5589	747334		5649	751972	
5470	3.737987		5530	3.742725		5590	3.747412		5650	3.752048	
5471	738067		5531	742804		5591	747489		5651	752125	
5472	738146		5532	742882		5592	747567		5652	752202	
5473	738225		5533	742961		5593	747645		5653	752279	
5474	738305		5534	743039		5594	747722		5654	752356	
5475	3.738384		5535	3.743118		5595	3.747800		5655	3.752433	
5476	738463		5536	743196		5596	747878		5656	752509	
5477	738543		5537	743275		5597	747955		5657	752586	
5478	738622		5538	743353		5598	748033		5658	752663	
5479	738701		5539	743431		5599	748110		5659	752740	
5480	3.738781		5540	3.743510		5600	3.748188		5660	3.752816	
5481	738860		5541	743588		5601	748266		5661	752893	
5482	738939		5542	743667		5602	748343		5662	752970	
5483	739018		5543	743745		5603	748421		5663	753047	
5484	739097		5544	743823		5604	748498		5664	753123	
5485	3.739177		5545	3.743902		5605	3.748576		5665	3.753200	
5486	739256		5546	743980		5606	748653		5666	753277	
5487	739335		5547	744058		5607	748731		5667	753353	
5488	739414		5548	744136		5608	748808		5668	753430	
5489	739493		5549	744215		5609	748885		5669	753506	
5490	3.739572		5550	3.744293		5610	3.748963		5670	3.753583	
5491	739651		5551	744371		5611	749040		5671	753660	
5492	739731		5552	744449		5612	749118		5672	753736	
5493	739810		5553	744528		5613	749195		5673	753813	
5494	739889		5554	744606		5614	749272		5674	753889	
5495	3.739968		5555	3.744684		5615	3.749350		5675	3.753966	
5496	740047		5556	744762		5616	749427		5676	754042	
5497	740126		5557	744840		5617	749504		5677	754119	
5498	740205		5558	744919		5618	749582		5678	754195	
5499	740284		5559	744997		5619	749659		5679	754272	
5500	740363		5560	745075		5620	749736		5680	754348	

Cal	Logarith	3.	Cal	Logarith	3.	Cal	Logarith	3.	Cal	Logarith	3.
5681	3.754425	76	5741	3.758988	77	5801	3.763503	74	5861	3.767971	74
5682	754501		5742	759063		5802	763578		5862	768046	
5683	754578		5743	759139		5803	763653		5863	768120	
5684	754654		5744	759214		5804	763727		5864	768194	
5685	3.754730		5745	3.759290		5805	3.763802		5865	3.768268	
5686	754807		5746	759366		5806	763877		5866	768342	
5687	754883		5747	759441		5807	763952		5867	768416	
5688	754960		5748	759517		5808	764027		5868	768490	
5689	755036		5749	759592		5809	764101		5869	768564	
5690	3.755112		5750	3.759668		5810	3.764176		5870	3.768638	
5691	755189	77	5751	759743	78	5811	764251	75	5871	768712	75
5692	755265		5752	759819		5812	764326		5872	768786	
5693	755341		5753	759894		5813	764400		5873	768860	
5694	755417		5754	759970		5814	764475		5874	768934	
5695	3.755494		5755	3.760045		5815	3.764550		5875	3.769008	
5696	755570		5756	760121		5816	764624		5876	769082	
5697	755646		5757	760196		5817	764699		5877	769156	
5698	755722		5758	760272		5818	764774		5878	769230	
5699	755799		5759	760347		5819	764848		5879	769303	
5700	3.755875		5760	3.760422		5820	3.764923		5880	3.769377	
5701	755951	78	5761	760498	79	5821	764998	76	5881	769451	76
5702	756027		5762	760573		5822	765072		5882	769525	
5703	756103		5763	760649		5823	765147		5883	769599	
5704	756180		5764	760724		5824	765221		5884	769673	
5705	3.756256		5765	3.760799		5825	3.765296		5885	3.769746	
5706	756332		5766	760875		5826	765370		5886	769820	
5707	756408		5767	760950		5827	765445		5887	769894	
5708	756484		5768	761025		5828	765520		5888	769968	
5709	756560		5769	761101		5829	765594		5889	770042	
5710	3.756636		5770	3.761176		5830	3.765669		5890	3.770115	
5711	756712	79	5771	761251	80	5831	765743	77	5891	770189	77
5712	756788		5772	761326		5832	765818		5892	770263	
5713	756864		5773	761402		5833	765893		5893	770336	
5714	756940		5774	761477		5834	765966		5894	770410	
5715	3.757016		5775	3.761552		5835	3.766041		5895	3.770484	
5716	757092		5776	761627		5836	766115		5896	770557	
5717	757168		5777	761702		5837	766190		5897	770631	
5718	757244		5778	761778		5838	766264		5898	770705	
5719	757320		5779	761853		5839	766338		5899	770778	
5720	3.757396		5780	3.761928		5840	3.766413		5900	3.770852	
5721	757472	80	5781	762003	81	5841	766487	78	5901	770926	78
5722	757548		5782	762078		5842	766562		5902	770999	
5723	757624		5783	762153		5843	766636		5903	771073	
5724	757700		5784	762228		5844	766710		5904	771146	
5725	3.757775		5785	3.762303		5845	3.766785		5905	3.771220	
5726	757851		5786	762378		5846	766859		5906	771293	
5727	757927		5787	762453		5847	766933		5907	771367	
5728	758003		5788	762529		5848	767007		5908	771440	
5729	758079		5789	762604		5849	767082		5909	771514	
5730	3.758155		5790	3.762679		5850	3.767156		5910	3.771587	
5731	758230	81	5791	762754	82	5851	767230	79	5911	771661	79
5732	758306		5792	762829		5852	767304		5912	771734	
5733	758382		5793	762904		5853	767379		5913	771808	
5734	758458		5794	762978		5854	767453		5914	771881	
5735	3.758533		5795	3.763053		5855	3.767527		5915	3.771955	
5736	758609		5796	763128		5856	767601		5916	772028	
5737	758685		5797	763203		5857	767675		5917	772102	
5738	758761		5798	763278		5858	767749		5918	772175	
5739	758836		5799	763353		5859	767823		5919	772248	
5740	758912		5800	763428		5860	767898		5920	772322	

Cal	Logarithm	3.	Cal	Logarithm	3.	Cal	Logarithm	3.	Cal	Logarithm	3.
5921	3.772395		5981	3.776774		6041	3.781109		6101	3.785401	
5922	772468		5982	776846		6042	781181		6102	785472	
5923	772542		5983	776919		6043	781253		6103	785543	
5924	772615		5984	776992		6044	781324		6104	785615	
5925	3.772688		5985	3.777064		6045	3.781396		6105	3.785686	
5926	772762		5986	777137		6046	781468		6106	785757	
5927	772835		5987	777209		6047	781540		6107	785828	
5928	772908		5988	777282		6048	781612		6108	785899	
5929	772981		5989	777354		6049	781684		6109	785970	
5930	3.773055		5990	3.777427		6050	3.781755		6110	3.786041	
5931	773128		5991	777499		6051	781827		6111	786112	
5932	773201		5992	777572		6052	781899		6112	786183	
5933	773274		5993	777644		6053	781971		6113	786254	
5934	773348		5994	777717		6054	782042		6114	786325	
5935	3.773421		5995	3.777789		6055	3.782114		6115	3.786396	
5936	773494		5996	777862		6056	782186		6116	786467	
5937	773567		5997	777934		6057	782258		6117	786538	
5938	773640		5998	778006		6058	782329		6118	786609	
5939	773713		5999	778079		6059	782401		6119	786680	
5940	3.773786		6000	3.778151		6060	3.782473		6120	3.786751	
5941	773860		6001	778224		6061	782544		6121	786822	
5942	773933		6002	778296		6062	782616		6122	786893	
5943	384006		6003	778368		6063	782688		6123	786964	
5944	774079		6004	778441		6064	782759		6124	787035	
5945	3.774152		6005	3.778513		6065	3.782831		6125	3.787106	
5946	774225		6006	778585		6066	782902		6126	787177	
5947	774298		6007	778658		6067	782974		6127	787248	
5948	774371		6008	778730		6068	783046		6128	787319	
5949	774444		6009	778802		6069	783117		6129	787390	
5950	3.774517		6010	3.778874		6070	3.783189		6130	3.787460	
5951	774590		6011	778947		6071	783260		6131	787531	
5952	774663		6012	779019		6072	783332		6132	787602	
5953	774736		6013	779091		6073	783403		6133	787673	
5954	774809		6014	779163		6074	783475		6134	787744	
5955	3.774882		6015	3.779236		6075	3.783546		6135	3.787815	
5956	774955		6016	779308		6076	783618		6136	787885	
5957	775028		6017	779380		6077	783689		6137	787956	
5958	775100		6018	779452		6078	783761		6138	788027	
5959	775173		6019	779524		6079	783832		6139	788098	
5960	3.775246		6020	3.779596		6080	3.783904		6140	3.788168	
5961	775319		6021	779669		6081	783975		6141	788239	
5962	775392		6022	779741		6082	784046		6142	788310	
5963	775465		6023	779813		6083	784118		6143	788381	
5964	775538		6024	779885		6084	784189		6144	788451	
5965	3.775610		6025	3.779957		6085	3.784261		6145	3.788522	
5966	775683		6026	780029		6086	784332		6146	788593	
5967	775756		6027	780101		6087	784403		6147	788663	
5968	775829		6028	780173		6088	784475		6148	788734	
5969	775902		6029	780245		6089	784546		6149	788804	
5970	3.775974		6030	3.780317		6090	3.784617		6150	3.788875	
5971	776047		6031	780389		6091	784689		6151	788946	
5972	776120		6032	780461		6092	784760		6152	789016	
5973	776193		6033	780533		6093	784831		6153	789087	
5974	776265		6034	780605		6094	784902		6154	789157	
5975	3.776338		6035	3.780677		6095	3.784974		6155	3.789228	
5976	776411		6036	780749		6096	785045		6156	789299	
5977	776483		6037	780821		6097	785116		6157	789369	
5978	776556		6038	780893		6098	785187		6158	789440	
5979	776629		6039	780965		6099	785259		6159	789510	
5980	776701		6040	781037		6100	785330		6160	789581	

Cal	Pogarith	3.	Cal	Pogarith	3.	Cal	Pogarith	3.	Cal	Pogarith
6161	3.789651	70	6221	3.793860		6281	3.798029	60	6341	3.802115
6162	789722		6222	793930		6282	798098		6342	802221
6163	789792		6223	794000		6283	798167		6343	80229
6164	789863		6224	794070		6284	798236		6344	80236
6165	3.789933		6225	3.794139		6285	3.798305		6345	3.80243
6166	790004		6226	794209		6286	798374		6346	80250
6167	790074		6227	794279		6287	798443		6347	80256
6168	790144		6228	794349		6288	798513		6348	80263
6169	790215		6229	794418		6289	798582		6349	80270
6170	3.790285		6230	3.794488		6290	3.798651		6350	3.80277
6171	790356		6231	794558		6291	798720		6351	80284
6172	790426		6232	794627		6292	798789		6352	80291
6173	790496		6233	794697		6293	798858		6353	80297
6174	790567		6234	794767		6294	798927		6354	80304
6175	3.790637		6235	3.794836		6295	3.798996		6355	3.80311
6176	790707		6236	794906		6296	799065		6356	80318
6177	790778		6237	794976		6297	799134		6357	80325
6178	790848		6238	795045		6298	799203		6358	80332
6179	790918		6239	795115		6299	799272		6359	80338
6180	3.790988		6240	3.795185		6300	3.799341		6360	3.80345
6181	791059		6241	795254		6301	799409		6361	80352
6182	791129		6242	795324		6302	799478		6362	80359
6183	791199		6243	795393		6303	799547		6363	80366
6184	791269		6244	795463		6304	799616		6364	80373
6185	3.791340		6245	3.795532		6305	3.799685		6365	3.80379
6186	791410		6246	795602		6306	799754		6366	80386
6187	791480		6247	795672		6307	799823		6367	80393
6188	791550		6248	795741		6308	799892		6368	80400
6189	791620		6249	795811		6309	799961		6369	80407
6190	3.791691		6250	3.795880	60	6310	3.800029		6370	3.80413
6191	791761		6251	795949		6311	800098		6371	80420
6192	791831		6252	796019		6312	800167		6372	80427
6193	791901		6253	796088		6313	800236		6373	80434
6194	791971		6254	796158		6314	800305		6374	80441
6195	3.792041		6255	3.796227		6315	3.800373		6375	3.80448
6196	792111		6256	796297		6316	800442		6376	80454
6197	792181		6257	796366		6317	800511		6377	80461
6198	792252		6258	796436		6318	800580		6378	80468
6199	792322		6259	796505		6319	800648		6379	80475
6200	3.792392		6260	3.796574		6320	3.800717		6380	3.80482
6201	792462		6261	796644		6321	800786		6381	80488
6202	792532		6262	796713		6322	800854		6382	80495
6203	792602		6263	796782		6323	800923		6383	80502
6204	792672		6264	796852		6324	800992		6384	80509
6205	3.792742		6265	3.796921		6325	3.801061		6385	3.80516
6206	792812		6266	796990		6326	801129		6386	80523
6207	792882		6267	797060		6327	801198		6387	80529
6208	792952		6268	797129		6328	801266		6388	80536
6209	793022		6269	797198		6329	801335		6389	80543
6210	3.793092		6270	3.797268		6330	3.801404		6390	3.80550
6211	793162		6271	797337		6331	801472		6391	80556
6212	793231		6272	797406		6332	801541		6392	80563
6213	793301		6273	797475		6333	801609		6393	80570
6214	793371		6274	797545		6334	801678		6394	80577
6215	3.793441		6275	3.797614		6335	3.801747		6395	3.80584
6216	793511		6276	797683		6336	801815		6396	80590
6217	793581		6277	797752		6337	801884		6397	80597
6218	793651		6278	797821		6338	801953		6398	80604
6219	793721		6279	797890		6339	802021		6399	80611
6220	793790		6280	797960		6340	802089		6400	80618

Sal	Logarith	3.	Sal	Logarith	3.	Sal	Logarith	3.	Sal	Logarith	3.
6401	3.806248	20	6461	3.810300	27	6521	3.814314	29	6581	3.818292	29
6402	806316		6462	810367		6522	814381		6582	818358	
6403	806384		6463	810434		6523	814447		6583	818424	
6404	806451		6464	810501		6524	814514		6584	818490	
6405	3.806519		6465	3.810569		6525	3.814581		6585	3.818556	
6406	806587		6466	810636		6526	814647		6586	818622	
6407	806655		6467	810703		6527	814714		6587	818688	
6408	806723		6468	810770		6528	814780		6588	818754	
6409	806790		6469	810837		6529	814847		6589	818820	
6410	3.806358		6470	3.810904		6530	3.814913		6590	3.818885	
6411	806926	20	6471	810971	27	6531	814980	29	6591	818951	29
6412	806994		6472	811039		6532	815046		6592	819017	
6413	807061		6473	811106		6533	815113		6593	819083	
6414	807129		6474	811173		6534	815179		6594	819149	
6415	3.807197		6475	3.811240		6535	3.815246		6595	3.819215	
6416	807264		6476	811307		6536	815312		6596	819281	
6417	807332		6477	811374		6537	815378		6597	819346	
6418	807400		6478	811441		6538	815445		6598	819412	
6419	807467		6479	811508		6539	815511		6599	819478	
6420	3.807535		6480	3.811575		6540	3.815578		6600	3.819544	
6421	807603	20	6481	811642	27	6541	815644	29	6601	819610	29
6422	807670		6482	811709		6542	815711		6602	819676	
6423	807738		6483	811776		6543	815777		6603	819741	
6424	807806		6484	811843		6544	815843		6604	819807	
6425	3.807873		6485	3.811910		6545	3.815910		6605	3.819873	
6426	807941		6486	811977		6546	815976		6606	819939	
6427	808008		6487	812044		6547	816042		6607	820004	
6428	808076		6488	812111		6548	816109		6608	820070	
6429	808143		6489	812178		6549	816175		6609	820136	
6430	3.808211		6490	3.812245		6550	3.816241		6610	3.820201	
6431	808279	20	6491	812312	27	6551	816308	29	6611	820267	29
6432	808346		6492	812379		6552	816374		6612	820333	
6433	808414		6493	812445		6553	816440		6613	820399	
6434	808481		6494	812512		6554	816506		6614	820464	
6435	3.808549		6495	3.812579		6555	3.816573		6615	3.820530	
6436	808616		6496	812646		6556	816639		6616	820595	
6437	808684		6497	812713		6557	816705		6617	820661	
6438	808751		6498	812780		6558	816771		6618	820727	
6439	808818		6499	812847		6559	816838		6619	820792	
6440	3.808886		6500	3.812913		6560	3.816904		6620	3.820858	
6441	808953	20	6501	812980	27	6561	816970	29	6621	820924	29
6442	809021		6502	813047		6562	817036		6622	820989	
6443	809088		6503	813114		6563	817102		6623	821055	
6444	809156		6504	813181		6564	817169		6624	821120	
6445	3.809223		6505	3.813247		6565	3.817235		6625	3.821186	
6446	809290		6506	813314		6566	817301		6626	821251	
6447	809358		6507	813381		6567	817367		6627	821317	
6448	809425		6508	813448		6568	817433		6628	821382	
6449	809492		6509	813514		6569	817499		6629	821448	
6450	3.809560		6510	3.813581		6570	3.817565		6630	3.821514	
6451	809627	20	6511	813648	27	6571	817631	29	6631	821579	29
6452	809694		6512	813714		6572	817698		6632	821645	
6453	809762		6513	813781		6573	817764		6633	821710	
6454	809829		6514	813848		6574	817830		6634	821775	
6455	3.809896		6515	3.813914		6575	3.817896		6635	3.821841	
6456	809964		6516	813981		6576	817962		6636	821906	
6457	810031		6517	814048		6577	818028		6637	821972	
6458	810098		6518	814114		6578	818094		6638	822037	
6459	810165		6519	814181		6579	818160		6639	822103	
6460	810233		6520	814248		6580	818226		6640	822168	

Val	Logarith	S.	Val	Logarith	S.	Val	Logarith	S.	Val	Logarith	S.
6641	3.822233	29	6701	3.826140	—	6761	3.830011	3	6821	3.833841	3
6642	822299		6702	826204		6762	830075		6822	833911	
6643	822364		6703	826269		6763	830139		6823	833977	
6644	822430		6704	826334		6764	830204		6824	834033	
6645	3.822495		6705	3.826399		6765	3.830268		6825	3.834101	
6646	822560		6706	826464		6766	830332		6826	834166	
6647	822626		6707	826528		6767	830396		6827	834231	
6648	822691		6708	826593		6768	830460		6828	834296	
6649	822756		6709	826658		6769	830525		6829	834355	
6650	3.822822		6710	3.826723		6770	3.830589		6830	3.834422	
6651	822887		6711	826787		6771	830653		6831	834488	
6652	822952		6712	826852		6772	830717		6832	834554	
6653	823018		6713	826917		6773	830781		6833	834619	
6654	823083		6714	826981		6774	830845		6834	834677	
6655	3.823148		6715	3.827046		6775	3.830909		6835	3.834733	
6656	823213		6716	827111		6776	830973		6836	834800	
6657	823279		6717	827175		6777	831037		6837	834866	
6658	823344		6718	827240		6778	831102		6838	834922	
6659	823409		6719	827305		6779	831166		6839	834999	
6660	3.823474		6720	3.827369		6780	3.831230		6840	3.835055	
6661	823539		6721	827434		6781	831294		6841	835121	
6662	823605		6722	827499		6782	831358		6842	835188	
6663	823670		6723	827563		6783	831422		6843	835254	
6664	823735		6724	827628		6784	831486		6844	835319	
6665	3.823800		6725	3.827692		6785	3.831550		6845	3.835377	
6666	823865		6726	827757		6786	831614		6846	835443	
6667	823930		6727	827821		6787	831678		6847	835508	
6668	823996		6728	827886		6788	831742		6848	835566	
6669	824061		6729	827951		6789	831806		6849	835622	
6670	3.824126		6730	3.828015		6790	3.831870		6850	3.835690	
6671	824191		6731	828080		6791	831934		6851	835755	
6672	824256		6732	828144		6792	831998		6852	835811	
6673	824321		6733	828209		6793	832062		6853	835888	
6674	824386		6734	828273		6794	832126		6854	835944	
6675	3.824451		6735	3.828338		6795	3.832189		6855	3.836000	
6676	824516		6736	828402		6796	832253		6856	836067	
6677	824581		6737	828467		6797	832317		6857	836133	
6678	824646		6738	828531		6798	832381		6858	836199	
6679	824711		6739	828595		6799	832445		6859	836266	
6680	3.824776		6740	3.828660		6800	3.832509		6860	3.836322	
6681	824841		6741	828724		6801	832573		6861	836388	
6682	824906		6742	828789		6802	832637		6862	836455	
6683	824971		6743	828853		6803	832700		6863	836511	
6684	825036		6744	828918		6804	832764		6864	836577	
6685	3.825101		6745	3.828982		6805	3.832828		6865	3.836644	
6686	825166		6746	829046		6806	832892		6866	836700	
6687	825231		6747	829111		6807	832956		6867	836766	
6688	825296		6748	829175		6808	833020		6868	836833	
6689	825361		6749	829239		6809	833083		6869	836899	
6690	3.825426		6750	3.829304		6810	3.833147		6870	3.836955	
6691	825491		6751	829368		6811	833211		6871	837021	
6692	825556		6752	829432		6812	833275		6872	837088	
6693	825621		6753	829497		6813	833338		6873	837144	
6694	825686		6754	829561		6814	833402		6874	837211	
6695	3.825751		6755	3.829625		6815	3.833466		6875	3.837277	
6696	825815		6756	829690		6816	833530		6876	837333	
6697	825880		6757	829754		6817	833593		6877	837399	
6698	825945		6758	829818		6818	833657		6878	837466	
6699	826010		6759	829882		6819	833721		6879	837522	
6700	826075		6760	829947		6820	833784		6880	837588	

al	Pogarith	3.	al	Pogarith	3.	al	Pogarith	3.	al	Pogarith	3.
181	3.837652	3.	6941	3.841422	3.	7001	3.845160	3.	7061	3.848866	3.
182	837715		6942	841485		7002	845222		7062	848928	
183	837778		6943	841547		7003	845284		7063	848989	
184	837841		6944	841610		7004	845346		7064	849051	
185	3.837904	3.	6945	3.841672	3.	7005	3.845408	3.	7065	3.849112	3.
186	837967		6946	841735		7006	845470		7066	849174	
187	838030		6947	841797		7007	845532		7067	849235	
188	838093		6948	841860		7008	845594		7068	849297	
189	838156		6949	841922		7009	845656		7069	849358	
190	3.838219	3.	6950	3.841985	3.	7010	3.845718	3.	7070	3.849419	3.
191	838282		6951	842047		7011	845780		7071	849481	
192	838345		6952	842110		7012	845842		7072	849542	
193	838408		6953	842172		7013	845904		7073	849604	
194	838471		6954	842235		7014	845966		7074	849665	
195	3.838534	3.	6955	3.842297	3.	7015	3.846028	3.	7075	3.849726	3.
196	838597		6956	842360		7016	846090		7076	849788	
197	838660		6957	842422		7017	846151		7077	849849	
198	838723		6958	842484		7018	846213		7078	849911	
199	838786		6959	842547		7019	846275		7079	849972	
200	3.838849	3.	6960	3.842609	3.	7020	3.846337	3.	7080	3.850033	3.
201	838912		6961	842671		7021	846399		7081	850095	
202	838975		6962	842734		7022	846461		7082	850156	
203	839038		6963	842796		7023	846523		7083	850217	
204	839.01		6964	842859		7024	846585		7084	850279	
205	3.839164	3.	6965	3.842921	3.	7025	3.846646	3.	7085	3.850340	3.
206	839227		6966	842983		7026	846708		7086	850401	
207	839289		6967	843046		7027	846770		7087	850462	
208	839352		6968	843108		7028	846832		7088	850524	
209	839415		6969	843170		7029	846894		7089	850585	
210	3.839478	3.	6970	3.843233	3.	7030	3.846955	3.	7090	3.850646	3.
211	839541		6971	843295		7031	847017		7091	850707	
212	839604		6972	843357		7032	847079		7092	850769	
213	839667		6973	843420		7033	847141		7093	850830	
214	839729		6974	843482		7034	847202		7094	850891	
215	3.839792	3.	6975	3.843544	3.	7035	3.847264	3.	7095	3.850952	3.
216	839855		6976	843606		7036	847326		7096	851014	
217	839918		6977	843669		7037	847388		7097	851075	
218	839981		6978	843731		7038	847449		7098	851136	
219	840043		6979	843793		7039	847511		7099	851197	
220	3.840106	3.	6980	3.843855	3.	7040	3.847573	3.	7100	3.851258	3.
221	840169		6981	843918		7041	847634		7101	851320	
222	840232		6982	843980		7042	847696		7102	851381	
223	840294		6983	844042		7043	847758		7103	851442	
224	840357		6984	844104		7044	847819		7104	851503	
225	3.840420	3.	6985	3.844166	3.	7045	3.847881	3.	7105	3.851564	3.
226	840482		6986	844229		7046	847943		7106	851625	
227	840545		6987	844291		7047	848004		7107	851686	
228	840608		6988	844353		7048	848066		7108	851747	
229	840671		6989	844415		7049	848128		7109	851809	
230	3.840733	3.	6990	3.844477	3.	7050	3.848189	3.	7110	3.851870	3.
231	840796		6991	844539		7051	848251		7111	851931	
232	840859		6992	844601		7052	848312		7112	851992	
233	840921		6993	844664		7053	848374		7113	852053	
234	840984		6994	844726		7054	848435		7114	852114	
235	3.841046	3.	6995	3.844788	3.	7055	3.848497	3.	7115	3.852175	3.
236	841109		6996	844850		7056	848559		7116	852236	
237	841172		6997	844912		7057	848620		7117	852297	
238	841234		6998	844974		7058	848682		7118	852358	
239	841297		6999	845036		7059	848743		7119	852419	
240	841359		7000	845098		7060	848805		7120	852480	

Cal	Logarith	3.	Cal	Logarith	3.	Cal	Logarith	3.	Cal	Logarith	3.
7121	3.852541	19	7181	3.856185	09	7241	3.859799	09	7301	3.863382	
7122	852602		7182	856245		7242	859859		7302	863442	
7123	852663		7183	856306		7243	859918		7303	863501	
7124	852724		7184	856366		7244	859978		7304	863561	
7125	3.852785		7185	3.856427		7245	3.860038		7305	3.863620	
7126	852846		7186	856487		7246	860098		7306	863680	
7127	852907		7187	856548		7247	860158		7307	863739	
7128	852968		7188	856608		7248	860218		7308	863799	
7129	853029		7189	856668		7249	860278		7309	863858	
7130	3.853090		7190	3.856729		7250	3.860338		7310	3.863917	
7131	853150		7191	856789		7251	860398		7311	863977	
7132	853211		7192	856850		7252	860458		7312	864036	
7133	853272		7193	856910		7253	860518		7313	864096	
7134	853333		7194	856970		7254	860578		7314	864155	
7135	3.853394		7195	3.857031		7255	3.860637		7315	3.864214	
7136	853455		7196	857091		7256	860697		7316	864274	
7137	853516		7197	857152		7257	860757		7317	864333	
7138	853576		7198	857212		7258	860817		7318	864392	
7139	853637		7199	857272		7259	860877		7319	864452	
7140	3.853698		7200	3.857332		7260	3.860937		7320	3.864511	
7141	853759		7201	857393		7261	860996		7321	864570	
7142	853820		7202	857453		7262	861056		7322	864630	
7143	853881		7203	857513		7263	861116		7323	864689	
7144	853941		7204	857574		7264	861176		7324	864748	
7145	3.854002		7205	3.857634		7265	3.861236		7325	3.864808	
7146	854063		7206	857694		7266	861295		7326	864867	
7147	854124		7207	857755		7267	861355		7327	864926	
7148	854185		7208	857815		7268	861413		7328	864985	
7149	854245		7209	857875		7269	861475		7329	865045	
7150	3.854306		7210	3.857935		7270	3.861534		7330	3.865104	
7151	854367		7211	857995		7271	861594		7331	865163	
7152	854428		7212	858056		7272	861654		7332	865222	
7153	854488		7213	858116		7273	861714		7333	865282	
7154	854549		7214	858176		7274	861773		7334	865341	
7155	3.854610		7215	3.858236		7275	3.861833		7335	3.865400	
7156	854670		7216	858297		7276	861893		7336	865459	
7157	854731		7217	858357		7277	861952		7337	865519	
7158	854792		7218	858417		7278	862012		7338	865578	
7159	854852		7219	858477		7279	862072		7339	865637	
7160	3.854913		7220	3.858537		7280	3.862131		7340	3.865696	
7161	854974		7221	858597		7281	862191		7341	865755	
7162	855034		7222	858657		7282	862251		7342	865814	
7163	855095		7223	858718		7283	862310		7343	865874	
7164	855156		7224	858778		7284	862370		7344	865933	
7165	3.855216		7225	3.858838		7285	3.862430		7345	3.865992	
7166	855277		7226	858898		7286	862489		7346	866051	
7167	855337		7227	858958		7287	862549		7347	866110	
7168	855398		7228	859018		7288	862608		7348	866169	
7169	855459		7229	859078		7289	862668		7349	866228	
7170	3.855519		7230	3.859138		7290	3.862728		7350	3.866287	
7171	855580		7231	859198		7291	862787		7351	866346	
7172	855640		7232	859258		7292	862847		7352	866405	
7173	855701		7233	859318		7293	862906		7353	866465	
7174	855761		7234	859379		7294	862966		7354	866524	
7175	3.855822		7235	3.859439		7295	3.863025		7355	3.866583	
7176	855882		7236	859499		7296	863085		7356	866642	
7177	855943		7237	859559		7297	863144		7357	866701	
7178	856003		7238	859619		7298	863204		7358	866760	
7179	856064		7239	859679		7299	863263		7359	866819	
7180	856124		7240	859739		7300	863323		7360	866878	

Cal	Logarith	g.	Cal	Logarith	g.	Cal	Logarith	g.	Cal	Logarith	g.
7361	3.866937	5	7421	3.870462	5	7481	3.873960	5	7541	3.877429	5
7362	866996		7422	870521		7482	874018		7542	877487	
7363	867055		7423	870579		7483	874076		7543	877544	
7364	867114		7424	870638		7484	874134		7544	877602	
7365	3.867173	5	7425	3.870696	5	7485	3.874192	5	7545	3.877659	5
7366	867232		7426	870755		7486	874250		7546	877717	
7367	867291		7427	870813		7487	874308		7547	877774	
7368	867350		7428	870872		7488	874366		7548	877832	
7369	867409		7429	870930		7489	874424		7549	877889	
7370	3.867467	5	7430	3.870989	5	7490	3.874482	5	7550	3.877947	5
7371	867526		7431	871047		7491	874540		7551	878004	
7372	867585		7432	871106		7492	874598		7552	878062	
7373	867644		7433	871164		7493	874656		7553	878119	
7374	867703		7434	871223		7494	874714		7554	878177	
7375	3.867762	5	7435	3.871281	5	7495	3.874772	5	7555	3.878234	5
7376	867821		7436	871339		7496	874830		7556	878292	
7377	867880		7437	871398		7497	874888		7557	878349	
7378	867939		7438	871456		7498	874945		7558	878407	
7379	867998		7439	871515		7499	875003		7559	878464	
7380	3.868056	5	7440	3.871573	5	7500	3.875061	5	7560	3.878522	5
7381	868115		7441	871631		7501	875119		7561	878579	
7382	868174		7442	871690		7502	875177		7562	878637	
7383	868233		7443	871748		7503	875235		7563	878694	
7384	868292		7444	871806		7504	875293		7564	878752	
7385	3.868350	5	7445	3.871865	5	7505	3.875351	5	7565	3.878809	5
7386	868409		7446	871923		7506	875409		7566	878866	
7387	868468		7447	871981		7507	875466		7567	878924	
7388	868527		7448	872040		7508	875524		7568	878981	
7389	868585		7449	872098		7509	875582		7569	879039	
7390	3.868644	5	7450	3.872156	5	7510	3.875640	5	7570	3.879096	5
7391	868703		7451	872215		7511	875698		7571	879153	
7392	868762		7452	872273		7512	875756		7572	879211	
7393	868821		7453	872331		7513	875813		7573	879268	
7394	868879		7454	872389		7514	875871		7574	879325	
7395	3.868938	5	7455	3.872448	5	7515	3.875929	5	7575	3.879383	5
7396	868997		7456	872506		7516	875987		7576	879440	
7397	869056		7457	872564		7517	876045		7577	879497	
7398	869114		7458	872622		7518	876103		7578	879555	
7399	869173		7459	872681		7519	876160		7579	879612	
7400	3.869232	5	7460	3.872739	5	7520	3.876218	5	7580	3.879669	5
7401	869290		7461	872797		7521	876276		7581	879726	
7402	869349		7462	872855		7522	876333		7582	879784	
7403	869408		7463	872913		7523	876391		7583	879841	
7404	869466		7464	872972		7524	876449		7584	879898	
7405	3.869525	5	7465	3.873030	5	7525	3.876507	5	7585	3.879956	5
7406	869584		7466	873088		7526	876564		7586	880013	
7407	869642		7467	873146		7527	876622		7587	880070	
7408	869701		7468	873204		7528	876680		7588	880127	
7409	869760		7469	873262		7529	876737		7589	880185	
7410	3.869818	5	7470	3.873321	5	7530	3.876795	5	7590	3.880242	5
7411	869877		7471	873379		7531	876853		7591	880299	
7412	869935		7472	873437		7532	876910		7592	880356	
7413	869994		7473	873495		7533	876968		7593	880413	
7414	870053		7474	873553		7534	877026		7594	880471	
7415	3.870111	5	7475	3.873611	5	7535	3.877083	5	7595	3.880528	5
7416	870170		7476	873669		7536	877141		7596	880585	
7417	870228		7477	873727		7537	877199		7597	880642	
7418	870287		7478	873785		7538	877256		7598	880699	
7419	870345		7479	873844		7539	877314		7599	880756	
7420	870404		7480	873902		7540	877371		7600	880814	

Kal	Pogarith	3.	Kal	Pogarith	3.	Kal	Pogarith	3.	Kal	Pogarith	3.
7601	3.880871		7661	3.884285		7721	3.887674		7781	3.891035	
7602	880928		7662	884342		7722	887730		7782	891091	
7603	880985		7663	884399		7723	887786		7783	891147	
7604	881042		7664	884455		7724	887842		7784	891203	
7605	3.881099		7665	3.884512		7725	3.887898		7785	3.891259	
7606	881156		7666	884569		7726	887955		7786	891314	
7607	881213		7667	884625		7727	888011		7787	891370	
7608	881271		7668	884682		7728	888067		7788	891426	
7609	881328		7669	884739		7729	888123		7789	891482	
7610	3.881385		7670	3.884795		7730	3.888179		7790	3.891537	
7611	881442		7671	884852		7731	888236		7791	891593	
7612	881499		7672	884909		7732	888292		7792	891649	
7613	881556		7673	884965		7733	888348		7793	891705	
7614	881613		7674	885022		7734	888404		7794	891760	
7615	3.881670		7675	3.885078		7735	3.888460		7795	3.891816	
7616	881727		7676	885135		7736	888516		7796	891872	
7617	881784		7677	885192		7737	888573		7797	891928	
7618	881841		7678	885248		7738	888629		7798	891983	
7619	881898		7679	885305		7739	888685		7799	892039	
7620	3.881955		7680	3.885361		7740	3.888741		7800	3.892095	
7621	882012		7681	885418		7741	888797		7801	892150	
7622	882069		7682	885474		7742	888853		7802	892206	
7623	882126		7683	885531		7743	888909		7803	892262	
7624	882183		7684	885587		7744	888965		7804	892317	
7625	3.882240		7685	3.885644		7745	3.889021		7805	3.892373	
7626	882297		7686	885700		7746	889077		7806	892429	
7627	882354		7687	885757		7747	889134		7807	892484	
7628	882411		7688	885813		7748	889190		7808	892540	
7629	882468		7689	885870		7749	889246		7809	892595	
7630	3.882525		7690	3.885926		7750	3.889302		7810	3.892651	
7631	882581		7691	885983		7751	889358		7811	892707	
7632	882638		7692	886039		7752	889414		7812	892762	
7633	882695		7693	886096		7753	889470		7813	892818	
7634	882752		7694	886152		7754	889526		7814	892873	
7635	3.882809		7695	3.886209		7755	3.889582		7815	3.892929	
7636	882866		7696	886265		7756	889638		7816	892985	
7637	882923		7697	886321		7757	889694		7817	893040	
7638	882980		7698	886378		7758	889750		7818	893096	
7639	883037		7699	886434		7759	889806		7819	893151	
7640	3.883093		7700	3.886491		7760	3.889862		7820	3.893207	
7641	883150		7701	886547		7761	889918		7821	893262	
7642	883207		7702	886604		7762	889974		7822	893318	
7643	883264		7703	886660		7763	890030		7823	893373	
7644	883321		7704	886716		7764	890086		7824	893429	
7645	3.883377		7705	3.886773		7765	3.890141		7825	3.893484	
7646	883434		7706	886829		7766	890197		7826	893540	
7647	883491		7707	886886		7767	890253		7827	893595	
7648	883548		7708	886942		7768	890309		7828	893651	
7649	883605		7709	886998		7769	890365		7829	893706	
7650	3.883661		7710	3.887054		7770	3.890421		7830	3.893762	
7651	883718		7711	887112		7771	890477		7831	893817	
7652	883775		7712	887167		7772	890533		7832	893873	
7653	883832		7713	887223		7773	890589		7833	893928	
7654	883888		7714	887280		7774	890645		7834	893983	
7655	3.883945		7715	3.887336		7775	3.890700		7835	3.894039	
7656	884002		7716	887392		7776	890756		7836	894094	
7657	884059		7717	887448		7777	890812		7837	894150	
7658	884115		7718	887505		7778	890868		7838	894205	
7659	884172		7719	887561		7779	890924		7839	894261	
7660	884229		7720	887617		7780	890980		7840	894317	

Cal	Logarith	3.	Cal	Logarith	3.	Cal	Logarith	3.	Cal	Logarith	3.
841	3.894371	15	7901	3.897682	15	7961	3.900968	-	8021	3.904229	-
842	894427		7902	897737		7962	901022		8022	904283	
843	894482		7903	897792		7963	901077		8023	904337	
844	894538		7904	897847		7964	901131		8024	904391	
845	3.894593		7905	3.897902		7965	3.901186		8025	3.904445	
846	894648		7906	897957		7966	901240		8026	904499	
847	894704		7907	898012		7967	901295		8027	904553	
848	894759		7908	898067		7968	901349		8028	904607	
849	894814		7909	898122		7969	901404		8029	904661	
850	3.894870		7910	3.898176		7970	3.901458		8030	3.904716	
851	894925		7911	898231		7971	901513		8031	904770	
852	894980		7912	898286		7972	901567		8032	904824	
853	895036		7913	898341		7973	901622		8033	904878	
854	895091		7914	898396		7974	901676		8034	904932	
855	3.895146		7915	3.898451		7975	3.901731		8035	3.904986	
856	895201		7916	898506		7976	901785		8036	905040	
857	895257		7917	898561		7977	901840		8037	905094	
858	895312		7918	898615		7978	901894		8038	905148	
859	895367		7919	898670		7979	901948		8039	905202	
860	3.895423		7920	3.898725		7980	3.901003		8040	3.905256	
861	895478		7921	898780		7981	902057		8041	905310	
862	895533		7922	898835		7982	902112		8042	905364	
863	895588		7923	898890		7983	902166		8043	905418	
864	895644		7924	898944		7984	902221		8044	905472	
865	3.895699		7925	3.898999		7985	3.902275		8045	3.905526	
866	895754		7926	899054		7986	902329		8046	905580	
867	895809		7927	899109		7987	902384		8047	905634	
868	895864		7928	899164		7988	902438		8048	905688	
869	895920		7929	899218		7989	902492		8049	905742	
870	3.895975		7930	3.899273		7990	3.902547		8050	3.905796	
871	896030		7931	899328		7991	902601		8051	905850	
872	896085		7932	899383		7992	902655		8052	905904	
873	896140		7933	899437		7993	902710		8053	905958	
874	896195		7934	899492		7994	902764		8054	906012	
875	3.896251		7935	3.899547		7995	3.902818		8055	3.906066	
876	896306		7936	899602		7996	902873		8056	906119	
877	896361		7937	899656		7997	902927		8057	906173	
878	896416		7938	899711		7998	902981		8058	906227	
879	896471		7939	899766		7999	903036		8059	906281	
880	3.896526		7940	3.899821		8000	3.903090		8060	3.906335	
881	896581		7941	899875		8001	903144		8061	906389	
882	896636		7942	899930		8002	903199		8062	906443	
883	896692		7943	899985		8003	903253		8063	906497	
884	896747		7944	900039		8004	903307		8064	906551	
885	3.896802		7945	3.900094		8005	3.903361		8065	3.906604	
886	896857		7946	900149		8006	903416		8066	906658	
887	896912		7947	900203		8007	903470		8067	906712	
888	896967		7948	900258		8008	903524		8068	906766	
889	897022		7949	900312		8009	903578		8069	906820	
890	3.897077		7950	3.900367		8010	3.903633		8070	3.906874	
891	897132		7951	900422		8011	903687		8071	906927	
892	897187		7952	900476		8012	903741		8072	906981	
893	897242		7953	900531		8013	903795		8073	907035	
894	897297		7954	900586		8014	903849		8074	907089	
895	3.897352		7955	3.900640		8015	3.903904		8075	3.907143	
896	897407		7956	900695		8016	903958		8076	907196	
897	897462		7957	900749		8017	904012		8077	907250	
898	897517		7958	900804		8018	904066		8078	907304	
899	897572		7959	900859		8019	904120		8079	907358	
900	897627		7960	900913		8020	904174		8080	907411	

Cal	Pogarith	3.	Cal	Pogarith	3.	Cal	Pogarith	3.	Cal	Pogarith
8081	3.907465	14	8141	3.910678	15	8201	3.913867	16	8261	3.917020
8082	907519		8142	910731		8202	913920		8262	917071
8083	907573		8143	910784		8203	913973		8263	917121
8084	907626		8144	910838		8204	914026		8264	917171
8085	3.907680		8145	3.910891		8205	3.914079		8265	3.917224
8086	907734		8146	910944		8206	914132		8266	917275
8087	907787		8147	910998		8207	914184		8267	917324
8088	907841		8148	911051		8208	914237		8268	917374
8089	907895		8149	911104		8209	914290		8269	917424
8090	3.907949		8150	3.911158		8210	3.914343		8270	3.917475
8091	908002	15	8151	911211	16	8211	914396	17	8271	917525
8092	908056		8152	911264		8212	914449		8272	917576
8093	908110		8153	911317		8213	914502		8273	917626
8094	908163		8154	911371		8214	914555		8274	917677
8095	3.908217		8155	3.911424		8215	3.914608		8275	3.917727
8096	908270		8156	911477		8216	914660		8276	917778
8097	908324		8157	911530		8217	914713		8277	917827
8098	908378		8158	911584		8218	914766		8278	917879
8099	908431		8159	911637		8219	914819		8279	917929
8100	3.908485		8160	3.911690		8220	3.914873		8280	3.918000
8101	908539	16	8161	911743	17	8221	914925	18	8281	918050
8102	908592		8162	911797		8222	914977		8282	918101
8103	908646		8163	911850		8223	915030		8283	918151
8104	908699		8164	911903		8224	915083		8284	918204
8105	3.908753		8165	3.911956		8225	3.915136		8285	3.918255
8106	908807		8166	912009		8226	915189		8286	918306
8107	908860		8167	912063		8227	915241		8287	918357
8108	908914		8168	912116		8228	915294		8288	918408
8109	908967		8169	912169		8229	915347		8289	918459
8110	3.909021		8170	3.912222		8230	3.915400		8290	3.918510
8111	909074	17	8171	912275	18	8231	915453	19	8291	918560
8112	909128		8172	912328		8232	915505		8292	918611
8113	909181		8173	912381		8233	915558		8293	918662
8114	909235		8174	912435		8234	915611		8294	918713
8115	3.909289		8175	3.912488		8235	3.915664		8295	3.918764
8116	909342		8176	912541		8236	915716		8296	918815
8117	909396		8177	912594		8237	915769		8297	918866
8118	909449		8178	912647		8238	915822		8298	918917
8119	909503		8179	912700		8239	915874		8299	918968
8120	3.909556		8180	3.912753		8240	3.915927		8300	3.919019
8121	909610	18	8181	912806	19	8241	915980	20	8301	919070
8122	909663		8182	912859		8242	916033		8302	919121
8123	909716		8183	912913		8243	916085		8303	919172
8124	909770		8184	912966		8244	916138		8304	919223
8125	3.909823		8185	3.913019		8245	3.916191		8305	3.919274
8126	909877		8186	913072		8246	916243		8306	919325
8127	909930		8187	913125		8247	916296		8307	919376
8128	909984		8188	913178		8248	916349		8308	919427
8129	910037		8189	913231		8249	916401		8309	919478
8130	3.910091		8190	3.913284		8250	3.916454		8310	3.919529
8131	910144	19	8191	913337	20	8251	916507	21	8311	919580
8132	910197		8192	913390		8252	916559		8312	919631
8133	910251		8193	913443		8253	916612		8313	919682
8134	910304		8194	913496		8254	916664		8314	919733
8135	3.910358		8195	3.913549		8255	3.916717		8315	3.919784
8136	910411		8196	913602		8256	916770		8316	919835
8137	910464		8197	913655		8257	916822		8317	919886
8138	910518		8198	913708		8258	916875		8318	919937
8139	910571		8199	913761		8259	916927		8319	919988
8140	910624		8200	913814		8260	916980		8320	920039

Lat	Logarithm	Lat	Logarithm	Lat	Logarithm	Lat	Logarithm
8321	3.920176	8381	3.923296	8441	3.926394	8501	3.929470
8322	920228	8382	923348	8442	926445	8502	929521
8323	920280	8383	923399	8443	926497	8503	929572
8324	920332	8384	923451	8444	926548	8504	929623
8325	3.920384	8385	3.923503	8445	3.926600	8505	3.929674
8326	920436	8386	923554	8446	926651	8506	929725
8327	920489	8387	923607	8447	926702	8507	929776
8328	920541	8388	923658	8448	926754	8508	929827
8329	920593	8389	923710	8449	926805	8509	929879
8330	3.920645	8390	3.923761	8450	3.926857	8510	3.929930
8331	920697	8391	923814	8451	926908	8511	929981
8332	920749	8392	923865	8452	926959	8512	930032
8333	920801	8393	923917	8453	927011	8513	930083
8334	920853	8394	923969	8454	927062	8514	930134
8335	3.920906	8395	3.924021	8455	3.927114	8515	3.930185
8336	920958	8396	924072	8456	927165	8516	930236
8337	921010	8397	924124	8457	927216	8517	930287
8338	921062	8398	924176	8458	927268	8518	930338
8339	921114	8399	924228	8459	927319	8519	930389
8340	3.921166	8400	3.924279	8460	3.927370	8520	3.930440
8341	921218	8401	924331	8461	927422	8521	930491
8342	921270	8402	924383	8462	927473	8522	930542
8343	921322	8403	924434	8463	927524	8523	930593
8344	921374	8404	924486	8464	927576	8524	930644
8345	3.921426	8405	3.924538	8465	3.927627	8525	3.930694
8346	921478	8406	924589	8466	927678	8526	930745
8347	921530	8407	924641	8467	927730	8527	930796
8348	921582	8408	924693	8468	927781	8528	930847
8349	921634	8409	924744	8469	927832	8529	930898
8350	3.921686	8410	3.924796	8470	3.927883	8530	3.930949
8351	921738	8411	924848	8471	927935	8531	931000
8352	921790	8412	924899	8472	927986	8532	931051
8353	921842	8413	924951	8473	928037	8533	931102
8354	921894	8414	925002	8474	928088	8534	931153
8355	3.921946	8415	3.925054	8475	3.928140	8535	3.931204
8356	921998	8416	925106	8476	928191	8536	931254
8357	922050	8417	925157	8477	928242	8537	931305
8358	922102	8418	925209	8478	928293	8538	931356
8359	922154	8419	925261	8479	928345	8539	931407
8360	3.922206	8420	3.925312	8480	3.928396	8540	3.931458
8361	922258	8421	925364	8481	928447	8541	931509
8362	922310	8422	925415	8482	928498	8542	931560
8363	922362	8423	925467	8483	928549	8543	931610
8364	922414	8424	925518	8484	928601	8544	931661
8365	3.922466	8425	3.925570	8485	3.928652	8545	3.931712
8366	922518	8426	925621	8486	928703	8546	931763
8367	922570	8427	925673	8487	928754	8547	931814
8368	922622	8428	925725	8488	928805	8548	931865
8369	922674	8429	925776	8489	928857	8549	931915
8370	3.922725	8430	3.925828	8490	3.928908	8550	3.931966
8371	922777	8431	925879	8491	928959	8551	932017
8372	922829	8432	925931	8492	929010	8552	932068
8373	922881	8433	925982	8493	929061	8553	932118
8374	922933	8434	926034	8494	929112	8554	932169
8375	3.922985	8435	3.926085	8495	3.929163	8555	3.932220
8376	923037	8436	926137	8496	929215	8556	932271
8377	923089	8437	926188	8497	929266	8557	932322
8378	923140	8438	926240	8498	929317	8558	932372
8379	923192	8439	926291	8499	929368	8559	932423
8380	923244	8440	926342	8500	929419	8560	932474

Cal	Logarithm	3.	Cal	Logarithm	3.	Cal	Logarithm	3.	Cal	Logarithm
8561	3.932334		8621	3.935558		8681	3.938570		8741	3.941561
8562	932375		8622	935608		8682	938620		8742	941611
8563	932626		8623	935658		8683	938670		8743	941660
8564	932677		8624	935709		8684	938720		8744	941710
8565	3.932727		8625	3.935759		8685	3.938770		8745	3.941760
8566	932778		8626	935809		8686	938820		8746	941809
8567	932829		8627	935860		8687	938870		8747	941859
8568	932879		8628	935910		8688	938920		8748	941909
8569	932930		8629	935960		8689	938970		8749	941958
8570	3.932981		8630	3.936011		8690	3.939020		8750	3.942008
8571	933031		8631	936061		8691	939070		8751	942058
8572	933082		8632	936111		8692	939120		8752	942107
8573	933133		8633	936161		8693	939170		8753	942157
8574	933183		8634	936212		8694	939220		8754	942207
8575	3.933234		8635	3.936262		8695	3.939270		8755	3.942256
8576	933285		8636	936313		8696	939320		8756	942306
8577	933335		8637	936363		8697	939369		8757	942355
8578	933386		8638	936413		8698	939419		8758	942405
8579	933437		8639	936463		8699	939469		8759	942455
8580	3.933487		8640	3.936514		8700	3.939519		8760	3.942504
8581	933538		8641	936564		8701	939569		8761	942554
8582	933589		8642	936614		8702	939619		8762	942603
8583	933639		8643	936665		8703	939669		8763	942653
8584	933690		8644	936715		8704	939719		8764	942703
8585	3.933740		8645	3.936765		8705	3.939769		8765	3.942752
8586	933791		8646	936815		8706	939819		8766	942801
8587	933841		8647	936865		8707	939869		8767	942851
8588	933892		8648	936916		8708	939918		8768	942901
8589	933943		8649	936966		8709	939968		8769	942950
8590	3.933993		8650	3.937016		8710	3.940018		8770	3.943000
8591	934044		8651	937066		8711	940068		8771	943049
8592	934094		8652	937117		8712	940118		8772	943099
8593	934145		8653	937167		8713	940168		8773	943148
8594	934195		8654	937217		8714	940218		8774	943198
8595	3.934246		8655	3.937267		8715	3.940267		8775	3.943247
8596	934296		8656	937317		8716	940317		8776	943297
8597	934347		8657	937367		8717	940367		8777	943346
8598	934397		8658	937418		8718	940417		8778	943396
8599	934448		8659	937468		8719	940467		8779	943445
8600	3.934498		8660	3.937518		8720	3.940516		8780	3.943495
8601	934549		8661	937568		8721	940566		8781	943544
8602	934599		8662	937618		8722	940616		8782	943593
8603	934650		8663	937668		8723	940666		8783	943643
8604	934700		8664	937718		8724	940716		8784	943692
8605	3.934751		8665	3.937769		8725	3.940765		8785	3.943742
8606	934801		8666	937819		8726	940815		8786	943791
8607	934852		8667	937869		8727	940865		8787	943841
8608	934902		8668	937919		8728	940915		8788	943890
8609	934953		8669	937969		8729	940964		8789	943939
8610	3.935003		8670	3.938019		8730	3.941014		8790	3.943988
8611	935054		8671	938069		8731	941064		8791	944038
8612	935104		8672	938119		8732	941114		8792	944088
8613	935154		8673	938169		8733	941163		8793	944137
8614	935205		8674	938219		8734	941213		8794	944186
8615	3.935255		8675	3.938269		8735	3.941263		8795	3.944236
8616	935306		8676	938320		8736	941313		8796	944285
8617	935356		8677	938370		8737	941363		8797	944335
8618	935406		8678	938420		8738	941412		8798	944384
8619	935457		8679	938470		8739	941462		8799	944433
8620	935507		8680	938520		8740	941511		8800	944483

Cal	Logarith	Cal	Logarith	Cal	Logarith	Cal	Logarith
1801	3.944512	8861	3.947483	8921	3.950414	8981	3.953325
1802	944581	8862	947532	8922	950462	8982	953373
1803	944631	8863	947581	8923	950511	8983	953421
1804	944680	8864	947630	8924	950560	8984	953470
1805	3.944729	8865	3.947679	8925	3.950608	8985	3.953518
1806	944779	8866	947728	8926	950657	8986	953566
1807	944828	8867	947777	8927	950706	8987	953615
1808	944877	8868	947826	8928	950754	8988	953663
1809	944927	8869	947875	8929	950803	8989	953711
1810	3.944976	8870	3.947924	8930	3.950851	8990	3.953760
1811	945025	8871	947973	8931	950900	8991	953808
1812	945074	8872	948022	8932	950949	8992	953856
1813	945124	3.8873	948070	8933	950997	8993	953905
1814	945173	8874	948119	8934	951046	8994	953953
1815	3.945222	8875	3.948168	8935	3.951095	8995	3.954001
1816	945272	8876	948217	8936	951143	8996	954049
1817	945321	8877	948266	8937	951192	8997	954098
1818	945370	8878	948315	8938	951240	8998	954146
1819	945419	8879	948364	8939	951289	8999	954194
1820	3.945469	8880	3.948413	8940	3.951338	9000	3.954243
1821	945518	8881	948462	8941	951386	9001	954291
1822	945567	8882	948511	8942	951435	9002	954339
1823	945616	8883	948560	8943	951483	9003	954387
1824	945665	8884	948609	8944	951532	9004	954435
1825	3.945715	8885	3.948657	8945	3.951580	9005	3.954484
1826	945764	8886	948706	8946	951629	9006	954532
1827	945813	8887	948755	8947	951677	9007	954580
1828	945862	8888	948804	8948	951726	9008	954628
1829	945912	8889	948853	8949	951774	9009	954677
1830	3.945961	8890	3.948902	8950	3.951823	9010	3.954725
1831	946010	8891	948951	8951	951872	9011	954773
1832	946059	8892	949000	8952	951920	9012	954821
1833	946108	8893	949048	8953	951969	9013	954869
1834	946157	8894	949097	8954	952017	9014	954918
1835	3.946207	8895	3.949146	8955	3.952066	9015	3.954966
1836	946256	8896	949195	8956	952114	9016	955014
1837	946305	8897	949244	8957	952163	9017	955062
1838	946354	8898	949292	8958	952211	9018	955110
1839	946403	8899	949341	8959	952260	9019	955158
1840	3.946452	8900	3.949390	8960	3.952308	9020	3.955207
1841	946501	8901	949439	8961	952356	9021	955255
1842	946550	8902	949488	8962	952405	9022	955303
1843	946600	8903	949536	8963	952453	9023	955351
1844	946649	8904	949585	8964	952502	9024	955399
1845	3.946698	8905	3.949634	8965	3.952550	9025	3.955447
1846	946747	8906	949683	8966	952599	9026	955495
1847	946796	8907	949731	8967	952647	9027	955543
1848	946845	8908	949780	8968	952696	9028	955592
1849	946894	8909	949829	8969	952744	9029	955640
1850	3.946943	8910	3.949878	8970	3.952792	9030	3.955688
1851	946992	8911	949926	8971	952841	9031	955736
1852	947041	8912	949975	8972	952889	9032	955784
1853	947090	8913	950024	8973	952938	9033	955832
1854	947140	8914	950073	8974	952986	9034	955880
1855	3.947189	8915	3.950121	8975	3.953034	9035	3.955928
1856	947238	8916	950170	8976	953083	9036	955976
1857	947287	8917	950219	8977	953131	9037	956024
1858	947336	8918	950267	8978	953180	9038	956072
1859	947385	8919	950316	8979	953228	9039	956120
1860	947434	8920	950365	8980	953276	9040	956168

Cal	Logarith	S.	Cal	Logarith	S.	Cal	Logarith	S.	Cal	Logarith	S.
9041	3.956216		9101	3.959089		9161	3.961943		9221	3.96477	
9042	956265		9102	959137		9162	961990		9222	96482	
9043	956313		9103	959185		9163	962038		9223	96487	
9044	956361		9104	959232		9164	962085		9224	96491	
9045	3.956409		9105	3.959280		9165	3.962132		9225	3.96496	
9046	956457		9106	959328		9166	962180		9226	96501	
9047	956505		9107	959375		9167	962227		9227	96506	
9048	956553		9108	959423		9168	962275		9228	96510	
9049	956601		9109	959471		9169	962322		9229	96515	
9050	3.956649		9110	3.959518		9170	3.962369		9230	3.96520	
9051	956697		9111	959566		9171	962417		9231	96524	
9052	956745		9112	959614		9172	962464		9232	96529	
9053	956793		9113	959661		9173	962511		9233	96534	
9054	956840		9114	959709		9174	962559		9234	96539	
9055	3.956888		9115	3.959757		9175	3.962606		9235	3.96543	
9056	956936		9116	959804		9176	962653		9236	96548	
9057	956984		9117	959852		9177	962701		9237	96553	
9058	957032		9118	959900		9178	962748		9238	96557	
9059	957080		9119	959947		9179	962795		9239	96562	
9060	3.957128		9120	3.959995		9180	3.962843		9240	3.96567	
9061	957176		9121	960042		9181	962890		9241	96571	
9062	957224		9122	960090		9182	962937		9242	96576	
9063	957272		9123	960138		9183	962985		9243	96581	
9064	957320		9124	960185		9184	963032		9244	96586	
9065	3.957368		9125	3.960233		9185	3.963072		9245	3.96590	
9066	957416		9126	960280		9186	963126		9246	96595	
9067	957464		9127	960328		9187	963174		9247	96600	
9068	957512		9128	960376		9188	963221		9248	96604	
9069	957559		9129	960423		9189	963268		9249	96609	
9070	3.957607		9130	3.960471		9190	3.963316		9250	3.96614	
9071	957655		9131	960518		9191	963363		9251	96618	
9072	957703		9132	960566		9192	963410		9252	96623	
9073	957751		9133	960613		9193	963457		9253	96628	
9074	957799		9134	960661		9194	963504		9254	96632	
9075	3.957847		9135	3.960709		9195	3.963552		9255	3.96637	
9076	957894		9136	960756		9196	963599		9256	96642	
9077	957942		9137	960804		9197	963646		9257	96647	
9078	957990		9138	960851		9198	963693		9258	96651	
9079	958038		9139	960899		9199	963741		9259	96656	
9080	3.958086		9140	3.960946		9200	3.963788		9260	3.96661	
9081	958134		9141	960994		9201	963835		9261	96665	
9082	958181		9142	961041		9202	963882		9262	96670	
9083	958229		9143	961089		9203	963929		9263	96675	
9084	958277		9144	961136		9204	963977		9264	96679	
9085	3.958325		9145	3.961184		9205	3.964024		9265	3.96684	
9086	958373		9146	961231		9206	964071		9266	96688	
9087	958421		9147	961279		9207	964118		9267	96693	
9088	958468		9148	961326		9208	964165		9268	96697	
9089	958516		9149	961374		9209	964212		9269	96701	
9090	3.958564		9150	3.961421		9210	3.964260		9270	3.96706	
9091	958612		9151	961469		9211	964307		9271	96710	
9092	958659		9152	961516		9212	964354		9272	96715	
9093	958707		9153	961563		9213	964401		9273	96719	
9094	958755		9154	961611		9214	964448		9274	96724	
9095	3.958803		9155	3.961658		9215	3.964495		9275	3.96728	
9096	958850		9156	961706		9216	964542		9276	96733	
9097	958898		9157	961753		9217	964589		9277	96737	
9098	958946		9158	961801		9218	964637		9278	96742	
9099	958994		9159	961848		9219	964684		9279	96746	
9100	959041		9160	961895		9220	964731		9280	96751	

Kal	Kogarith	g.	Kal	Kogarith	g.	Kal	Kogarith	g.	Kal	Kogarith	g.
9281	3.967595	4	9341	3.970393	4	9401	3.973174	4	9461	3.975937	4
9282	967642		9342	970440		9402	973220		9462	975983	
9283	967688		9343	970486		9403	973266		9463	976029	
9284	967735		9344	970533		9404	973313		9464	976075	
9285	3.967782		9345	3.970579		9405	3.973359		9465	3.976121	
9286	967829		9346	970626		9406	973405		9466	976167	
9287	967875		9347	970672		9407	973451		9467	976213	
9288	967922		9348	970719		9408	973497		9468	976259	
9289	967969		9349	970765		9409	973543		9469	976305	
9290	3.968016		9350	3.970812		9410	3.973590		9470	3.976351	
9291	968062		9351	970858		9411	973636		9471	976397	
9292	968109		9352	970904		9412	973682		9472	976443	
9293	968156		9353	970951		9413	973728		9473	976489	
9294	968203		9354	970997		9414	973774		9474	976535	
9295	3.968249		9355	3.971044		9415	3.973820		9475	3.976581	
9296	968296		9356	971090		9416	973866		9476	976627	
9297	968343		9357	971137		9417	973913		9477	976673	
9298	968390		9358	971183		9418	973959		9478	976719	
9299	968436		9359	971229		9419	974005		9479	976765	
9300	3.968483		9360	3.971276		9420	3.974051		9480	3.976811	
9301	968530		9361	971322		9421	974097		9481	976857	
9302	968576		9362	971369		9422	974143		9482	976903	
9303	968623		9363	971415		9423	974189		9483	976949	
9304	968670		9364	971461		9424	974235		9484	976995	
9305	3.968716		9365	3.971508		9425	3.974281		9485	3.977041	
9306	968763		9366	971554		9426	974327		9486	977087	
9307	968810		9367	971601		9427	974374		9487	977133	
9308	968856		9368	971647		9428	974420		9488	977179	
9309	968903		9369	971693		9429	974466		9489	977225	
9310	3.968950		9370	3.971740		9430	3.974512		9490	3.977271	
9311	968996		9371	971786		9431	974558		9491	977317	
9312	969043		9372	971832		9432	974604		9492	977363	
9313	969090		9373	971879		9433	974650		9493	977409	
9314	969136		9374	971925		9434	974696		9494	977455	
9315	3.969183		9375	3.971971		9435	3.974742		9495	3.977501	
9316	969229		9376	972018		9436	974788		9496	977547	
9317	969276		9377	972064		9437	974834		9497	977593	
9318	969323		9378	972110		9438	974880		9498	977639	
9319	969369		9379	972157		9439	974926		9499	977685	
9320	3.969416		9380	3.972203		9440	3.974972		9500	3.977731	
9321	969463		9381	972249		9441	975018		9501	977777	
9322	969509		9382	972295		9442	975064		9502	977823	
9323	969556		9383	972342		9443	975110		9503	977869	
9324	969602		9384	972388		9444	975156		9504	977915	
9325	3.969649		9385	3.972434		9445	3.975202		9505	3.977961	
9326	969695		9386	972481		9446	975248		9506	977997	
9327	969742		9387	972527		9447	975294		9507	978043	
9328	969789		9388	972573		9448	975340		9508	978089	
9329	969835		9389	972619		9449	975386		9509	978135	
9330	3.969882		9390	3.972666		9450	3.975432		9510	3.978181	
9331	969928		9391	972712		9451	975478		9511	978227	
9332	969975		9392	972758		9452	975524		9512	978273	
9333	970021		9393	972804		9453	975570		9513	978319	
9334	970068		9394	972851		9454	975616		9514	978365	
9335	3.970114		9395	3.972897		9455	3.975662		9515	3.978411	
9336	970161		9396	972943		9456	975707		9516	978457	
9337	970207		9397	972989		9457	975753		9517	978503	
9338	970254		9398	973035		9458	975799		9518	978549	
9339	970300		9399	973081		9459	975845		9519	978595	
9340	970347		9400	973128		9460	975891		9520	978641	

Cal	Logarith	3.	Cal	Logarith	3.	Cal	Logarith	3.	Cal	Logarith	3.
9521	3.978683		9581	3.981411		9641	3.984122		9701	3.986816	
9522	978728		9582	981456		9642	984167		9702	986861	
9523	978774		9583	981501		9643	984212		9703	986906	
9524	978819		9584	981547		9644	984257		9704	986951	
9525	3.978865		9585	3.981592		9645	3.984302		9705	3.986996	
9526	978911		9586	981637		9646	984347		9706	987040	
9527	978956		9587	981683		9647	984392		9707	987085	
9528	979002		9588	981728		9648	984437		9708	987130	
9529	979047		9589	981773		9649	984482		9709	987175	
9530	3.979093		9590	3.981819		9650	3.984527		9710	3.987219	
9531	979138		9591	981864		9651	984572		9711	987264	
9532	979184		9592	981909		9652	984617		9712	987309	
9533	979230		9593	981954		9653	984662		9713	987353	
9534	979275		9594	982000		9654	984707		9714	987398	
9535	3.979321		9595	3.982045		9655	3.984752		9715	3.987443	
9536	979366		9596	982090		9656	984797		9716	987488	
9537	979412		9597	982135		9657	984842		9717	987532	
9538	979457		9598	982181		9658	984887		9718	987577	
9539	979503		9599	982226		9659	984932		9719	987622	
9540	3.979548		9600	3.982271		9660	3.984977		9720	3.987666	
9541	979594		9601	982316		9661	985022		9721	987711	
9542	979639		9602	982362		9662	985067		9722	987756	
9543	979685		9603	982407		9663	985112		9723	987800	
9544	979730		9604	982452		9664	985157		9724	987845	
9545	3.979776		9605	3.982497		9665	3.985202		9725	3.987890	
9546	979821		9606	982543		9666	985247		9726	987934	
9547	979867		9607	982588		9667	985292		9727	987979	
9548	979912		9608	982633		9668	985337		9728	988024	
9549	979958		9609	982678		9669	985382		9729	988068	
9550	3.980003		9610	3.982723		9670	3.985426		9730	3.988113	
9551	980049		9611	982769		9671	985471		9731	988157	
9552	980094		9612	982814		9672	985516		9732	988202	
9553	980140		9613	982859		9673	985561		9733	988247	
9554	980185		9614	982904		9674	985606		9734	988291	
9555	3.980231		9615	3.982949		9675	3.985651		9735	3.988336	
9556	980276		9616	982994		9676	985696		9736	988381	
9557	980322		9617	983040		9677	985741		9737	988425	
9558	980367		9618	983085		9678	985786		9738	988470	
9559	980412		9619	983130		9679	985830		9739	988514	
9560	3.980458		9620	3.983175		9680	3.985875		9740	3.988559	
9561	980503		9621	983220		9681	985920		9741	988604	
9562	980549		9622	983265		9682	985965		9742	988648	
9563	980594		9623	983310		9683	986010		9743	988693	
9564	980640		9624	983356		9684	986055		9744	988737	
9565	3.980685		9625	3.983401		9685	3.986100		9745	3.988782	
9566	980730		9626	983446		9686	986144		9746	988826	
9567	980776		9627	983491		9687	986189		9747	988871	
9568	980821		9628	983536		9688	986234		9748	988916	
9569	980867		9629	983581		9689	986279		9749	988960	
9570	3.980912		9630	3.983626		9690	3.986324		9750	3.989005	
9571	980957		9631	983671		9691	986369		9751	989049	
9572	981003		9632	983716		9692	986413		9752	989094	
9573	981048		9633	983762		9693	986458		9753	989138	
9574	981093		9634	983807		9694	986503		9754	989183	
9575	3.981139		9635	3.983852		9695	3.986548		9755	3.989227	
9576	981184		9636	983897		9696	986593		9756	989272	
9577	981229		9637	983942		9697	986637		9757	989316	
9578	981275		9638	983987		9698	986682		9758	989361	
9579	981320		9639	984032		9699	986727		9759	989405	
9580	981366		9640	984077		9700	986772		9760	989450	

Logarithm	3.	Lat	Logarithm	3.	Lat	Logarithm	3.	Lat	Logarithm	3.	Lat
1.989494	+	9821	3.992156	+	9881	3.994801	+	9941	3.997430	+	
989539		9822	992200		9882	994845		9942	997474		
989583		9823	992244		9883	994889		9943	997517		
989628		9824	992288		9884	994933		9944	997561		
1.989672		9825	3.992333		9885	3.994977		9945	3.997605		
989717		9826	992377		9886	995021		9946	997648		
989761		9827	992421		9887	995065		9947	997692		
989806		9828	992465		9888	995108		9948	997736		
989850		9829	992509		9889	995152		9949	997779		
3.989895		9830	3.992554		9890	3.995196		9950	3.997823		
989939		9831	992598		9891	995240		9951	997867		
989983		9832	992642		9892	995284		9952	997910		
990028		9833	992686		9893	995328		9953	997954		
990072		9834	992730		9894	995372		9954	997998		
1.990117		9835	3.992774		9895	3.995416		9955	3.998041		
990161		9836	992819		9896	995460		9956	998085		
990206		9837	992863		9897	995504		9957	998129		
990250		9838	992907		9898	995547		9958	998173		
990294		9839	992951		9899	995591		9959	998216		
1.990339		9840	3.992995		9900	3.995635		9960	3.998259		
990383		9841	993039		9901	995679		9961	998303		
990428		9842	993083		9902	995723		9962	998347		
990472		9843	993127		9903	995767		9963	998390		
990516		9844	993172		9904	995811		9964	998434		
1.990561		9845	3.993216		9905	3.995854		9965	3.998477		
990605		9846	993260		9906	995898		9966	998521		
990650		9847	993304		9907	995942		9967	998564		
990694		9848	993348		9908	995986		9968	998608		
990738		9849	993392		9909	996030		9969	998652		
1.990783		9850	3.993436		9910	3.996074		9970	3.998695		
990827		9851	993480		9911	996117		9971	998739		
990871		9852	993524		9912	996161		9972	998782		
990916		9853	993568		9913	996205		9973	998826		
990960		9854	993613		9914	996249		9974	998869		
1.991004		9855	3.993657		9915	3.996293		9975	3.998913		
991049		9856	993701		9916	996337		9976	998956		
991093		9857	993745		9917	996380		9977	999000		
991137		9858	993789		9918	996424		9978	999043		
991182		9859	993833		9919	996468		9979	999087		
1.991226		9860	3.993877		9920	3.996512		9980	3.999131		
991270		9861	993921		9921	996555		9981	999174		
991315		9862	993965		9922	996599		9982	999218		
991359		9863	994009		9923	996643		9983	999261		
991403		9864	994053		9924	996687		9984	999305		
1.991448		9865	3.994097		9925	3.996731		9985	3.999348		
991492		9866	994141		9926	996774		9986	999392		
991536		9867	994185		9927	996818		9987	999435		
991580		9868	994229		9928	996862		9988	999479		
991625		9869	994273		9929	996906		9989	999522		
1.991669		9870	3.994317		9930	3.996949		9990	3.999565		
991713		9871	994361		9931	996993		9991	999609		
991758		9872	994405		9932	997037		9992	999652		
991802		9873	994449		9933	997080		9993	999696		
991846		9874	994493		9934	997124		9994	999739		
1.991890		9875	3.994537		9935	3.997168		9995	3.999783		
991935		9876	994581		9936	997212		9996	999826		
991979		9877	994625		9937	997255		9997	999870		
992023		9878	994669		9938	997299		9998	999913		
992067		9879	994713		9939	997343		9999	999957		
992111		9880	994757		9940	997386		10000	4.000000		

Proportional = Deel

svarende

til foranførte Logarithmers Forskielle.

	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55
1	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5
2	8	8	9	9	9	9	9	10	10	10	10	10	11
3	12	13	13	13	14	14	14	15	15	15	15	16	16
4	17	17	18	18	18	19	19	20	20	20	21	21	22
5	21	22	23	23	23	24	24	25	25	26	26	27	27
6	25	26	27	27	28	28	29	30	30	31	31	32	32
7	33	30	31	32	32	33	34	35	35	36	37	37	38
8	34	35	36	36	37	38	39	40	40	41	42	43	44
9	38	39	40	41	42	43	44	45	45	46	47	48	49
	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
1	5	5	5	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
2	11	11	11	12	12	12	12	12	13	13	13	13	13
3	17	17	17	18	18	18	18	19	19	19	20	20	20
4	22	23	23	24	24	24	25	25	26	26	26	27	27
5	28	29	29	30	30	31	31	32	32	33	33	34	34
6	34	34	35	36	36	37	37	38	39	39	40	40	41
7	39	40	41	42	42	43	44	44	45	46	46	47	48
8	45	46	47	48	48	49	50	51	52	52	53	54	55
9	51	52	53	54	54	55	56	57	58	59	60	61	62
	72	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83
1	7	7	7	7	7	7	7	7	7	8	8	8	8
2	14	14	14	14	15	15	15	15	15	16	16	16	16
3	21	21	21	22	22	22	23	23	23	24	24	24	24
4	28	28	29	29	30	30	30	31	31	32	32	33	33
5	35	36	36	37	37	38	38	39	39	40	40	41	41
6	42	43	43	44	45	45	46	46	47	48	48	49	49
7	49	50	51	51	52	53	53	54	55	56	56	57	58
8	56	57	58	59	60	60	61	62	63	64	64	65	66
9	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	72	73	74
	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97
1	8	8	8	8	8	9	9	9	9	9	9	9	9
2	17	17	17	17	17	18	18	18	18	18	19	19	19
3	25	25	26	26	26	27	27	27	27	28	28	28	29
4	34	34	34	35	35	36	36	36	37	37	38	38	39
5	42	43	43	44	44	45	45	46	46	47	47	48	49
6	51	51	52	52	53	54	54	55	55	56	57	57	58
7	59	60	60	61	62	63	63	64	65	65	66	67	68
8	68	68	69	70	71	72	72	73	74	75	76	76	77
9	76	77	78	79	80	81	82	83	83	84	85	86	87

99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112
9	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	11	11	11
19	20	20	20	20	20	21	21	21	21	21	22	22	22
29	30	30	30	30	31	31	31	32	32	32	33	33	33
39	40	40	40	41	41	42	42	42	43	43	44	44	44
49	50	50	51	51	52	52	53	53	54	54	55	55	56
59	60	60	61	61	62	63	63	64	64	65	66	66	67
69	70	70	71	72	72	73	74	74	75	76	77	77	78
79	80	80	81	82	83	84	84	85	86	87	88	88	89
89	90	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	99	100
113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126
11	11	11	11	11	11	11	12	12	12	12	12	12	12
22	23	23	23	23	23	23	24	24	24	24	24	25	25
32	34	34	34	35	35	35	36	36	36	36	37	37	37
45	45	46	46	46	47	47	48	48	48	49	49	50	50
56	57	57	58	58	59	59	60	60	61	61	62	62	63
67	68	69	69	70	70	71	72	72	73	73	74	75	75
78	79	80	81	81	82	83	84	84	85	86	86	87	88
90	91	92	92	93	94	95	96	96	97	98	99	100	100
101	102	103	104	105	106	107	108	108	109	110	111	112	113
127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
12	12	12	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	14
25	25	25	26	26	26	26	26	27	27	27	27	27	28
38	38	38	39	39	39	39	40	40	40	41	41	41	42
50	51	51	52	52	52	53	53	54	54	54	55	55	56
63	64	64	65	65	66	66	67	67	68	68	69	69	70
76	76	77	78	78	79	79	80	81	81	82	82	83	84
88	89	90	91	91	92	93	93	94	95	95	96	97	98
101	102	103	104	104	105	106	107	108	108	109	110	111	112
114	115	116	117	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126
141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154
14	14	14	14	14	14	14	14	14	15	15	15	15	15
28	28	28	28	29	29	29	29	29	30	30	30	30	30
42	42	42	43	43	43	44	44	44	45	45	45	45	46
56	56	57	57	58	58	58	59	59	60	60	60	61	61
70	71	71	72	72	73	73	74	74	75	75	76	76	77
84	85	85	86	87	87	88	88	89	90	90	91	91	92
98	99	100	100	101	102	102	103	104	105	105	106	107	107
112	113	114	115	116	116	117	118	119	120	120	121	122	123
126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	135	136	137	138
155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168
15	15	15	15	15	16	16	16	16	16	16	16	16	16
31	31	31	31	31	32	32	32	32	32	33	33	33	33
46	46	47	47	47	48	48	48	48	49	49	49	50	50
62	62	63	63	63	64	64	64	65	65	66	66	66	67
77	78	78	79	79	80	80	81	81	82	82	83	83	84
93	93	94	94	95	96	96	97	97	98	99	99	100	100
108	109	109	110	111	112	112	113	114	114	115	116	116	117
124	124	125	126	127	128	128	129	130	131	132	133	133	134
139	140	141	142	143	144	144	145	146	147	148	149	150	151

	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180	181
1	16	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	18	18
2	33	34	34	34	34	34	35	35	35	35	35	36	36
3	50	51	51	51	51	52	52	52	53	53	53	54	54
4	67	68	68	68	69	69	70	70	70	71	71	72	72
5	84	85	85	86	86	87	87	88	88	89	89	90	90
6	101	102	102	103	103	104	105	105	106	106	107	108	108
7	118	119	119	120	121	121	122	123	123	124	125	126	126
8	135	136	136	137	138	139	140	140	141	142	143	144	144
9	152	153	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	162
	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195
1	18	18	18	18	18	18	18	19	19	19	19	19	19
2	36	36	37	37	37	37	37	38	38	38	38	38	39
3	54	55	55	55	56	56	56	57	57	57	57	58	58
4	73	73	74	74	74	75	75	76	76	76	77	77	78
5	91	92	92	93	93	94	94	95	95	96	96	97	97
6	109	110	111	111	112	112	113	114	114	115	115	116	117
7	128	128	129	130	130	131	132	133	133	134	135	135	136
8	146	147	148	148	149	150	151	152	152	153	154	155	156
9	164	165	166	167	168	169	170	171	171	172	173	174	175
	197	198	199	200	201	202	203	204	205	206	207	208	209
1	19	19	19	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
2	39	39	39	40	40	40	40	40	41	41	41	41	41
3	59	59	59	60	60	60	60	61	61	61	62	62	62
4	78	79	79	80	80	80	81	81	82	82	82	83	83
5	98	99	99	100	100	101	101	102	102	103	103	104	104
6	118	118	119	120	120	121	121	122	123	123	124	124	125
7	137	138	139	140	140	141	142	142	143	144	144	145	146
8	157	158	159	160	160	161	162	163	164	164	165	166	167
9	177	178	179	180	180	181	182	183	184	185	186	187	188
	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220	221	222	223
1	21	21	21	21	21	21	21	21	21	22	22	22	22
2	42	42	42	43	43	43	43	43	43	44	44	44	44
3	63	63	63	64	64	64	65	65	65	66	66	66	66
4	84	84	85	85	86	86	86	87	87	88	88	88	89
5	105	106	106	107	107	108	108	109	109	110	110	111	111
6	126	127	127	128	129	129	130	130	131	132	132	133	133
7	147	148	149	149	150	151	151	152	153	154	154	155	156
8	168	169	170	171	172	172	173	174	175	176	176	177	178
9	189	190	191	192	193	194	195	196	197	198	198	199	200
	225	226	227	228	229	230	231	232	233	234	235	236	237
1	22	22	22	22	22	23	23	23	23	23	23	23	23
2	43	43	43	43	43	46	46	46	46	46	47	47	47
3	67	67	68	68	68	69	69	69	69	70	70	70	71
4	90	90	90	91	91	92	92	92	93	93	94	94	94
5	112	113	113	114	114	115	115	116	116	117	117	118	118
6	135	135	136	136	137	138	138	139	139	140	141	141	142
7	157	158	158	159	160	161	161	162	163	163	164	165	165
8	180	180	181	182	183	184	184	185	186	187	188	188	189
9	202	203	204	205	206	207	207	208	209	210	211	212	213

239	240	241	242	243	244	245	246	247	248	249	250	251	252
23	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	25	25	25
48	48	48	48	48	48	49	49	49	49	49	50	50	50
71	72	72	72	72	73	73	73	74	74	74	75	75	75
95	96	96	96	97	97	98	98	98	99	99	100	100	100
119	120	120	121	121	122	122	123	123	124	124	125	125	126
143	144	144	145	145	146	147	147	148	148	149	150	150	151
167	168	168	169	170	170	171	172	172	173	174	175	175	176
191	192	192	193	194	195	196	196	197	198	199	200	200	201
215	216	216	217	218	219	220	221	222	223	224	225	225	226
253	254	255	256	257	258	259	260	261	262	263	264	265	266
25	25	25	25	25	25	25	26	26	26	26	26	26	26
50	50	51	51	51	51	51	52	52	52	52	52	53	53
75	76	76	76	77	77	77	78	78	78	78	79	79	79
101	101	102	102	102	103	103	104	104	104	105	105	106	106
126	127	127	128	128	129	129	130	130	131	131	132	132	133
151	152	153	153	154	154	155	156	156	157	157	158	159	159
177	177	178	179	179	180	181	182	182	183	184	184	185	186
202	203	204	204	205	206	207	208	208	209	210	211	212	212
227	228	229	230	231	232	233	234	234	235	236	237	238	239
267	268	269	270	271	272	273	274	275	276	277	278	279	280
26	26	26	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	28
53	53	53	54	54	54	54	54	55	55	55	55	55	56
80	80	80	81	81	81	81	82	82	82	83	83	83	84
106	107	107	108	108	108	109	109	110	110	110	111	111	112
133	134	134	135	135	136	136	137	137	138	138	139	139	140
160	160	161	162	162	163	163	164	165	165	166	166	167	168
186	187	188	189	189	190	191	191	192	193	193	194	195	196
213	214	215	216	216	217	218	219	220	220	221	222	223	224
240	241	242	243	243	244	245	246	247	248	249	250	251	252
281	282	283	284	285	286	287	288	289	290	291	292	293	294
28	28	28	28	28	28	28	28	28	29	29	29	29	29
56	56	56	57	57	57	57	57	57	58	58	58	58	58
84	84	84	85	85	85	86	86	86	87	87	87	87	88
112	112	113	113	114	114	114	115	115	116	116	116	117	117
140	141	141	142	142	143	143	144	144	145	145	146	146	147
168	169	169	170	171	171	172	172	173	174	174	175	175	176
196	197	198	198	199	200	200	201	202	203	203	204	205	205
224	225	226	227	228	228	229	230	231	232	232	233	234	235
252	253	254	255	256	257	258	259	260	261	261	262	263	264
295	296	297	298	299	300	301	302	303	304	305	306	307	308
29	29	29	29	29	30	30	30	30	30	30	30	30	30
59	59	59	59	59	60	60	60	60	60	61	61	61	61
88	88	89	89	89	90	90	90	90	91	91	91	92	92
118	118	118	119	119	120	120	121	121	122	122	122	122	123
147	148	148	149	149	150	150	151	151	152	152	153	153	154
177	177	178	178	179	180	180	181	181	182	183	183	184	184
206	207	207	208	209	210	210	211	212	212	213	214	214	215
236	236	237	238	239	240	240	241	242	243	244	244	245	246
265	266	267	268	269	270	270	271	272	273	274	275	276	277

	309	310	311	312	313	314	315	316	317	318	319	320	321	322
1	30	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
2	61	62	62	62	62	62	62	62	62	62	62	62	62	62
3	92	93	93	93	93	94	94	94	95	95	95	95	96	96
4	123	124	124	124	125	125	126	126	126	127	127	128	128	128
5	154	155	155	156	156	157	157	158	158	159	159	160	160	161
6	185	186	186	187	187	188	189	189	190	190	191	192	192	193
7	216	217	217	218	219	219	220	221	221	222	223	224	224	225
8	247	248	248	249	250	251	252	252	253	254	255	256	256	257
9	278	279	279	280	281	282	283	284	285	286	287	288	288	289
	323	324	325	326	327	328	329	330	331	332	333	334	335	336
1	32	32	32	32	32	32	32	33	33	33	33	33	33	33
2	64	64	65	65	65	65	65	66	66	66	66	66	67	67
3	96	97	97	97	98	98	98	99	99	99	99	100	100	100
4	129	129	130	130	130	131	131	132	132	132	133	133	134	134
5	161	162	162	163	163	164	164	165	165	166	166	167	167	168
6	193	194	195	195	196	196	197	198	198	199	199	200	201	201
7	226	226	227	228	228	229	230	231	231	232	233	233	234	235
8	258	259	260	260	261	262	263	264	264	265	266	267	268	268
9	290	291	292	293	294	295	296	297	297	298	299	300	301	302
	337	338	339	340	341	342	343	344	345	346	347	348	349	350
1	33	33	33	34	34	34	34	34	34	34	34	34	34	35
2	67	67	67	68	68	68	68	68	69	69	69	69	69	70
3	101	101	101	102	102	102	102	103	103	103	104	104	104	105
4	134	135	135	136	136	136	137	137	138	138	138	139	139	140
5	168	169	169	170	170	171	171	172	172	173	173	174	174	175
6	202	202	203	204	204	205	205	206	207	207	208	208	209	210
7	235	236	237	238	238	239	240	240	241	242	242	243	244	245
8	269	270	271	272	272	273	274	275	276	276	277	278	279	280
9	303	304	305	306	306	307	308	309	310	311	312	313	314	315
	351	352	353	354	355	356	357	358	359	360	361	362	363	364
1	35	35	35	35	35	35	35	35	35	36	36	36	36	36
2	70	70	70	71	71	71	71	71	71	72	72	72	72	72
3	105	105	105	106	106	107	107	107	107	108	108	108	108	109
4	140	140	141	141	142	142	142	143	143	144	144	144	145	145
5	175	176	176	177	177	178	178	179	179	180	180	181	181	182
6	210	211	211	212	213	213	214	214	215	216	216	217	217	218
7	245	246	247	247	248	249	249	250	251	252	252	253	254	254
8	280	281	282	283	284	284	285	286	287	288	288	289	290	291
9	315	316	317	318	319	320	321	322	323	324	324	325	326	327
	365	366	367	368	369	370	371	372	373	374	375	376	377	378
1	36	36	36	36	36	37	37	37	37	37	37	37	37	37
2	73	73	73	73	73	74	74	74	74	74	75	75	75	75
3	109	109	110	110	110	111	111	111	111	112	112	112	113	113
4	146	146	146	147	147	148	148	148	149	149	150	150	150	151
5	182	183	183	184	184	185	185	186	186	187	187	188	188	189
6	219	219	220	220	221	222	222	223	223	224	225	225	226	226
7	255	256	256	257	258	259	259	260	261	261	262	263	263	264
8	292	292	293	294	295	296	296	297	298	299	300	300	301	302
9	328	329	330	331	332	333	333	334	335	336	337	338	339	340

	379	380	381	382	383	384	385	386	387	388	389	390	391	392
1	37	38	38	38	38	38	38	38	38	38	38	39	39	39
2	75	76	76	76	76	76	77	77	77	77	77	78	78	78
3	113	114	114	114	114	115	115	115	116	116	116	117	117	117
4	151	152	152	152	153	153	154	154	154	155	155	156	156	156
5	189	190	190	191	191	192	192	193	193	194	194	195	195	196
6	227	228	228	229	229	230	231	231	232	232	233	234	234	235
7	265	266	266	267	268	268	269	270	270	271	272	273	273	274
8	303	304	304	305	306	307	308	308	309	310	311	312	312	313
9	341	342	342	343	344	345	346	347	348	349	350	351	351	352

	393	394	395	396	397	398	399	400	401	402	403	404	405	406	407
1	39	39	39	39	39	39	39	40	40	40	40	40	40	40	40
2	78	78	79	79	79	79	79	80	80	80	80	81	81	81	81
3	117	118	118	118	119	119	119	120	120	120	121	121	121	122	122
4	157	157	158	158	158	159	159	160	160	161	161	162	162	162	163
5	196	197	197	198	198	199	199	200	200	201	202	202	203	203	203
6	235	236	237	237	238	238	239	240	240	241	242	243	243	244	244
7	275	275	276	277	277	278	279	280	280	282	282	283	284	284	284
8	314	315	316	316	317	318	319	320	320	322	323	324	324	325	325
9	353	354	355	356	357	358	359	360	360	362	363	364	365	366	366

	408	409	411	412	413	414	415	416	418	419	420	421	423	424
1	40	40	41	41	41	41	41	41	41	41	42	42	42	42
2	81	81	82	82	82	82	83	83	83	83	84	84	84	84
3	122	123	123	123	123	124	124	124	125	125	126	126	126	127
4	163	163	164	164	165	165	166	166	167	167	168	168	169	169
5	204	204	205	206	206	207	207	208	209	209	210	210	211	212
6	244	245	246	247	247	248	249	249	250	251	252	252	253	254
7	285	286	287	288	289	289	290	291	292	293	294	294	296	296
8	326	327	328	329	330	331	332	332	334	335	336	336	338	339
9	367	368	369	370	371	372	373	374	376	377	378	378	380	381

	425	426	428	429	430	431	433	434
1	42	42	42	42	43	43	43	43
2	84	85	85	85	86	86	86	86
3	127	127	128	128	129	129	129	130
4	170	170	171	171	172	172	173	173
5	212	213	214	214	215	215	216	217
6	255	255	256	257	258	258	259	260
7	297	298	299	300	301	301	303	304
8	340	340	342	343	344	344	345	346
9	382	383	385	386	387	387	389	390

Briggisse

Logarithmer

for

Sinusser og Tangenter

fra Minute til Minute

med

Logarithmers Forskiel,

hvis hundrede Deel svarer til 1 Sekunde.

0°	Logarithm. Sinus				Logarithm. Tangens			90
1	6.463726		9.999999	0	6.463726		13.536274	59
2	764756	501717	999999	0	764756	501717	235244	58
3	940847	293485	999999	0	940847	293485	059153	57
4	7.065786	208231	999999	0	7.065786	208231	12.934214	56
5	7.162696	161517	9.999999	0	7.162696	161517	12.837304	55
6	241877	131968	999999	0	241878	131969	758122	54
7	308824	111578	999999	0	308825	111578	691175	53
8	366816	96653	999999	0	366817	96653	633183	52
9	417968	85254	999998	0	417970	85254	582030	51
10	7.463725	76263	9.999998	0	7.463727	76263	12.536273	50
11	505118	68988	999998	1	505120	68988	494880	49
12	542906	62981	999997	1	542909	62981	457091	48
13	577668	57936	999997	1	577672	57937	422328	47
14	609853	53641	999996	1	609857	53642	390143	46
15	7.639816	49938	9.999996	1	7.639820	49939	12.360180	45
16	667844	46714	999995	1	667849	46715	332151	44
17	694173	43881	999995	1	694179	43882	305821	43
18	718997	41372	999994	1	719003	41373	280997	42
19	742477	39135	999993	1	742484	39136	257516	41
20	7.764754	37127	9.999993	1	7.764761	37128	12.235239	40
21	785943	35315	999992	1	785951	35316	214049	39
22	806146	33672	999991	1	806155	33673	193845	38
23	825451	32175	999990	1	825460	32176	174540	37
24	843934	30805	999989	1	843944	30807	156056	36
25	7.861662	29547	9.999989	1	7.861674	29549	12.138326	35
26	878695	28388	999988	1	878708	28390	121292	34
27	895085	27317	999987	2	895099	27318	104901	33
28	910879	26323	999986	2	910894	26325	889106	32
29	926119	25399	999984	2	926134	25401	073866	31
30	7.940842	24538	9.999983	2	7.940858	24540	12.059142	30
31	955082	23735	999982	2	955100	23735	054900	29
32	968879	22980	999981	2	968889	22982	031111	28
33	982233	22273	999980	2	982253	22275	017747	27
34	995198	21608	999979	2	995219	21610	004781	26
35	8.007787	20981	9.999977	2	8.007809	20983	11.992191	25
36	020021	20390	999976	2	020044	20392	979956	24
37	031919	19831	999975	2	031945	19833	968055	23
38	043501	19302	999973	2	043527	19305	956473	22
39	054781	18801	999972	2	054809	18803	945191	21
40	8.065776	18325	9.999971	2	8.065806	18327	11.934194	20
41	076500	17872	999969	2	076531	17875	923469	19
42	086965	17441	999968	2	086997	17444	913003	18
43	097183	17031	999966	3	097217	17034	902783	17
44	107167	16639	999964	3	107203	16642	892797	16
45	8.116266	16265	9.999963	3	8.116963	16268	11.883037	15
46	126471	15908	999961	3	126510	15911	873490	14
47	135810	15566	999959	3	135851	15568	864149	13
48	144953	15238	999958	3	144996	15241	855004	12
49	153907	14924	999956	3	153952	14927	846048	11
50	8.162681	14622	9.999954	3	8.162727	14625	11.837273	10
51	171280	14333	999952	3	171328	14336	828672	9
52	179713	14054	999950	3	179763	14057	820237	8
53	187985	13786	999948	3	188036	13790	811964	7
54	196102	13529	999946	3	196156	13532	803844	6
55	8.204070	13280	9.999944	3	8.204126	13284	11.795874	5
56	211895	13041	999942	3	211953	13044	788047	4
57	219581	12810	999940	3	219641	12814	780359	3
58	227133	12587	999938	3	227195	12591	772805	2
59	234557	12372	999936	4	234621	12376	765379	1
1°	241855	12164	999934	4	241921	12168	758079	89

1°	Logarithm. Sinus			Logarithm. Tangens		
1	8.249033	11963	9.999932	8.249102	11967	11.75089
2	256094	11768	999929	256165	11772	74383
3	263042	11580	999927	263115	11584	73688
4	269881	11398	999925	269956	11403	73004
5	8.276614	11221	9.999922	8.276691	11225	11.72330
6	283243	11050	999920	283223	11054	71667
7	289773	10883	999918	289856	10887	71014
8	296207	10722	999915	296292	10726	70370
9	302546	10565	999913	302634	10570	69736
10	8.308794	10413	9.999910	8.308884	10418	11.69111
11	314954	10266	999907	315046	10270	68495
12	321027	10122	999905	321122	10126	67887
13	327016	9982	999902	327114	9987	67288
14	332924	9847	999899	333025	9851	66697
15	8.338753	9714	9.999897	8.338856	9719	11.66114
16	344504	9586	999894	344610	9590	65539
17	350181	9460	999891	350289	9465	64971
18	355783	9338	999888	355895	9343	64410
19	361315	9219	999885	361430	9224	63857
20	8.366777	9103	9.999882	8.366895	9108	11.63310
21	372171	8990	999879	372292	8995	62770
22	377499	8880	999876	377622	8885	62237
23	382762	8772	999873	382889	8777	61711
24	387962	8667	999870	388092	8672	61190
25	8.393101	8564	9.999867	8.393234	8570	11.60676
26	398179	8464	999864	398315	8469	60168
27	403199	8366	999861	403338	8371	59666
28	408161	8271	999858	408304	8276	59169
29	413068	8177	999854	413213	8182	58678
30	8.417919	8086	9.999851	8.418068	8091	11.58193
31	422717	7996	999848	422869	8002	57713
32	427462	7909	999844	427618	7914	57238
33	432156	7823	999841	432315	7829	56768
34	436800	7740	999838	436962	7745	56303
35	8.441394	7657	9.999834	8.441560	7663	11.55844
36	445941	7577	999831	446119	7583	55389
37	450440	7499	999827	450613	7505	54938
38	454893	7422	999824	455070	7428	54493
39	459301	7346	999820	459481	7352	54051
40	8.463665	7273	9.999816	8.463849	7279	11.53615
41	467985	7200	999813	468172	7206	53182
42	472263	7129	999809	472454	7135	52754
43	476498	7060	999805	476693	7066	52330
44	480693	6991	999801	480892	6998	51910
45	8.484848	6924	9.999797	8.485050	6931	11.51491
46	488963	6859	999794	489170	6865	51083
47	493040	6794	999790	493250	6801	50671
48	497078	6731	999786	497293	6738	50270
49	501080	6669	999782	501298	6676	49874
50	8.505045	6608	9.999778	8.505267	6615	11.49475
51	508974	6548	999774	509200	6555	49081
52	512867	6489	999769	513098	6496	48694
53	516726	6432	999765	516961	6439	48301
54	520551	6375	999761	520790	6382	47921
55	8.524343	6319	9.999757	8.524586	6326	11.47541
56	528102	6264	999753	528349	6272	47161
57	531828	6211	999748	532080	6218	46791
58	535523	6158	999744	535779	6165	46421
59	539186	6106	999740	539447	6113	46051
2°	542819	6055	999735	543084	6062	45691

Logarithm. Sinus

8.546422	6004	9.999731	7
5432995	5955	999726	7
5535339	5906	999722	7
557054	5858	999717	8
8.560549	5811	9.999713	8
5639999	5763	999708	8
567431	5719	999704	8
570836	5674	999699	8
574214	5630	999694	8
8.577566	5587	9.999689	8
580892	5544	999685	8
584193	5502	999680	8
587469	5460	999675	8
590721	5419	999670	8
8.593948	5379	9.999665	8
597152	5339	999660	8
600332	5300	999655	8
603489	5261	999650	8
606623	5223	999645	8
8.609734	5186	9.999640	9
612823	5149	999635	9
615891	5112	999629	9
618937	5076	999624	9
621962	5041	999619	9
8.624965	5006	9.999614	9
627948	4972	999608	9
630911	4938	999603	9
633854	4904	999597	9
636776	4879	999592	9
8.639680	4839	9.999586	9
642563	4806	999581	9
645428	4775	999575	9
648274	4743	999570	9
651102	4712	999564	9
8.653911	4682	9.999558	9
656708	4652	999553	9
659475	4622	999547	10
662230	4592	999541	10
664968	4563	999535	10
8.667689	4535	9.999529	10
670393	4506	999524	10
673080	4479	999518	10
675751	4451	999512	10
678405	4424	999506	10
8.681043	4397	9.999500	10
683665	4370	999493	10
686272	4344	999487	10
688863	4318	999481	10
691438	4292	999475	10
8.693998	4267	9.999469	10
696543	4242	999463	10
699073	4217	999456	10
701589	4192	999450	11
704090	4168	999443	10
8.706577	4144	9.999437	11
709049	4121	999431	11
711507	4097	999424	11
713952	4074	999418	11
716383	4051	999411	11
718800	4029	999404	11

Logarithm. Tangens

88°

8.546691	6012	11.453309	59
550268	5962	449732	58
553817	5914	444183	57
557336	5866	442664	56
8.560828	5819	11.439172	55
564291	5773	437709	54
567727	5727	432273	53
571137	5682	428863	52
574520	5638	425480	51
8.577877	5595	11.422123	50
581208	5552	418792	49
584514	5510	415486	48
587795	5468	412205	47
591051	5427	408949	46
8.594283	5387	11.405717	45
597492	5347	405508	44
600677	5308	399323	43
603839	5270	396161	42
606978	5232	393022	41
8.610094	5194	11.389906	40
613189	5158	386811	39
616262	5121	383738	38
619313	5085	380687	37
622343	5050	377657	36
8.625352	5015	11.374648	35
628340	4981	371660	34
631398	4947	368692	33
634436	4913	365744	32
637484	4880	362816	31
8.640093	4848	11.359907	30
642982	4816	357018	29
645953	4784	354147	28
648704	4753	351296	27
651537	4722	348463	26
8.654352	4691	11.345648	25
657149	4661	342851	24
659928	4631	340072	23
662689	4602	337311	22
665433	4573	334567	21
8.668160	4544	11.331840	20
670870	4516	329130	19
673563	4488	326437	18
676239	4461	323761	17
678900	4434	321100	16
8.681544	4407	11.318456	15
684172	4380	315828	14
686784	4354	313216	13
689381	4328	310619	12
691963	4303	308037	11
8.694529	4277	11.305471	10
697081	4252	302919	9
699617	4228	300383	8
702139	4203	297861	7
704646	4179	295354	6
8.707140	4155	11.292860	5
709618	4132	290382	4
712083	4108	287917	3
714534	4085	285465	2
716972	4062	283028	1
719396	4040	280604	87°

3°	Logarithm. Sinus				Logarithm. Tangens				87°
1	8.721204	4006	9.999398	11	8.721204	4017	11.278194	59	
2	723595	3984	999391	11	724204	3995	275796	58	
3	725972	3962	999384	11	726588	3974	273412	57	
4	728337	3941	999378	11	728959	3952	271041	56	
5	8.730688	3919	9.999371	11	8.731317	3931	11.268683	55	
6	733027	3898	999364	11	733663	3909	266337	54	
7	735354	3877	999357	11	735906	3889	264004	53	
8	737667	3857	999350	11	738317	3868	261683	52	
9	739969	3836	999343	12	740626	3848	259374	51	
10	8.742259	3816	9.999336	12	8.742922	3827	11.257078	50	
11	744536	3796	999329	12	745207	3807	254793	49	
12	746803	3776	999322	12	747479	3787	252521	48	
13	749055	3756	999315	12	749740	3768	250260	47	
14	751297	3737	999308	12	751989	3749	248011	46	
15	8.753528	3717	9.999301	12	8.754287	3729	11.245773	45	
16	755747	3698	999294	12	756453	3710	243547	44	
17	757955	3679	999287	12	758668	3692	241332	43	
18	760151	3661	999279	12	760872	3673	239128	42	
19	762337	3642	999272	12	763065	3655	236935	41	
20	8.764511	3624	9.999265	12	8.765246	3636	11.234754	40	
21	766675	3606	999257	12	767417	3618	232581	39	
22	768828	3588	999250	12	769578	3600	230422	38	
23	770970	3570	999242	12	771727	3583	228273	37	
24	773101	3553	999235	12	773866	3565	226134	36	
25	8.775223	3535	9.999227	12	8.775995	3548	11.224005	35	
26	777333	3518	999220	13	778114	3531	221886	34	
27	779434	3501	999212	13	780222	3514	219778	33	
28	781524	3484	999205	13	782320	3497	217680	32	
29	783605	3467	999197	13	784408	3480	215592	31	
30	8.785675	3451	9.999189	13	8.786486	3464	11.213514	30	
31	787736	3434	999181	13	788554	3447	211446	29	
32	789787	3418	999174	13	790613	3431	209387	28	
33	791828	3402	999166	13	792662	3415	207338	27	
34	793859	3386	999158	13	794701	3399	205299	26	
35	8.795881	3370	9.999150	13	8.796731	3383	11.203269	25	
36	797894	3354	999142	13	798752	3368	201248	24	
37	799897	3339	999134	13	800763	3352	199237	23	
38	801892	3323	999126	13	802765	3337	197235	22	
39	803876	3308	999118	13	804758	3322	195242	21	
40	8.805852	3293	9.999110	13	8.806742	3306	11.193358	20	
41	807819	3278	999102	13	808717	3292	191283	19	
42	809777	3263	999094	14	810683	3277	189317	18	
43	811726	3249	999086	14	812641	3262	187359	17	
44	813667	3234	999077	14	814589	3248	185411	16	
45	8.815599	3219	9.999069	14	8.816529	3233	11.183471	15	
46	817522	3205	999061	14	818461	3219	181539	14	
47	819436	3191	999053	14	820384	3205	179616	13	
48	821343	3178	999044	14	822298	3191	177702	12	
49	823240	3163	999036	14	824205	3177	175795	11	
50	8.825130	3149	9.999027	14	8.82603	3163	11.173897	10	
51	827011	3135	999019	14	827997	3150	172008	9	
52	828884	3122	999010	14	829874	3136	170126	8	
53	830749	3108	999002	14	831748	3123	168252	7	
54	832607	3095	998993	14	833613	3109	166387	6	
55	8.834456	3082	9.998984	14	8.835471	3096	11.164529	5	
56	836297	3069	998976	14	837321	3083	162679	4	
57	838130	3056	998967	14	839163	3070	160837	3	
58	839956	3043	998958	14	840998	3057	159002	2	
59	841774	3030	998950	15	842825	3045	157175	1	
4°	843585	3017	998941	15	844644	3032	155356		86°

4°	Logarithm. Sinus				Logarithm. Tangens				86°
1	8.845187	3005	9.998932	15	8.846455	3019	11.153545	59	
2	847183	2992	991923	15	848260	3007	151740	58	
3	848971	2980	998914	15	850057	2995	149943	57	
4	850751	2967	998905	15	851846	2982	148154	56	
5	852525	2955	9.998896	15	853628	2970	11.146372	55	
6	854291	2943	998887	15	855403	2958	144597	54	
7	856049	2931	998878	15	857171	2946	142829	53	
8	857801	2919	998869	15	858932	2935	141068	52	
9	859546	2908	998860	15	860686	2923	139314	51	
10	8.861283	2896	9.998851	15	8.862433	2911	11.137567	50	
11	863014	2884	998841	15	864173	2900	135827	49	
12	864738	2873	998832	15	865906	2888	134094	48	
13	866455	2861	998823	15	867632	2877	132368	47	
14	868165	2850	998813	15	869351	2866	130649	46	
15	8.869868	2839	9.998804	16	8.871064	2854	11.128936	45	
16	871565	2828	998795	16	872770	2843	127230	44	
17	873255	2817	998785	16	874469	2832	125531	43	
18	874938	2806	998776	16	876162	2821	123838	42	
19	876615	2795	998766	16	877849	2811	122151	41	
20	8.878285	2784	9.998757	16	8.879529	2800	11.120471	40	
21	879949	2773	998747	16	881202	2789	118798	39	
22	881607	2763	998738	16	882869	2779	117131	38	
23	883258	2752	998728	16	884530	2768	115470	37	
24	884903	2742	998718	16	886185	2758	113815	36	
25	8.886542	2731	9.998708	16	8.887833	2747	11.12167	35	
26	888174	2721	998699	16	889476	2737	110524	34	
27	889801	2711	998689	16	891112	2727	108888	33	
28	891421	2700	998679	16	892742	2717	107258	32	
29	893035	2690	998669	16	894366	2707	105634	31	
30	8.894643	2680	9.998659	17	8.895984	2697	11.104016	30	
31	896246	2670	998649	17	897596	2687	102404	29	
32	897842	2660	998639	17	899203	2677	100727	28	
33	899432	2651	998629	17	900803	2667	999197	27	
34	901017	2641	998619	17	902398	2658	997602	26	
35	8.902526	2631	9.998609	17	8.903987	2648	11.096013	25	
36	904169	2622	998599	17	905570	2638	994430	24	
37	905736	2613	998589	17	907147	2629	992853	23	
38	907297	2603	998578	17	908719	2620	991281	22	
39	908853	2593	998568	17	910285	2610	989715	21	
40	8.910404	2584	9.998558	17	8.911846	2601	11.088154	20	
41	911949	2575	998548	17	913401	2592	986599	19	
42	913488	2566	998537	17	914951	2583	985049	18	
43	915022	2556	998527	17	916495	2574	983505	17	
44	916550	2547	998516	17	918034	2565	981966	16	
45	8.918073	2538	9.998506	17	8.919568	2556	11.080432	15	
46	919591	2529	998495	17	921096	2547	978904	14	
47	921103	2520	998485	17	922619	2538	977381	13	
48	922619	2512	998474	18	924136	2529	975864	12	
49	924112	2503	998464	18	925649	2521	974351	11	
50	8.925609	2494	9.998453	18	8.927156	2512	11.072844	10	
51	927100	2486	998443	18	928658	2503	971342	9	
52	928587	2477	998431	18	930155	2495	969845	8	
53	930068	2469	998421	18	931647	2486	968353	7	
54	931544	2460	998410	18	933134	2478	966866	6	
55	8.933015	2452	9.998399	18	8.934616	2470	11.065384	5	
56	934481	2443	998388	18	936093	2461	963907	4	
57	935942	2435	998377	18	937565	2453	962435	3	
58	937398	2427	998366	18	939032	2445	960968	2	
59	938850	2419	998355	18	940494	2437	959506	1	
60	940296	2411	998344	18	941952	2429	958048		85°

5°	Logarithm. Sinus				Logarithm. Tangens			
1'	8.941738	2403	9.998333	18	8.943404	2421	11.056596	
2	943174	2394	998322	19	944852	2413	055148	
3	944606	2387	998311	18	946295	2405	053705	
4	946034	2379	998300	19	947734	2397	052266	
5	8.947456	2371	9.998289	19	8.949168	2390	11.050832	
6	948874	2363	998277	19	950597	2382	049403	
7	950287	2355	998266	19	952021	2374	047979	
8	951696	2348	998255	19	953441	2366	046559	
9	953100	2341	998243	19	954856	2359	045144	
10	8.954499	2332	9.998232	19	8.956267	2351	11.043733	
11	955894	2325	998220	19	957674	2344	042326	
12	957284	2317	998209	19	959075	2336	040925	
13	958670	2310	998197	19	960473	2329	039527	
14	960052	2302	998186	19	961866	2322	038134	
15	8.961429	2295	9.998174	19	8.963255	2313	11.036745	
16	962801	2288	998163	19	964639	2307	035361	
17	964170	2280	998151	20	966019	2300	033981	
18	965534	2273	998139	19	967394	2293	032606	
19	966893	2266	998128	20	968766	2286	031234	
20	8.968249	2259	9.998116	19	8.970133	2279	11.029867	
21	969600	2252	998104	20	971496	2271	028504	
22	970947	2245	998092	20	972855	2263	027145	
23	972289	2238	998080	20	974209	2257	025791	
24	973628	2231	998068	20	975560	2251	024440	
25	8.974962	2224	9.998056	20	8.976906	2244	11.023094	
26	976293	2217	998044	20	978248	2237	021752	
27	977619	2210	998032	20	979586	2230	020414	
28	978941	2203	998020	20	980921	2223	019079	
29	980259	2197	998008	20	982251	2217	017749	
30	8.981573	2190	9.997996	20	8.983577	2210	11.016423	
31	982883	2183	997984	20	984899	2204	015101	
32	984189	2177	997972	20	986217	2197	013783	
33	985491	2170	997959	20	987532	2191	012468	
34	986789	2163	997947	20	988842	2184	011158	
35	8.988083	2157	9.997935	20	8.990149	2178	11.009851	
36	989374	2150	997922	21	991451	2171	008549	
37	990660	2144	997910	21	992750	2165	007210	
38	991943	2138	997897	21	994045	2158	005955	
39	993222	2131	997885	21	995337	2152	004663	
40	8.994497	2125	9.997872	21	8.996624	2146	11.003376	
41	995768	2119	997860	21	997908	2140	002092	
42	997036	2112	997847	21	999188	2133	000812	
43	998299	2106	997835	21	9.000465	2127	10.999535	
44	999560	2100	997822	21	001738	2121	998262	
45	9.000816	2094	9.997809	21	9.003007	2115	10.996993	
46	002069	2088	997797	21	004272	2109	995728	
47	003318	2082	997784	21	005534	2103	994466	
48	004563	2076	997771	21	006792	2097	993208	
49	005805	2070	997758	21	008047	2091	991953	
50	9.007044	2064	9.997745	21	9.009298	2085	10.990702	
51	008278	2058	997732	22	010546	2079	989454	
52	009510	2052	997719	22	011790	2074	988210	
53	010737	2046	997706	22	013031	2068	986969	
54	011962	2040	997693	22	014268	2062	985732	
55	9.013182	2034	9.997680	22	9.015502	2056	10.984498	
56	014400	2029	997667	22	016732	2051	983268	
57	015613	2023	997654	22	017959	2045	982041	
58	016824	2017	997641	22	019183	2039	980817	
59	018031	2012	997628	22	020403	2034	979597	
6°	019235	2006	997614	22	021620	2028	978380	

6°	Logarithm. Sinus				Logarithm. Tangens				84°
1	9.020435	2001	9.997601	22	9.022834	2024	10.977166	59	59
2	021632	1995	997588	22	024044	2017	975956	58	58
3	022825	1989	997574	22	025251	2011	974749	57	57
4	024016	1984	997561	22	026455	2006	973545	56	56
5	9.025203	1978	9.997547	22	9.027655	2000	10.972345	55	55
6	026386	1973	997534	22	028852	1995	971148	54	54
7	027567	1967	997520	22	030046	1990	969954	53	53
8	028744	1962	997507	23	031237	1985	968763	52	52
9	029918	1957	997493	23	032425	1979	967575	51	51
10	9.031089	1951	9.997480	23	9.033609	1974	10.966391	50	50
11	032257	1946	997466	23	034791	1969	965209	49	49
12	033431	1941	997452	23	035969	1964	964031	48	48
13	034582	1935	997439	23	037144	1958	962856	47	47
14	035741	1930	997425	23	038316	1953	961684	46	46
15	9.036896	1925	9.997411	23	9.039485	1948	10.960515	45	45
16	038048	1920	997397	23	040651	1943	959349	44	44
17	039197	1915	997383	23	041813	1938	958187	43	43
18	040342	1910	997369	23	042973	1933	957027	42	42
19	041485	1905	997355	23	044130	1928	955870	41	41
20	9.042625	1899	9.997341	23	9.045284	1923	10.954716	40	40
21	043762	1895	997327	23	046434	1918	953566	39	39
22	044895	1889	997313	23	047582	1913	952418	38	38
23	046036	1884	997299	23	048727	1908	951273	37	37
24	047154	1879	997285	23	049869	1903	950131	36	36
25	9.048279	1873	9.997271	24	9.051008	1898	10.948992	35	35
26	049400	1870	997257	24	052144	1893	947856	34	34
27	050519	1865	997242	24	053277	1889	946723	33	33
28	051635	1860	997228	24	054407	1884	945593	32	32
29	052749	1855	997214	24	055535	1879	944465	31	31
30	9.053859	1850	9.997199	24	9.056659	1874	10.943341	30	30
31	054966	1845	997185	24	057781	1870	942219	29	29
32	056071	1841	997170	24	058900	1865	941100	28	28
33	057172	1836	997156	24	060016	1860	939984	27	27
34	058271	1831	997141	24	061136	1855	938870	26	26
35	9.059367	1827	9.997127	24	9.062240	1851	10.937760	25	25
36	060460	1822	997112	24	063348	1846	936652	24	24
37	061551	1817	997098	24	064453	1842	935547	23	23
38	062639	1813	997083	24	065556	1837	934444	22	22
39	063724	1808	997068	24	066655	1833	933345	21	21
40	9.064806	1804	9.997053	24	9.067752	1828	10.932248	20	20
41	065885	1799	997039	25	068846	1824	931154	19	19
42	066962	1794	997024	25	069938	1819	930062	18	18
43	068036	1790	997009	25	071027	1815	928973	17	17
44	069107	1786	996994	25	072113	1810	927887	16	16
45	9.070176	1781	9.996979	25	9.073197	1806	10.926803	15	15
46	071242	1776	996964	25	074278	1802	925722	14	14
47	072306	1772	996949	25	075356	1797	924644	13	13
48	073366	1768	996934	25	076432	1793	923568	12	12
49	074424	1763	996919	25	077505	1789	922495	11	11
50	9.075480	1759	9.996904	25	9.078576	1784	10.921424	10	10
51	076533	1755	996889	25	079644	1780	920356	9	9
52	077583	1750	996874	25	080710	1776	919290	8	8
53	078631	1746	996858	25	081773	1772	918227	7	7
54	079676	1742	996843	25	082833	1767	917167	6	6
55	9.080719	1738	9.996828	25	9.083891	1763	10.916109	5	5
56	081759	1733	996812	25	084947	1759	915053	4	4
57	082797	1729	996797	26	086000	1755	914000	3	3
58	083832	1725	996782	26	087050	1752	912950	2	2
59	084864	1721	996766	26	088098	1747	911902	1	1
7°	085894	1717	996751	26	089144	1743	910856	83°	83

Logarithm. Sinus					Logarithm. Tangens					82
1	9.086922	1713	9.996735	26	9.090187	1738	10.909813	59		
2	087947	1709	996720	26	091228	1735	908772	58		
3	088970	1704	996704	26	092266	1730	907734	57		
4	089990	1700	996688	26	093302	1726	906698	56		
5	9.091008	1696	9.996673	26	9.094336	1722	10.905664	55		
6	092024	1692	996657	26	095367	1719	904633	54		
7	093037	1688	996641	26	096395	1715	903605	53		
8	094047	1684	996625	26	097422	1711	902578	52		
9	095056	1680	996610	26	098446	1707	901554	51		
10	9.096062	1676	9.996594	26	9.099468	1703	10.900532	50		
11	097065	1673	996578	26	100487	1699	899513	49		
12	098066	1668	996562	26	101504	1695	898496	48		
13	099065	1665	996546	27	102519	1691	897481	47		
14	100062	1661	996530	27	103532	1687	896468	46		
15	9.101056	1657	9.996514	27	9.104542	1684	10.895458	45		
16	102048	1653	996498	27	105550	1680	894450	44		
17	103037	1649	996482	27	106556	1676	893444	43		
18	104025	1645	996465	27	107559	1671	892441	42		
19	105010	1642	996449	27	108560	1668	891440	41		
20	9.105992	1638	9.996433	27	9.109559	1665	10.890441	40		
21	106973	1634	996417	27	110556	1661	889444	39		
22	107951	1630	996400	27	111551	1658	888449	38		
23	108227	1627	996384	27	112543	1654	887457	37		
24	109901	1623	996368	27	113533	1650	886467	36		
25	9.110873	1619	9.996351	27	9.114521	1647	10.885479	35		
26	111842	1616	996335	27	115507	1643	884493	34		
27	112809	1612	996318	27	116491	1639	883509	33		
28	113774	1608	996302	27	117472	1636	882528	32		
29	114737	1605	996285	28	118452	1632	881548	31		
30	9.115698	1601	9.996269	28	9.119429	1629	10.880571	30		
31	116656	1597	996252	28	120404	1625	879596	29		
32	117613	1594	996235	28	121377	1622	878623	28		
33	118567	1590	996219	28	122348	1619	877652	27		
34	119519	1587	996202	28	123317	1615	876683	26		
35	9.120469	1583	9.996185	28	9.124284	1611	10.875716	25		
36	121417	1580	996168	28	125249	1608	874751	24		
37	122362	1576	996151	28	126211	1604	873789	23		
38	123306	1573	996134	28	127172	1601	872828	22		
39	124248	1569	996117	28	128130	1598	871870	21		
40	9.125187	1566	9.996100	28	9.129087	1594	10.870913	20		
41	126125	1562	996083	28	130041	1591	869959	19		
42	127060	1559	996066	28	130994	1587	869006	18		
43	127993	1556	996049	28	131944	1584	868056	17		
44	128925	1552	996032	28	132893	1581	867107	16		
45	9.129854	1549	9.996015	29	9.133839	1577	10.866161	15		
46	130781	1545	995998	29	134784	1574	865216	14		
47	131706	1542	995980	29	135726	1571	864274	13		
48	132630	1539	995963	29	136667	1567	863333	12		
49	133551	1535	995946	29	137605	1564	862395	11		
50	9.134470	1532	9.995928	29	9.138542	1561	10.861458	10		
51	135387	1529	995911	29	139476	1558	860524	9		
52	136303	1525	995894	29	140409	1555	859591	8		
53	137216	1522	995876	29	141340	1551	858660	7		
54	138128	1519	995859	29	142269	1548	857731	6		
55	9.139037	1516	9.995841	29	9.143196	1545	10.856804	5		
56	139944	1512	995823	29	144121	1542	855879	4		
57	140850	1509	995806	29	145046	1539	854956	3		
58	141754	1506	995788	29	145966	1535	854034	2		
59	142655	1503	995771	29	146885	1532	853115	1		
60	143555	1500	995753	29	147803	1529	852197	82		

8°	Logarithm. Sinus				Logarithm. Tangens				82°
1	9.144453	1496	9.995755	30	9.148718	1526	10.851282	59	
2	145349	1493	995717	30	149632	1523	850368	58	
3	146243	1490	995699	30	150544	1520	849456	57	
4	147136	1487	995681	30	151454	1517	848546	56	
5	9.148026	1484	9.995664	30	9.152363	1514	10.847637	55	
6	148915	1481	995646	30	153269	1511	846731	54	
7	149802	1478	995628	30	154174	1508	845826	53	
8	150686	1475	995610	30	155077	1505	844923	52	
9	151569	1472	995591	30	155978	1502	844022	51	
10	9.152451	1469	9.995573	30	9.156877	1499	10.843123	50	
11	153330	1466	995555	30	157775	1496	842225	49	
12	154208	1463	995537	30	158671	1493	841329	48	
13	155083	1460	995519	30	159565	1490	840435	47	
14	155957	1457	995501	30	160457	1487	839543	46	
15	9.156830	1454	9.995482	30	9.161347	1484	10.838653	45	
16	157700	1451	995464	30	162236	1481	837764	44	
17	158569	1448	995446	31	163123	1478	836877	43	
18	159435	1445	995427	31	164008	1475	835992	42	
19	160301	1442	995409	31	164893	1473	835108	41	
20	9.161164	1439	9.995390	31	9.165774	1470	10.834226	40	
21	162025	1436	995372	31	166654	1467	833346	39	
22	162885	1433	995353	31	167532	1464	832468	38	
23	163743	1430	995334	31	168409	1461	831591	37	
24	164600	1427	995316	31	169284	1458	830716	36	
25	9.165454	1424	9.995297	31	9.170157	1455	10.829843	35	
26	166307	1422	995278	31	171029	1453	828971	34	
27	167159	1419	995260	31	171899	1450	828101	33	
28	168008	1416	995241	31	172767	1447	827233	32	
29	168856	1413	995222	31	173634	1444	826366	31	
30	9.169702	1410	9.995203	31	9.174499	1442	10.825501	30	
31	170547	1407	995184	31	175362	1439	824638	29	
32	171389	1405	995165	32	176224	1436	823776	28	
33	172230	1402	995146	32	177084	1433	822916	27	
34	173070	1399	995127	32	177942	1431	822058	26	
35	9.173908	1396	9.995108	32	9.178799	1428	10.821201	25	
36	174744	1394	995089	32	179655	1425	820345	24	
37	175578	1391	995070	32	180508	1423	819492	23	
38	176411	1388	995051	32	181360	1420	818640	22	
39	177242	1385	995032	32	182211	1417	817789	21	
40	9.178073	1383	9.995013	32	9.183059	1415	10.816941	20	
41	178900	1380	994993	32	183907	1412	816093	19	
42	179726	1377	994974	32	184753	1409	815248	18	
43	180551	1374	994955	32	185597	1407	814403	17	
44	181374	1372	994935	32	186439	1404	813561	16	
45	9.182196	1369	9.994916	32	9.187280	1402	10.812720	15	
46	183016	1367	994896	32	188120	1399	811880	14	
47	183834	1364	994877	32	188958	1396	811042	13	
48	184651	1361	994857	33	189794	1394	810206	12	
49	185466	1359	994838	33	190629	1391	809371	11	
50	9.186280	1356	9.994818	33	9.191462	1389	10.808538	10	
51	187092	1353	994798	33	192294	1386	807706	9	
52	187903	1351	994779	33	193124	1384	806876	8	
53	188712	1348	994759	33	193953	1381	806047	7	
54	189519	1346	994739	33	194780	1379	805220	6	
55	9.190325	1343	9.994719	33	9.195606	1376	10.804394	5	
56	191130	1341	994700	33	196430	1374	803570	4	
57	191933	1338	994680	33	197253	1371	802747	3	
58	192734	1336	994660	33	198074	1369	801926	2	
59	193534	1333	994640	33	198894	1366	801106	1	
9°	194332	1330	994620	33	199713	1364	800287	81	

9°			Logarithm. Sinus		Logarithm. Tangens		
1	9.195129	1328	9.994600	33	9.200529	1361	10.799471
2	195925	1326	994580	33	201345	1359	798651
3	196719	1323	994560	33	202159	1356	797841
4	197511	1321	994540	33	202971	1354	797025
5	9.198302	1318	9.994519	34	9.203782	1352	10.796218
6	199091	1316	994499	34	204593	1349	795408
7	199879	1313	994479	34	205400	1347	794600
8	200666	1311	994459	34	206207	1345	793793
9	201451	1308	994438	34	207013	1343	792987
10	9.202234	1306	9.994418	34	9.207817	1340	10.792183
11	203017	1304	994398	34	208619	1338	791381
12	203797	1301	994377	34	209420	1335	790580
13	204577	1299	994357	34	210220	1333	789780
14	205354	1296	994336	34	211018	1331	788982
15	9.206131	1294	9.994316	34	9.211815	1328	10.788185
16	206906	1292	994295	34	212611	1326	787389
17	207679	1289	994274	34	213405	1324	786595
18	208452	1287	994254	34	214198	1321	785802
19	209222	1285	994233	34	214989	1319	785011
20	9.209992	1282	9.994212	35	9.215780	1317	10.784220
21	210760	1280	994191	35	216568	1314	783432
22	211526	1278	994171	35	217356	1312	782644
23	212291	1275	994150	35	218142	1310	781858
24	213055	1273	994129	35	218926	1308	781074
25	9.213818	1271	9.994108	35	9.219710	1305	10.780290
26	214579	1268	994087	35	220492	1303	779508
27	215338	1266	994066	35	221272	1301	778728
28	216097	1264	994045	35	222052	1299	777948
29	216854	1261	994024	35	222830	1297	777170
30	9.217609	1259	9.994003	35	9.223607	1294	10.776393
31	218363	1257	993982	35	224382	1292	775618
32	219116	1255	993960	35	225156	1290	774844
33	219868	1253	993939	35	225929	1288	774071
34	220618	1250	993918	35	226706	1286	773300
35	9.221367	1248	9.993897	35	9.227471	1284	10.772529
36	222115	1246	993875	35	228239	1281	771761
37	222861	1244	993854	36	229007	1279	770993
38	223606	1242	993832	36	229773	1277	770227
39	224349	1239	993811	36	230539	1275	769461
40	9.225092	1237	9.993789	36	9.231302	1273	10.768698
41	225833	1235	993768	36	232065	1271	767935
42	226573	1233	993746	36	232826	1269	767174
43	227311	1231	993725	36	233586	1267	766414
44	228048	1228	993703	36	234345	1265	765655
45	9.228784	1226	9.993681	36	9.235103	1262	10.764897
46	229518	1224	993660	36	235859	1260	764141
47	230252	1222	993638	36	236614	1258	763386
48	230984	1220	993616	36	237368	1256	762632
49	231715	1218	993594	36	238120	1254	761880
50	9.232444	1216	9.993572	36	9.238872	1252	10.761128
51	233172	1214	993550	36	239622	1250	760378
52	233899	1212	993528	36	240371	1248	759629
53	234625	1209	993506	37	241118	1246	758882
54	235349	1207	993484	37	241865	1244	758135
55	9.236073	1205	9.993462	37	9.242610	1242	10.757390
56	236795	1203	993440	37	243354	1240	756646
57	237515	1201	993418	37	244097	1238	755903
58	238235	1199	993396	37	244839	1236	755161
59	238953	1197	993374	37	245579	1234	754421
100	239670	1195	993351	37	246319	1232	753681

10°	Logarithm. Sinus				Logarithm. Tangens				80°
1	9.240386	1193	9.993329	37	9.247057	1230	10.752943	59	
2	241101	1191	993307	37	247794	1228	752206	58	
3	241814	1189	993284	37	248530	1226	751470	57	
4	242526	1187	993262	37	249264	1224	750736	56	
5	9.243237	1185	9.993240	37	9.249998	1222	10.750002	55	
6	243947	1183	993217	37	250730	1220	749270	54	
7	244656	1181	993195	37	251461	1218	748539	53	
8	245363	1179	993172	38	252191	1217	747809	52	
9	246069	1177	993149	38	252920	1215	747080	51	
10	9.246775	1175	9.993127	38	9.253648	1213	10.746352	50	
11	247478	1173	993104	38	254374	1211	745626	49	
12	248181	1171	993081	38	255100	1209	744900	48	
13	248883	1169	993059	38	255824	1207	744176	47	
14	249583	1167	993036	38	256547	1205	743453	46	
15	9.250282	1165	9.993013	38	9.257269	1203	10.742731	45	
16	250980	1163	992990	38	257990	1201	742010	44	
17	251677	1161	992967	38	258710	1200	741290	43	
18	252373	1159	992944	38	259429	1198	740571	42	
19	253067	1157	992921	38	260146	1196	739854	41	
20	9.253761	1156	9.992898	38	9.260863	1194	10.739137	40	
21	254453	1154	992875	38	261578	1192	738422	39	
22	255144	1152	992852	38	262292	1190	737708	38	
23	255834	1150	992829	38	263005	1189	736995	37	
24	256523	1148	992806	39	263717	1187	736283	36	
25	9.257211	1146	9.992783	39	9.264428	1185	10.735572	35	
26	257898	1144	992759	39	265138	1183	734862	34	
27	258583	1142	992736	39	265847	1181	734153	33	
28	259268	1141	992713	39	266555	1179	733445	32	
29	259951	1139	992690	39	267261	1178	732739	31	
30	9.260633	1137	9.992666	39	9.267967	1176	10.732033	30	
31	261314	1135	992643	39	268671	1174	731329	29	
32	261994	1133	992619	39	269375	1172	730625	28	
33	262673	1131	992596	39	270077	1170	729923	27	
34	263351	1130	992572	39	270779	1169	729221	26	
35	9.264027	1128	9.992549	39	9.271479	1167	10.728521	25	
36	264703	1126	992525	39	272178	1165	727822	24	
37	265377	1124	992501	39	272876	1164	727124	23	
38	266051	1122	992478	39	273573	1162	726427	22	
39	266723	1120	992454	39	274269	1160	725731	21	
40	9.267395	1119	9.992430	40	9.274964	1158	10.725036	20	
41	268065	1117	992406	40	275658	1157	724342	19	
42	268734	1115	992382	40	276351	1155	723649	18	
43	269402	1113	992359	40	277043	1153	722957	17	
44	270069	1112	992335	40	277734	1151	722266	16	
45	9.270735	1110	9.992311	40	9.278424	1150	10.721576	15	
46	271400	1108	992287	40	279113	1148	720887	14	
47	272064	1106	992263	40	279801	1146	720199	13	
48	272726	1105	992239	40	280488	1145	719512	12	
49	273388	1103	992214	40	281174	1143	718826	11	
50	9.274049	1101	9.992190	40	9.281858	1141	10.718142	10	
51	274708	1099	992166	40	282542	1140	717458	9	
52	275367	1098	992142	40	283225	1138	716775	8	
53	276025	1096	992118	40	283907	1136	716093	7	
54	276681	1094	992093	40	284588	1135	715412	6	
55	9.277337	1092	9.992069	40	9.285268	1133	10.714732	5	
56	277991	1091	992044	41	285947	1131	714053	4	
57	278645	1089	992020	41	286624	1130	713375	3	
58	279297	1087	991996	41	287301	1128	712699	2	
59	279948	1086	991971	41	287977	1126	712023	1	
100	280599	1084	991947	41	288652	1125	711348		79°

I I°	Logarithm. Sinus				Logarithm. Tangens				79°
1'	9.281248	1082	9.991922	41	9.289326	1123	10.710674	59'	
2	281897	1081	991897	41	289999	1122	710001	58	
3	282544	1079	991873	41	290671	1120	709329	57	
4	283190	1077	991848	41	291342	1118	708658	56	
5	9.283836	1076	9.991823	41	9.292013	1117	10.707987	55	
6	284480	1074	991799	41	292682	1115	707318	54	
7	285124	1072	991774	41	293350	1114	706650	53	
8	285766	1071	991749	41	294017	1112	705983	52	
9	286408	1069	991724	41	294684	1111	705316	51	
10	9.287048	1067	9.991699	41	9.295349	1109	10.704651	50	
11	287688	1066	991674	42	296013	1107	703987	49	
12	288326	1064	991649	41	296677	1106	703323	48	
13	288964	1063	991624	42	297339	1104	702661	47	
14	289600	1061	991599	42	298001	1103	701999	46	
15	9.290236	1059	9.991574	42	9.298662	1101	10.701338	45	
16	290870	1058	991549	42	299322	1100	700678	44	
17	291504	1056	991524	42	299980	1098	700020	43	
18	292137	1054	991498	42	300638	1096	699362	42	
19	292768	1053	991473	42	301295	1095	698705	41	
20	9.293399	1051	9.991448	42	9.301951	1093	10.698049	40	
21	294029	1050	991423	42	302607	1092	697393	39	
22	294658	1048	991397	42	303261	1090	696739	38	
23	295286	1046	991372	42	303914	1089	696086	37	
24	295913	1045	991346	42	304567	1087	695433	36	
25	9.296539	1043	9.991321	42	9.305218	1086	10.694782	35	
26	297164	1042	991295	42	305869	1084	694131	34	
27	297788	1040	991270	43	306519	1083	693481	33	
28	298412	1039	991244	43	307168	1081	692832	32	
29	299034	1037	991218	43	307815	1080	692185	31	
30	9.299655	1036	9.991193	43	9.308463	1078	10.691537	30	
31	300276	1034	991167	43	309109	1077	690891	29	
32	300895	1032	991141	43	309754	1075	690246	28	
33	301514	1031	991115	43	310399	1074	689601	27	
34	302132	1029	991090	43	311042	1073	688958	26	
35	9.302748	1028	9.991064	43	9.311685	1071	10.688315	25	
36	303364	1026	991038	43	312327	1070	687673	24	
37	303979	1025	991012	43	312968	1068	687032	23	
38	304593	1023	990986	43	313608	1067	686392	22	
39	305207	1022	990960	43	314247	1065	685753	21	
40	9.305819	1020	9.990934	43	9.314885	1064	10.685115	20	
41	306430	1019	990908	43	315523	1062	684477	19	
42	307041	1017	990882	44	316159	1061	683841	18	
43	307650	1016	990855	44	316795	1060	683205	17	
44	308259	1014	990829	44	317430	1058	682570	16	
45	9.308867	1013	9.990803	44	9.318064	1057	10.681936	15	
46	309474	1011	990777	44	318697	1055	681303	14	
47	310080	1010	990750	44	319330	1054	680670	13	
48	310685	1008	990724	44	319961	1053	680039	12	
49	311289	1007	990697	44	320592	1051	679408	11	
50	9.311893	1006	9.990671	44	9.321222	1050	10.678778	10	
51	312495	1004	990645	44	321851	1048	678149	9	
52	313097	1003	990618	44	322479	1047	677521	8	
53	313698	1001	990591	44	323106	1045	676894	7	
54	314297	1000	990565	44	323733	1044	676267	6	
55	9.314897	998	9.990538	44	9.324358	1043	10.675642	5	
56	315495	997	990511	44	324983	1041	675017	4	
57	316092	996	990485	44	325607	1040	674393	3	
58	316689	994	990458	45	326231	1039	673769	2	
59'	317284	993	990431	45	326853	1037	673147	1'	
12°	317879	991	990404	45	327475	1036	672525		78°

12°	Logarithm. Sinus				Logarithm. Tangens				78°
1	9.318478	990	9.990378	45	9.328095	1035	10.671905	59	
2	319066	988	990351	45	328715	1033	671385	58	
3	319658	987	990324	45	329334	1032	670666	57	
4	320249	986	990297	45	329953	1030	670047	56	
5	9.320840	984	9.990270	45	9.330570	1029	10.669430	55	
6	321430	983	990243	45	331187	1028	668813	54	
7	322019	981	990215	45	331803	1026	668197	53	
8	322607	980	990188	45	332418	1025	667582	52	
9	323194	979	990161	45	333033	1024	666967	51	
10	9.323780	977	9.990134	45	9.333646	1023	10.666354	50	
11	324366	976	990107	45	334259	1021	665741	49	
12	324950	975	990079	45	334871	1020	665129	48	
13	325534	973	990052	45	335482	1019	664518	47	
14	326117	972	990025	45	336093	1017	663907	46	
15	9.326700	970	9.989997	46	9.336702	1016	10.663298	45	
16	327281	969	989970	46	337311	1015	662689	44	
17	327862	968	989942	46	337919	1013	662081	43	
18	328442	966	989915	46	338527	1012	661473	42	
19	329021	965	989887	46	339133	1011	660867	41	
20	9.329599	964	9.989860	46	9.339739	1010	10.660261	40	
21	330176	963	989832	46	340344	1008	659656	39	
22	330753	961	989804	46	340948	1007	659052	38	
23	331329	960	989777	46	341552	1006	658448	37	
24	331903	958	989749	46	342155	1004	657845	36	
25	9.332478	957	9.989721	46	9.342757	1003	10.657243	35	
26	333051	956	989693	46	343358	1002	656642	34	
27	333624	954	989665	46	343958	1001	656042	33	
28	334195	953	989637	47	344558	999	655442	32	
29	334767	952	989610	47	345157	998	654843	31	
30	9.335337	950	9.989582	47	9.345755	997	10.654245	30	
31	335906	949	989553	47	346353	996	653647	29	
32	336475	948	989525	47	346949	994	653051	28	
33	337043	946	989497	47	347545	993	652455	27	
34	337610	945	989469	47	348141	992	651859	26	
35	9.338176	944	9.989441	47	9.348735	991	10.651265	25	
36	338742	943	989413	47	349329	990	650671	24	
37	339307	941	989385	47	349922	988	650078	23	
38	339871	940	989356	47	350514	987	649486	22	
39	340434	939	989328	47	351106	986	648894	21	
40	9.340996	937	9.989300	47	9.351697	985	10.648303	20	
41	341558	936	989271	47	352287	983	647713	19	
42	342119	935	989243	47	352876	982	647124	18	
43	342679	934	989214	47	353465	981	646535	17	
44	343239	932	989186	48	354053	980	645947	16	
45	9.343797	931	9.989157	47	9.354640	979	10.645360	15	
46	344355	930	989128	48	355227	977	644773	14	
47	344912	929	989100	48	355813	976	644187	13	
48	345469	927	989071	48	356398	975	643602	12	
49	346024	926	989042	48	356982	974	643018	11	
50	9.346579	925	9.989014	48	9.357566	973	10.642454	10	
51	347134	924	988985	48	358149	971	641851	9	
52	347687	922	988956	48	358731	970	641269	8	
53	348240	921	988927	48	359313	969	640687	7	
54	348792	920	988898	48	359893	968	640107	6	
55	9.349343	919	9.988869	48	9.360474	967	10.639526	5	
56	349893	917	988840	48	361053	966	638947	4	
57	350443	916	988811	48	361632	965	638368	3	
58	350992	915	988782	48	362210	963	637790	2	
59	351540	914	988753	48	362787	962	637213	1	
60	352088	912	988724	48	363364	961	636636		77°

13°	Logarithm. Sinus				Logarithm. Tangens		
1'	9.352635	911	9.988695	49	9.363940	960	10.636066
2	353181	910	988666	49	364515	959	635485
3	353726	909	988636	49	365090	958	634910
4	354271	908	988607	49	365664	956	634336
5	9.354815	907	9.988578	49	9.366237	955	10.633763
6	355358	905	988548	49	366810	954	633190
7	355901	904	988519	49	367382	953	632618
8	356443	903	988489	49	367953	952	632047
9	356984	902	988460	49	368524	951	631476
10	9.357524	901	9.988430	49	9.369094	950	10.630906
11	358064	899	988401	49	369663	949	630337
12	358603	898	988371	49	370232	948	629768
13	359141	897	988342	49	370799	946	629201
14	359678	896	988312	49	371367	945	628633
15	9.360215	895	9.988282	49	9.371933	944	10.628067
16	360752	893	988252	50	372499	943	627501
17	361287	892	988223	50	373064	942	626936
18	361822	891	988193	50	373629	941	626371
19	362356	890	988163	50	374193	940	625807
20	9.362889	889	9.988133	50	9.374756	939	10.625244
21	363422	888	988103	50	375319	938	624681
22	363954	887	988073	50	375881	937	624119
23	364485	885	988043	50	376442	935	623558
24	365016	884	988013	50	377003	934	622997
25	9.365546	883	9.987983	50	9.377563	933	10.622437
26	366075	882	987953	50	378122	932	621878
27	366604	881	987922	50	378681	931	621319
28	367131	880	987892	50	379239	930	620761
29	367659	879	987862	50	379797	929	620203
30	9.368185	878	9.987832	50	9.380354	928	10.619646
31	368711	876	987801	50	380910	927	619090
32	369236	875	987771	51	381466	926	618534
33	369761	874	987740	51	382020	925	617980
34	370285	873	987710	51	382575	924	617425
35	9.370808	872	9.987679	51	9.383129	923	10.616871
36	371330	871	987649	51	383682	922	616318
37	371852	870	987618	51	384234	921	615766
38	372378	869	987588	51	384786	920	615214
39	372894	867	987557	51	385337	919	614663
40	9.373414	866	9.987526	51	9.385888	918	10.614112
41	373933	865	987496	51	386438	917	614062
42	374452	864	987465	51	386987	915	613513
43	374970	863	987434	51	387536	914	612964
44	375487	862	987403	51	388084	913	611916
45	9.376003	861	9.987372	51	9.388631	912	10.611369
46	376519	860	987341	51	389178	911	610822
47	377035	859	987310	52	389724	910	610276
48	377549	858	987279	52	390270	909	609730
49	378063	857	987248	52	390815	908	609185
50	9.378577	856	9.987217	52	9.391360	907	10.608640
51	379089	854	987186	52	391903	906	608097
52	379601	853	987155	52	392447	905	607553
53	380113	852	987124	52	392989	904	607011
54	380624	851	987092	52	393531	903	606469
55	9.381134	850	9.987061	52	9.394073	902	10.605927
56	381643	849	987030	52	394614	901	605386
57	382152	848	986998	52	395154	900	604846
58	382661	847	986967	52	395694	899	604306
59'	383168	846	986936	52	396233	898	603767
14°	383675	845	986904	52	396771	897	603229

14°	Logarithm. Sinus				Logarithm. Tangens				76
1	9.384182	844	9.986873	52	9.397309	896	10.602691	59	
2	384687	843	986841	53	397846	896	602154	58	
3	385192	842	986809	53	398383	894	601617	57	
4	385697	841	986778	53	398919	893	601081	56	
5	9.386201	840	9.986746	53	9.399455	893	10.600545	55	
6	386704	839	986714	53	399990	891	600010	54	
7	387207	838	986683	53	400524	891	599476	53	
8	387709	837	986651	53	401058	890	598942	52	
9	388210	836	986619	53	401591	889	598409	51	
10	9.388711	835	9.986587	53	9.402124	888	10.597876	50	
11	389211	834	986555	53	402656	887	597344	49	
12	389711	832	986523	53	403187	886	596813	48	
13	390210	832	986491	53	403718	885	596282	47	
14	390708	830	986459	53	404249	884	595751	46	
15	9.391206	830	9.986427	53	9.404778	883	10.595222	45	
16	391703	828	986395	53	405308	882	594692	44	
17	392199	827	986363	54	405836	881	594164	43	
18	392695	826	986331	54	406364	880	593636	42	
19	393191	825	986299	54	406892	879	593108	41	
20	9.393685	824	9.986266	54	9.407419	878	10.592581	40	
21	394179	824	986234	54	407945	877	592055	39	
22	394673	822	986202	54	408471	876	591529	38	
23	395166	821	986169	54	408996	875	591004	37	
24	395658	820	986137	54	409521	874	590479	36	
25	9.396150	820	9.986104	54	9.410045	874	10.589955	35	
26	396641	818	986072	54	410569	873	589431	34	
27	397132	817	986039	54	411092	872	588908	33	
28	397621	817	986007	54	411615	871	588385	32	
29	398111	816	985974	54	412137	870	587863	31	
30	9.398600	814	9.985942	54	9.412658	869	10.587342	30	
31	399088	814	985909	54	413179	868	586821	29	
32	399575	813	985876	54	413699	867	586301	28	
33	400062	812	985843	55	414219	866	585781	27	
34	400549	811	985811	55	414738	865	585262	26	
35	9.401035	810	9.985778	55	9.415257	864	10.584743	25	
36	401520	809	985745	55	415775	864	584225	24	
37	402005	808	985712	55	416293	863	583707	23	
38	402489	807	985679	55	416810	862	583190	22	
39	402972	806	985646	55	417326	861	582674	21	
40	9.403455	805	9.985613	55	9.417842	860	10.582158	20	
41	403938	804	985580	55	418358	859	581642	19	
42	404420	803	985547	55	418873	858	581127	18	
43	404901	802	985514	55	419387	857	580613	17	
44	405382	801	985480	55	419901	856	580099	16	
45	9.405862	800	9.985447	55	9.420415	855	10.579585	15	
46	406341	799	985414	55	420927	855	579073	14	
47	406820	798	985381	55	421440	854	578560	13	
48	407299	797	985347	56	421952	853	578048	12	
49	407777	796	985314	55	422463	852	577537	11	
50	9.408254	795	9.985280	56	9.422974	851	10.577026	10	
51	408731	794	985247	56	423484	850	576516	9	
52	409207	794	985213	56	423993	849	576007	8	
53	409682	793	985180	56	424503	848	575497	7	
54	410157	792	985146	56	425011	848	574989	6	
55	9.410632	791	9.985113	56	9.425519	847	10.574481	5	
56	411106	790	985079	56	426027	846	573973	4	
57	411579	789	985045	56	426534	845	573466	3	
58	412052	788	985011	56	427041	844	572959	2	
59	412524	787	984978	56	427547	843	572453	1	
15°	412996	786	984944	56	428052	843	571948	75°	

15°	Logarithm. Sinus				Logarithm. Tangens			
1	9.413467	785	9.984910	56	9.428558	842	10.571441	
2	413938	784	984876	56	429062	841	570938	
3	414408	783	984842	57	829566	840	570434	
4	414878	783	984808	56	430070	839	569938	
5	9.415347	782	9.984774	57	9.430573	838	10.569427	
6	415815	781	984740	57	431075	838	568925	
7	416283	780	984706	57	431577	837	568423	
8	416751	779	984672	57	432079	836	567921	
9	417217	778	984638	57	432580	835	567420	
10	9.417684	777	9.984603	57	9.433080	834	10.566920	
11	418150	776	984569	57	433580	833	566420	
12	418615	775	984535	57	434080	832	565920	
13	419079	774	984500	57	434579	832	565421	
14	419544	773	984466	57	435078	831	564922	
15	9.420007	773	9.984432	57	9.435576	830	10.564424	
16	420470	772	984397	57	436073	829	563927	
17	420933	771	984363	57	436570	828	563430	
18	421395	770	984328	57	437067	828	562933	
19	421857	769	984294	58	437563	827	562437	
20	9.422318	768	9.984259	58	9.438059	826	10.561941	
21	422778	767	984224	58	438554	825	561446	
22	423238	767	984190	58	439048	824	560952	
23	423697	766	984155	58	439543	823	560457	
24	424156	765	984120	58	440036	823	559964	
25	9.424615	764	9.984085	58	9.440529	822	10.559471	
26	425073	763	984050	58	441022	821	558978	
27	425530	762	984015	58	441514	820	558486	
28	425987	761	983981	58	442006	819	557994	
29	426443	760	983946	58	442497	819	557503	
30	9.426899	760	9.983911	58	9.442988	818	10.557012	
31	427354	759	983875	58	443479	817	556521	
32	427809	758	983840	58	443968	816	556032	
33	428263	757	983805	59	444458	816	555542	
34	428717	756	983770	58	444947	815	555053	
35	9.429170	755	9.983735	59	9.445435	814	10.554565	
36	429623	754	983700	59	445923	813	554077	
37	430075	754	983664	59	446411	812	553589	
38	430527	753	983629	59	446898	812	553102	
39	430978	752	983594	59	447384	811	552616	
40	9.431429	751	9.983558	59	9.447870	810	10.552130	
41	431879	750	983523	59	448356	809	551644	
42	432329	749	983487	59	448841	809	551159	
43	432778	749	983452	59	449325	808	550674	
44	433226	748	983416	59	449810	807	550190	
45	9.433675	747	9.983381	59	9.450294	806	10.549706	
46	434122	746	983345	59	450777	806	549223	
47	434569	745	983309	59	451260	805	548740	
48	435016	744	983273	59	451743	804	548257	
49	435462	744	983238	60	452225	803	547775	
50	9.435908	743	9.983202	60	9.452706	802	10.547294	
51	436353	742	983166	60	453187	802	546813	
52	436798	741	983130	60	453668	801	546332	
53	437242	740	983094	60	454148	800	545852	
54	437686	739	983058	60	454628	799	545372	
55	9.438129	739	9.983022	60	9.455107	799	10.544893	
56	438572	738	982986	60	455586	798	544414	
57	439014	737	982950	60	456064	797	543936	
58	439456	736	982914	60	456542	796	543458	
59	439897	735	982878	60	457019	796	542981	
16°	440338	735	982842	60	457496	795	542504	

Logarithm. Sinus				Logarithm. Tangens				74°	17°
9.440778	734	9.982805	60	9.457973	794	10.542027	59'		1'
441218	733	982769	60	458449	793	541551	58		2
441658	732	982733	60	458925	793	541075	57		3
442096	731	982696	61	459400	792	540600	56		4
9.442535	731	9.982660	61	9.459875	791	10.540125	55		5
442973	730	982624	61	460349	790	539651	54		6
443410	729	982587	61	460823	790	539177	53		7
443847	728	982551	61	461297	789	538703	52		8
444284	727	982514	61	461770	788	538230	51		9
9.444720	727	9.982477	61	9.462242	788	10.537758	50		10
445155	726	982441	61	462715	787	537285	49		11
445590	725	982404	61	463186	786	536814	48		12
446025	724	982367	61	463658	785	536342	47		13
446459	723	982331	61	464128	785	535872	46		14
9.446893	723	9.982294	61	9.464599	784	10.535401	45		15
447326	722	982257	61	465069	783	534931	44		16
447759	721	982220	61	465539	782	534461	43		17
448191	720	982183	62	466008	782	533992	42		18
448623	720	982146	61	466477	781	533523	41		19
9.449054	719	9.982109	62	9.466945	780	10.533055	40		20
449485	718	982072	62	467413	780	532587	39		21
449915	717	982035	62	467880	779	532120	38		22
450345	716	981998	62	468347	778	531653	37		23
450775	716	981961	62	468814	778	531186	36		24
9.451204	715	9.981924	62	9.469280	777	10.530720	35		25
451632	714	981886	62	469746	776	530254	34		26
452060	713	981849	62	470211	775	529789	33		27
452488	713	981812	62	470676	775	529324	32		28
452915	712	981774	62	471141	774	528859	31		29
9.453342	711	9.981737	62	9.471605	773	10.528395	30		30
453768	710	981700	62	472069	773	527931	29		31
454194	710	981662	62	472532	772	527468	28		32
454619	709	981625	62	472995	771	527005	27		33
455044	708	981587	62	473457	771	526543	26		34
9.455469	707	9.981549	63	9.473919	770	10.526081	25		35
455893	707	981512	63	474381	769	525619	24		36
456316	706	981474	63	474842	769	525158	23		37
456739	705	981436	63	475303	768	524697	22		38
457162	704	981399	63	475763	767	524237	21		39
9.457584	704	9.981361	63	9.476223	767	10.523777	20		40
458006	703	981323	63	476683	766	523317	19		41
458427	702	981285	63	477142	765	522858	18		42
458848	701	981247	63	477601	765	522399	17		43
459268	701	981209	63	478059	764	521941	16		44
9.459688	700	9.981171	63	9.478517	763	10.521483	15		45
460108	699	981133	63	478975	763	521025	14		46
460527	698	981095	63	479432	762	520568	13		47
460946	698	981057	63	479889	761	520111	12		48
461364	697	981019	64	480345	761	519655	11		49
9.461782	696	9.980981	64	9.480801	760	10.519199	10		50
462199	695	980942	64	481257	759	518743	9		
462616	695	980904	64	481712	759	518288	8		
463032	694	980866	64	482167	758	517833	7		
463448	693	980827	64	482621	757	517379	6		
9.463864	693	9.980789	64	9.483075	757	10.516925	5		
464279	692	980750	64	483529	756	516471	4		
464694	691	980712	64	483982	755	516018	3		
465108	690	980673	64	484435	755	515565	2		
465522	690	980635	64	484887	754	515113	1		
465935	689	980596	64	485339	753	514661		73°	I

7°

Logarithm. Sinus

1'	9.466348	688	9.980558	64
2	466761	688	980519	64
3	467173	687	980480	64
4	467585	686	980442	65
5	9.467996	685	9.980403	65
6	468407	685	980364	65
7	468817	684	980325	65
8	469227	683	980286	65
9	469637	683	980247	65
10	9.470046	682	9.980208	65
11	470455	681	980169	65
12	470863	680	980130	65
13	471271	680	980091	65
14	471679	679	980052	65
15	9.472086	678	9.980012	65
16	472492	678	979973	65
17	472898	677	979934	65
18	473304	676	979895	65
19	473710	676	979855	66
20	9.474115	675	9.979816	66
21	474519	674	979776	66
22	474923	674	979737	66
23	475327	673	979697	66
24	475730	673	979658	66
25	9.476133	672	9.979618	66
26	476536	671	979579	66
27	476938	670	979539	66
28	477340	669	979499	66
29	477741	669	979459	66
30	9.478142	668	9.979420	66
31	478542	667	979380	66
32	478942	667	979340	66
33	479342	666	979300	67
34	479741	665	979260	66
35	9.480140	665	9.979220	67
36	480539	664	979180	67
37	480937	663	979140	67
38	481334	663	979100	67
39	481731	662	979059	67
40	9.482128	661	9.979019	67
41	482525	661	978979	67
42	482921	660	978939	67
43	483316	659	978898	67
44	483712	659	978858	67
45	9.484107	658	9.978817	67
46	484501	657	978777	67
47	484895	657	978737	67
48	485289	656	978696	67
49	485682	655	978655	68
50	9.486075	655	9.978615	68
51	486467	654	978574	68
52	486860	653	978533	68
53	487251	653	978493	68
54	487643	652	978452	68
55	9.488034	651	9.978411	68
56	488424	651	978370	68
57	488814	650	978329	68
58	489204	650	978288	68
59	489593	649	978247	68
8°	489982	648	978206	68

Logarithm. Tangens

9.485791	753	10.514209
486242	752	513758
486693	751	513307
487143	751	512857
9.487593	750	10.512407
488043	749	511957
488492	749	511508
488941	748	511059
489390	747	510610
9.489838	747	10.510162
490286	746	509714
490733	746	509267
491180	745	508820
491627	744	508373
9.492073	744	10.507927
492519	743	507481
492965	743	507035
493410	742	506590
493854	741	506146
9.494299	740	10.505701
494743	740	505257
495186	739	504814
495630	739	504370
496072	738	503927
9.496515	737	10.503485
496957	737	503043
497399	736	502601
497841	736	502159
498282	735	501718
9.498722	734	10.501278
499163	734	500837
499603	733	500397
500042	733	499958
500481	732	499519
9.500920	731	10.499080
501359	731	498641
501797	730	498203
502235	730	497765
502672	729	497328
9.503109	728	10.496891
503546	728	496454
503982	727	496018
504418	727	495581
504854	726	495146
9.505289	725	10.494711
505724	725	494276
506159	724	493841
506593	724	493407
507027	723	492973
9.507460	722	10.492546
507893	722	492101
508326	721	491674
508759	721	491241
509191	720	490808
9.509622	719	10.490371
510054	719	489944
510485	718	489511
510916	718	489081
511346	717	488651
511776	717	488222

Logarithm. Sinus

Logarithm. Tangens

72°

9.490371	648	9.978165	68	9.512206	716	10.487794	59
490759	647	978124	69	512635	716	487365	58
491147	646	978083	68	513064	715	486936	57
491535	646	978042	69	513493	714	486507	56
9.491922	645	9.978001	69	9.513921	714	10.486079	55
492308	644	977959	69	514349	713	485651	54
492695	644	977918	69	514777	713	485223	53
493081	643	977877	69	515204	712	484796	52
493466	642	977835	69	515631	712	484369	51
9.493851	642	9.977794	69	9.516057	711	10.483943	50
494236	641	977752	69	516484	710	483516	49
494621	641	977711	69	516910	710	483090	48
495005	640	977669	69	517335	709	482665	47
495388	639	977628	69	517761	709	482239	46
9.495772	639	9.977586	69	9.518186	708	10.481814	45
496154	638	977544	69	518610	708	481390	44
496537	637	977503	70	519034	707	480966	43
496919	637	977461	69	519458	706	480542	42
497301	636	977419	70	519882	706	480118	41
9.497682	636	9.977377	70	9.520305	705	10.479695	40
498064	635	977335	70	520728	705	479272	39
498444	634	977293	70	521151	704	478849	38
498825	634	977251	70	521573	704	478427	37
499204	633	977209	70	521995	703	478005	36
9.499584	632	9.977167	70	9.522417	703	10.477583	35
499963	632	977125	70	522838	702	477162	34
500342	631	977083	70	523259	702	476741	33
500721	631	977041	70	523680	701	476320	32
501099	630	976999	70	524100	701	475900	31
9.501476	629	9.976957	70	9.524520	700	10.475480	30
501854	629	976914	70	524940	699	475060	29
502231	628	976872	70	525359	699	474641	28
502607	628	976830	71	525778	698	474222	27
502984	627	976787	71	526197	698	473803	26
9.503360	626	9.976745	71	9.526615	697	10.473385	25
503735	626	976702	71	527033	697	472967	24
504110	625	976660	71	527451	696	472549	23
504485	625	976617	71	527868	696	472132	22
504860	624	976574	71	528285	695	471715	21
9.505234	623	9.976532	71	9.528702	695	10.471298	20
505608	623	976489	71	529119	694	470881	19
505981	622	976446	71	529535	693	470465	18
506354	622	976404	71	529951	693	470049	17
506727	621	976361	71	530366	693	469634	16
9.507099	621	9.976318	71	9.530781	692	10.469219	15
507471	620	976275	71	531196	691	468804	14
507843	619	976232	71	531611	691	468389	13
508214	619	976189	72	532025	690	467975	12
508585	618	976146	72	532439	690	467561	11
9.508956	618	9.976103	72	9.532853	689	10.467147	10
509326	617	976060	72	533266	689	466734	9
509696	616	976017	72	533679	688	466321	8
510065	616	975974	72	534092	688	465908	7
510434	615	975930	72	534504	687	465496	6
9.510803	615	9.975887	72	9.534916	687	10.465084	5
511172	614	975844	72	535328	686	464672	4
511540	613	975801	72	535739	686	464261	3
511907	613	975757	72	536150	685	463850	2
512275	612	975714	72	536561	685	463439	1
512642	612	975670	72	536972	684	463028	71°

19°	Logarithm. Sinus				Logarithm. Tangens			
1	9.518009	611	9.975627	73	9.537382	684	10.462618	
2	513375	611	975583	72	537792	683	462201	
3	513741	610	975539	73	538202	683	461791	
4	514107	609	975496	73	538611	682	461381	
5	9.514472	609	9.975452	73	9.539020	682	10.460980	
6	514837	608	975408	73	539429	681	460571	
7	515202	608	975365	73	539837	681	460161	
8	515566	607	975321	73	540245	680	459751	
9	515930	607	975277	73	540653	680	459341	
10	9.516294	606	9.975233	73	9.541061	679	10.458933	
11	516657	605	975189	73	541468	679	458523	
12	517020	605	975145	73	541875	678	458113	
13	517382	604	975101	73	542281	678	457703	
14	517745	604	975057	73	542688	677	457293	
15	9.518107	603	9.975013	73	9.543094	677	10.456902	
16	518468	603	974969	73	543499	676	456501	
17	518829	602	974925	74	543905	676	456091	
18	519190	601	974880	74	544310	675	455681	
19	519551	601	974836	74	544715	675	455271	
20	9.519911	600	9.974792	74	9.545119	674	10.454881	
21	520271	600	974748	74	545524	674	454471	
22	520631	599	974703	74	545928	673	454071	
23	520990	599	974659	74	546331	673	453661	
24	521349	598	974614	74	546735	672	453261	
25	9.521707	598	9.974570	74	9.547138	672	10.452861	
26	522066	597	974525	74	547540	671	452461	
27	522424	596	974481	74	547943	671	452051	
28	522781	596	974436	74	548345	670	451651	
29	523138	595	974391	74	548747	670	451251	
30	9.523495	595	9.974347	74	9.549149	669	10.450851	
31	523852	594	974302	75	549550	669	450451	
32	524208	594	974257	75	549951	668	450041	
33	524564	593	974212	75	550352	668	449641	
34	524920	593	974167	75	550753	667	449241	
35	9.525275	592	9.974122	75	9.551153	667	10.448841	
36	525630	591	974077	75	551552	666	448441	
37	525984	591	974032	75	551952	666	448041	
38	526339	590	973987	75	552352	665	447641	
39	526693	590	973942	75	552750	665	447241	
40	9.527046	589	9.973897	75	9.553149	665	10.446851	
41	527400	589	973852	75	553548	664	446441	
42	527753	588	973807	75	553946	664	446041	
43	528105	588	973761	75	554344	663	445641	
44	528458	587	973716	75	554741	663	445241	
45	9.528810	587	9.973671	75	9.555139	662	10.444861	
46	529161	586	973625	76	555536	662	444461	
47	529513	586	973580	76	555933	661	444061	
48	529864	585	973535	76	556329	661	443661	
49	530215	585	973489	76	556725	660	443261	
50	9.530565	584	9.973444	76	9.557121	660	10.442871	
51	530915	583	973398	76	557517	659	442471	
52	531265	583	973352	76	557913	659	442071	
53	531614	582	973307	76	558308	659	441671	
54	531963	582	973261	76	558703	658	441271	
55	9.532312	581	9.973215	76	9.559097	658	10.440901	
56	532661	581	973169	76	559491	657	440501	
57	533009	580	973124	76	559885	657	440101	
58	533357	580	973078	76	560279	656	439701	
59	533704	579	973032	76	560673	656	439301	
20°	534052	579	972986	77	561066	655	438901	

20°	Logarithm. Sinus				Logarithm. Tangens				70°
1	9.534399	578	9.972940	77	9.561459	655	10.438541	59	59
2	534745	578	972894	77	561851	654	438149	58	58
3	535092	577	972848	77	562244	654	437756	57	57
4	535438	577	972802	77	562636	653	437364	56	56
5	9.535783	576	9.972755	77	9.563028	653	10.436972	55	55
6	536129	576	972709	77	563419	653	436581	54	54
7	536474	575	972663	77	563811	652	436189	53	53
8	536818	574	972617	77	564202	652	435798	52	52
9	537163	574	972570	77	564593	651	435407	51	51
10	9.537507	573	9.972524	77	9.564983	651	10.435017	50	50
11	537851	573	972478	77	565373	650	434627	49	49
12	538194	572	972431	77	565763	650	434237	48	48
13	538538	572	972385	77	566153	649	433847	47	47
14	538880	571	972338	77	566542	649	433458	46	46
15	9.539223	571	9.972291	78	9.566932	649	10.433068	45	45
16	539565	570	972245	78	567320	648	432680	44	44
17	539907	570	972198	78	567709	648	432291	43	43
18	540249	569	972151	78	568098	647	431902	42	42
19	540590	569	972105	78	568486	647	431514	41	41
20	9.540931	568	9.972058	78	9.568873	646	10.431127	40	40
21	541272	568	972011	78	569261	646	430739	39	39
22	541613	567	971964	78	569648	645	430352	38	38
23	541953	567	971917	78	570035	645	429965	37	37
24	542293	566	971870	78	570422	645	429578	36	36
25	9.542632	566	9.971823	78	9.570809	644	10.429191	35	35
26	542971	565	971776	78	571195	644	428805	34	34
27	543310	565	971729	78	571581	643	428419	33	33
28	543649	564	971682	78	571967	643	428033	32	32
29	543987	564	971635	79	572352	642	427648	31	31
30	9.544325	563	9.971588	79	9.572738	642	10.427262	30	30
31	544663	563	971540	79	573123	642	426877	29	29
32	545000	562	971493	79	573507	641	426493	28	28
33	545338	562	971446	79	573892	641	426108	27	27
34	545674	561	971398	79	574276	640	425724	26	26
35	9.546011	561	9.971351	79	9.574660	640	10.425340	25	25
36	546347	560	971303	79	575044	639	424956	24	24
37	546683	560	971256	79	575427	639	424573	23	23
38	547019	559	971208	79	575810	639	424190	22	22
39	547354	559	971161	79	576193	638	423807	21	21
40	9.547689	558	9.971113	79	9.576576	638	10.423424	20	20
41	548024	558	971066	79	576959	637	423041	19	19
42	548359	557	971018	79	577341	637	422659	18	18
43	548693	557	970970	79	577723	636	422277	17	17
44	549027	556	970922	80	578104	636	421896	16	16
45	9.549360	556	9.970874	80	9.578486	636	10.421514	15	15
46	549693	555	970827	80	578867	635	421133	14	14
47	550026	555	970779	80	579248	635	420752	13	13
48	550359	554	970731	80	579629	634	420371	12	12
49	550692	554	970683	80	580009	634	419991	11	11
50	9.551024	553	9.970635	80	9.580389	634	10.419611	10	10
51	551356	553	970586	80	580769	633	419231	9	9
52	551687	552	970538	80	581149	633	418851	8	8
53	552018	552	970490	80	581528	632	418472	7	7
54	552349	552	970442	80	581907	632	418093	6	6
55	9.552680	551	9.970394	80	9.582286	632	10.417714	5	5
56	553010	551	970345	80	582665	631	417335	4	4
57	553341	550	970297	81	583044	631	416956	3	3
58	553670	550	970249	81	583422	630	416578	2	2
59	554000	549	970200	81	583800	630	416200	1	1
21°	554329	549	970152	81	584177	629	415823	69°	69°

I °	Logarithm. Sinus				Logarithm. Tangens			
1	9.554658	548	9.970103	81	9.584555	629	10.415445	
2	554987	548	970055	81	584932	629	415068	
3	555315	547	970006	81	585309	628	414691	
4	555643	547	969957	81	585686	628	414314	
5	9.555971	546	9.969909	81	9.586062	627	10.413938	
6	556299	546	969860	81	586439	627	413561	
7	556626	545	969811	81	586815	627	413185	
8	556953	545	969762	81	587190	626	412810	
9	557280	544	969714	81	587566	626	412434	
10	9.557608	544	9.969665	81	9.587941	625	10.412059	
11	557932	543	969616	81	588316	625	411684	
12	558258	543	969567	82	588691	625	411309	
13	558585	543	969518	82	589066	624	410934	
14	558912	542	969469	82	589440	624	410560	
15	9.559234	542	9.969420	82	9.589814	623	10.410186	
16	559558	541	969370	82	590188	623	409812	
17	559883	541	969321	82	590562	623	409438	
18	560207	540	969272	82	590935	622	409065	
19	560531	540	969223	82	591308	622	408692	
20	9.560855	539	9.969173	82	9.591681	622	10.408319	
21	561178	539	969124	82	592054	621	407946	
22	561501	538	969075	82	592426	621	407574	
23	561824	538	969025	82	592799	620	407201	
24	562146	537	968976	82	593171	620	406829	
25	9.562468	537	9.968926	82	9.593542	620	10.406458	
26	562790	536	968877	83	593914	619	406086	
27	563112	536	968827	83	594285	619	405715	
28	563433	536	968777	83	594656	618	405344	
29	563755	535	968728	83	595027	618	404973	
30	9.564075	535	9.968678	83	9.595398	618	10.404602	
31	564396	534	968628	83	595768	617	404232	
32	564716	534	968578	83	596138	617	403862	
33	565036	533	968528	83	596508	616	403492	
34	565356	533	968479	83	596878	616	403122	
35	9.565676	532	9.968429	83	9.597247	616	10.402753	
36	565995	532	968379	83	597616	615	402384	
37	566314	531	968329	83	597985	615	402015	
38	566632	531	968278	83	598354	615	401644	
39	566951	531	968228	83	598722	614	401278	
40	9.567269	530	9.968178	84	9.599091	614	10.400909	
41	567587	530	968128	84	599459	613	400541	
42	567904	529	968078	84	599827	613	400173	
43	568222	529	968027	84	600194	613	399806	
44	568539	528	967977	84	600562	612	399438	
45	9.568856	528	9.967927	84	9.600929	612	10.399071	
46	569172	528	967876	84	601296	611	398704	
47	569488	527	967826	84	601663	611	398337	
48	569804	527	967775	84	602029	611	397971	
49	570120	526	967725	84	602395	610	397605	
50	9.570435	526	9.967674	84	9.602761	610	10.397239	
51	570751	525	967624	84	603127	610	396873	
52	571066	525	967573	84	603493	609	396507	
53	571380	524	967522	84	603858	609	396142	
54	571695	524	967471	85	604223	609	395777	
55	9.572009	523	9.967421	85	9.604588	608	10.395412	
56	572323	523	967370	85	604953	608	395047	
57	572636	523	967319	85	605317	607	394683	
58	572950	522	967268	85	605682	607	394318	
59	573263	522	967217	85	606046	607	393954	
60	573575	521	967166	85	606410	606	393590	

22°	Logarithm. Sinus				Logarithm. Tangens				68°
1	9.573888	521	9.967115	85	9.606773	606	10.393227	591	
2	574200	520	967064	85	607137	606	392863	58	
3	574512	520	967013	85	607500	605	392500	57	
4	574824	519	966961	85	607863	605	392137	56	
5	9.575136	519	9.966910	85	9.608225	604	10.391775	55	
6	575447	519	966859	85	608588	604	391412	54	
7	575758	518	966808	85	608950	604	391050	53	
8	576069	518	966756	85	609312	603	390688	52	
9	576379	517	966705	86	609674	603	390326	51	
10	9.576689	517	9.966653	86	9.610036	603	10.389964	50	
11	576999	516	966602	86	610397	602	389603	49	
12	577309	516	966550	86	610759	602	389241	48	
13	577618	516	966499	86	611120	602	388880	47	
14	577927	515	966447	86	611480	601	388520	46	
15	9.578236	515	9.966395	86	9.611841	601	10.388159	45	
16	578545	514	966344	86	612201	601	387799	44	
17	578853	514	966292	86	612561	600	387439	43	
18	579162	513	966240	86	612921	600	387079	42	
19	579470	513	966188	86	613281	600	386719	41	
20	9.579777	513	9.966136	86	9.613641	599	10.386359	40	
21	580085	512	966085	86	614000	599	386000	39	
22	580392	512	966033	87	614359	598	385641	38	
23	580699	511	965981	87	614718	598	385282	37	
24	581005	511	965929	87	615077	598	384923	36	
25	9.581312	511	9.965876	87	9.615435	597	10.384565	35	
26	581618	510	965824	87	615793	597	384207	34	
27	581924	510	965772	87	616151	597	383849	33	
28	582229	509	965720	87	616509	596	383491	32	
29	582535	509	965668	87	616867	596	383133	31	
30	9.582840	509	9.965615	87	9.617224	596	10.382776	30	
31	583145	508	965563	87	617582	595	382418	29	
32	583449	508	965511	87	617939	595	382061	28	
33	583754	507	965458	87	618295	595	381705	27	
34	584058	507	965406	87	618652	594	381348	26	
35	9.584361	506	9.965353	87	9.619008	594	10.380992	25	
36	584665	506	965301	88	619364	594	380636	24	
37	584968	506	965248	88	619720	593	380280	23	
38	585272	505	965195	88	620076	593	379924	22	
39	585574	505	965143	88	620432	593	379568	21	
40	9.585877	504	9.965090	88	9.620787	592	10.379213	20	
41	586179	504	965037	88	621142	592	378858	19	
42	586482	503	964984	88	621497	592	378503	18	
43	586783	503	964931	88	621853	591	378148	17	
44	587085	503	964879	88	622207	591	377793	16	
45	9.587386	502	9.964826	88	9.622561	590	10.377439	15	
46	587688	502	964773	88	622915	590	377085	14	
47	587989	501	964720	88	623269	590	376731	13	
48	588289	501	964666	88	623623	589	376377	12	
49	588590	501	964613	89	623976	589	376024	11	
50	9.588890	500	9.964560	89	9.624330	589	10.375670	10	
51	589190	500	964507	89	624683	588	375317	9	
52	589489	499	964454	89	625036	588	374964	8	
53	589789	499	964400	89	625388	588	374612	7	
54	590088	499	964347	89	625741	587	374259	6	
55	9.590387	498	9.964294	89	9.626093	587	10.373907	5	
56	590686	498	964240	89	626445	587	373555	4	
57	590984	497	964187	89	626797	586	373203	3	
58	591282	497	964133	89	627149	586	372851	2	
59	591580	497	964080	89	627501	586	372499	1	
23°	591878	496	964026	89	627853	585	372148	67°	

23°	Logarithm. Sinus				Logarithm. Tangens				67°
1	9.592176	496	9.963972	89	9.628203	585	10.371797	59	
2	592473	495	963919	89	628554	585	371446	58	
3	592770	495	963865	89	628905	585	371095	57	
4	593067	495	963811	90	629255	584	370745	56	
5	9.593363	494	9.963757	90	9.629606	584	10.370394	55	
6	593659	494	963704	90	629956	583	370044	54	
7	593955	493	963650	90	630306	583	369694	53	
8	594251	493	963596	90	630656	583	369344	52	
9	594547	493	963542	90	631005	583	368995	51	
10	9.594842	492	9.963488	90	9.631355	582	10.368645	50	
11	595137	492	963434	90	631704	582	368296	49	
12	595432	491	963379	90	632053	582	367947	48	
13	595727	491	963325	90	632402	581	367598	47	
14	596021	491	963271	90	632750	581	367250	46	
15	9.596315	490	9.963217	90	9.633099	581	10.366901	45	
16	596609	490	963163	90	633447	580	366553	44	
17	596903	489	963108	90	633795	580	366205	43	
18	597196	489	963054	91	634143	580	365857	42	
19	597490	489	962999	91	634490	579	365510	41	
20	9.597783	488	9.962945	91	9.634838	579	10.365162	40	
21	598075	488	962890	91	635185	579	364815	39	
22	598368	487	962836	91	635532	578	364468	38	
23	598660	487	962781	91	635879	578	364121	37	
24	598952	487	962727	91	636226	578	363774	36	
25	9.599244	486	9.962672	91	9.636572	577	10.373428	35	
26	599536	486	962617	91	636919	577	363081	34	
27	599827	486	962562	91	637265	577	362735	33	
28	600118	485	962508	91	637611	577	362389	32	
29	600409	485	962453	91	637956	576	362044	31	
30	9.600700	484	9.962398	91	9.638302	576	10.361698	30	
31	600990	484	962343	92	638647	576	361353	29	
32	601280	484	962288	92	638992	575	361008	28	
33	601570	483	962233	92	639337	575	360663	27	
34	601860	483	962178	92	639682	575	360318	26	
35	9.602150	482	9.962123	92	9.640027	574	10.359973	25	
36	602439	482	962067	92	640371	574	359629	24	
37	602728	482	962012	92	640716	574	359284	23	
38	603017	481	961957	92	641060	573	358940	22	
39	603305	481	961902	92	641404	573	358596	21	
40	9.603594	481	9.961846	92	9.641747	573	10.358253	20	
41	603882	480	961791	92	642091	572	357909	19	
42	604170	480	961735	92	642434	572	357566	18	
43	604457	479	961680	92	642777	572	357223	17	
44	604745	479	961624	92	643120	572	356880	16	
45	9.605032	479	9.961569	93	9.643463	571	10.356537	15	
46	605319	478	961513	93	643806	571	356194	14	
47	605606	478	961458	93	644148	571	355852	13	
48	605892	478	961402	93	644490	570	355510	12	
49	606179	477	961346	93	644832	570	355168	11	
50	9.606465	477	9.961290	93	9.645174	570	10.354816	10	
51	606751	476	961235	93	645516	569	354484	9	
52	607036	476	961179	93	645857	569	354143	8	
53	607322	476	961123	93	646199	569	353801	7	
54	607607	475	961067	93	646540	569	353460	6	
55	9.607892	475	9.961011	93	9.646881	568	10.353119	5	
56	608177	474	960955	93	647222	568	352778	4	
57	608461	474	960899	93	647562	568	352438	3	
58	608745	474	960843	93	647903	567	352097	2	
59	609029	473	960786	94	648243	567	351757	1	
24°	609313	473	960730	94	648583	567	351417		66°

24°

Logarithm. Sinus

Logarithm. Tangens

1	9.609597	473	9.960674	94	9.648923	566	10.351077	5
2	609880	472	960618	94	649263	566	350737	5
3	610164	472	960561	94	649602	566	350398	5
4	610447	472	960505	94	649942	566	350058	5
5	9.610729	471	9.960448	94	9.650281	565	10.349719	5
6	611012	471	960392	94	650620	565	349380	5
7	611294	470	960335	94	650959	565	349041	5
8	611576	470	960279	94	651297	564	348703	5
9	611858	470	960222	94	651636	564	348364	5
10	9.612140	469	9.960165	94	9.651974	564	10.348026	50
11	612421	469	960109	94	652312	563	347688	49
12	612702	469	960052	95	652650	563	347350	48
13	612983	468	959995	95	652988	563	347012	47
14	613264	468	959938	95	653326	563	346674	46
15	9.613545	467	9.959882	95	9.653663	562	10.346337	45
16	613825	467	959825	95	654000	562	346000	44
17	614105	467	959768	95	654337	562	345663	43
18	614385	466	959711	95	654674	561	345326	42
19	614665	466	959654	95	655011	561	344989	41
20	9.614944	466	9.959596	95	9.655348	561	10.344652	40
21	615223	465	959539	95	655684	561	344316	39
22	615502	465	959482	95	656020	560	343980	38
23	615781	465	959425	95	656356	560	343644	37
24	616060	464	959368	95	656692	560	343308	36
25	9.616338	464	9.959310	95	9.657028	559	10.342972	35
26	616616	464	959253	96	657364	559	342636	34
27	616894	463	959195	96	657692	559	342301	33
28	617172	463	959138	96	658034	559	341966	32
29	617450	462	959080	96	658369	558	341631	31
30	9.617727	462	9.959023	96	9.658704	558	10.341296	30
31	618004	462	958965	96	659039	558	340961	29
32	618281	461	958908	96	659373	558	340627	28
33	618558	461	958850	96	659708	557	340292	27
34	618834	461	958792	96	660042	557	339958	26
35	9.619110	460	9.958734	96	9.660376	557	10.339624	25
36	619386	460	958677	96	660710	556	339290	24
37	619662	460	958619	96	661043	556	338957	23
38	619938	459	958561	96	661377	556	338623	22
39	620213	459	958503	96	661710	556	338290	21
40	9.620488	459	9.958445	97	9.662043	555	10.337957	20
41	620763	458	958387	97	662376	555	337624	19
42	621038	458	958329	97	662709	555	337291	18
43	621313	457	958271	97	663042	554	336958	17
44	621587	457	958213	97	663375	554	336625	16
45	9.621861	457	9.958154	97	9.663707	554	10.336293	15
46	622135	456	958096	97	664039	554	335961	14
47	622409	456	958038	97	664371	553	335629	13
48	622682	456	957979	97	664703	553	335297	12
49	622956	455	957921	97	665035	553	334965	11
50	9.623229	455	9.957863	97	9.665366	553	10.334634	10
51	623502	455	957804	97	665698	552	334302	9
52	623774	454	957746	97	666029	552	333971	8
53	624047	454	957687	98	666360	552	333640	7
54	624319	454	957628	98	666691	551	333309	6
55	9.624591	453	9.957570	98	9.667021	551	10.332979	5
56	624863	453	957511	98	667352	551	332648	4
57	625135	453	957452	98	667682	551	332318	3
58	625406	452	957393	98	668013	550	331987	2
59	625677	452	957335	98	668343	550	331657	1
25°	625948	452	957276	98	668673	550	331327	65°

50	Logarithm. Sinus				Logarithm. Tangens				65
1	9.626219	451	9.957217	98	9.669002	550	10.330998	59	59
2	626490	451	957158	98	669332	549	330668	58	58
3	626760	451	957099	98	669661	549	330339	57	57
4	627030	450	957040	98	669991	549	330009	56	56
5	627300	450	9.956981	98	9.670320	548	10.329680	55	55
6	9.627570	450	956921	98	670649	548	329351	54	54
7	627840	449	956862	98	670977	548	329023	53	53
8	628109	449	956803	99	671306	548	328694	52	52
9	628378	449	956744	99	671635	547	328365	51	51
10	9.628647	448	9.956684	99	9.671963	547	10.328037	50	50
11	628916	448	956625	99	672291	547	327709	49	49
12	629185	447	956566	99	672619	547	327381	48	48
13	629453	447	956506	99	672947	546	327053	47	47
14	629721	447	956447	99	673274	546	326726	46	46
15	9.629989	446	9.956387	99	9.673602	546	10.326398	45	45
16	630257	446	956327	99	673929	546	326071	44	44
17	630524	446	956268	99	674257	545	325743	43	43
18	630792	446	956208	99	674584	545	325416	42	42
19	631059	445	956148	100	674911	545	325089	41	41
20	9.631326	445	9.956089	99	9.675237	544	10.324763	40	40
21	631593	445	956029	100	675564	544	324436	39	39
22	631859	444	955969	100	675890	544	324110	38	38
23	632125	444	955909	100	676217	544	323783	37	37
24	632392	443	955849	100	676543	543	323457	36	36
25	9.632658	443	9.955789	100	9.676869	543	10.323131	35	35
26	632923	443	955729	100	677194	543	322806	34	34
27	633189	443	955669	100	677520	543	322480	33	33
28	633454	442	955609	100	677846	542	322154	32	32
29	633719	442	955548	100	678171	542	321829	31	31
30	9.633984	442	9.955488	100	9.678496	542	10.321504	30	30
31	634249	441	955428	100	678821	542	321179	29	29
32	634514	441	955368	101	679146	541	320854	28	28
33	634778	440	955307	100	679471	541	320529	27	27
34	635042	440	955247	101	679795	541	320205	26	26
35	9.635306	440	9.955186	101	9.680120	541	10.319880	25	25
36	635570	439	955126	101	680444	540	319556	24	24
37	635834	439	955065	101	680768	540	319232	23	23
38	636097	439	955005	101	681092	540	318908	22	22
39	636360	439	954944	101	681416	540	318584	21	21
40	9.636623	438	9.954883	101	9.681740	539	10.318260	20	20
41	636886	438	954823	101	682063	539	317937	19	19
42	637148	437	954762	101	682387	539	317613	18	18
43	637411	437	954701	101	682710	539	317290	17	17
44	637673	437	954640	101	683033	538	316967	16	16
45	9.637935	437	9.954579	101	9.683356	538	10.316644	15	15
46	638197	436	954518	101	683679	538	316321	14	14
47	638458	436	954457	102	684001	538	315992	13	13
48	638720	436	954396	102	684324	537	315676	12	12
49	638981	435	954335	102	684646	537	315354	11	11
50	9.639242	435	9.954274	102	9.684968	537	10.315032	10	10
51	639503	435	954213	102	685290	537	314710	9	9
52	639764	434	954152	102	685612	536	314388	8	8
53	640024	434	954090	102	685934	536	314066	7	7
54	640284	434	954029	102	686255	536	313745	6	6
55	9.640544	433	9.953968	102	9.686577	536	10.313423	5	5
56	640804	433	953906	102	686898	535	313102	4	4
57	641064	433	953845	102	687219	535	312781	3	3
58	641324	432	953783	102	687540	535	312460	2	2
59	641583	432	953722	102	687861	535	312139	1	1
60	641842	432	953660	103	688182	534	311818		64

26°

Logarithm. Sinus

1	9.642101	431	9.953599	103
2	642360	431	953537	103
3	642618	431	953475	103
4	642877	430	953413	103
5	9.643135	430	9.953352	103
6	643393	430	953290	103
7	643650	430	953228	103
8	643908	429	953166	103
9	644165	429	953104	103
10	9.644423	429	9.953042	103
11	644680	428	952980	103
12	644936	428	952918	104
13	645193	428	952855	104
14	645450	427	952793	104
15	9.645706	427	9.952731	104
16	645962	427	952669	104
17	646218	426	952606	104
18	646474	426	952544	104
19	646729	426	952481	104
20	9.646984	426	9.952419	104
21	647240	425	952356	104
22	647494	425	952294	104
23	647749	424	952231	104
24	648004	424	952168	104
25	9.648258	424	9.952106	105
26	648512	424	952043	104
27	648766	423	951980	105
28	649020	423	951917	105
29	649274	423	951854	105
30	9.649527	422	9.951791	105
31	649781	422	951728	105
32	650034	422	951665	105
33	650287	422	951602	105
34	650539	421	951539	105
35	9.650792	421	9.951476	105
36	651044	421	951412	105
37	651297	420	951349	105
38	651549	420	951286	106
39	651800	420	951222	106
40	9.652052	419	9.951159	106
41	652304	419	951096	106
42	652555	419	951032	106
43	652806	418	950968	106
44	653057	418	950905	106
45	9.653308	418	9.950841	106
46	653558	418	950778	106
47	653808	417	950714	106
48	654059	417	950650	106
49	654309	417	950586	106
50	9.654558	416	9.950522	106
51	654808	416	950458	107
52	655058	416	950394	106
53	655307	415	950330	107
54	655556	415	950266	107
55	9.655805	415	9.950202	107
56	656054	415	950138	107
57	656302	414	950074	107
58	656551	414	950010	107
59	656799	414	949945	107
27°	657047	413	949881	107

Logarithm. Tangens

9.688502	534	10.311498
688823	534	311177
689143	534	310857
689463	533	310537
9.689783	533	10.310217
690103	533	309897
690423	533	309577
690742	533	309257
691062	532	308938
9.691381	532	10.308619
691700	532	308300
692019	531	307981
692338	531	307662
692656	531	307344
9.692975	531	10.307025
693293	531	306707
693612	530	306388
693930	530	306070
694248	530	305752
9.694566	530	10.305434
694883	529	305117
695201	529	304799
695518	529	304482
695836	529	304164
9.696153	529	10.303847
696470	528	303530
696787	528	303213
697103	528	302897
697420	528	302580
9.697736	527	10.302264
698053	527	301947
698369	527	301631
698685	527	301315
699001	526	300999
9.699316	526	10.300684
699632	526	300368
699947	526	300053
700263	526	299737
700578	525	299422
9.700893	525	10.299107
701208	525	298792
701523	524	298477
701837	524	298163
702152	524	297848
9.702466	524	10.297534
702781	524	297219
703095	523	296905
703409	523	296591
703722	523	296278
9.704036	523	10.295964
704350	522	295650
704663	522	295337
704976	522	295024
705290	522	294710
9.705603	522	10.294397
705916	521	294084
706228	521	293772
706541	521	293459
706854	521	293146
707166	521	292834

63°

27°	Logarithm. Sinus				Logarithm. Tangens				63°
1	9.657295	413	9.949816	107	9.707478	520	10.292522	59	59
2	657542	413	9.949752	107	707790	520	292210	58	58
3	657790	412	9.949688	107	708102	520	291898	57	57
4	658037	412	9.949623	108	708414	520	291586	56	56
5	9.658284	412	9.949558	107	9.708726	519	10.291274	55	55
6	658531	412	9.949494	108	709037	519	290963	54	54
7	658778	411	9.949429	108	709349	519	290651	53	53
8	659025	411	9.949364	108	709660	519	290340	52	52
9	659271	411	9.949300	108	709971	519	290029	51	51
10	9.659517	410	9.949235	108	9.710282	518	10.289718	50	50
11	659763	410	9.949170	108	710593	518	289407	49	49
12	660009	410	9.949105	108	710904	518	289096	48	48
13	660255	409	9.949040	108	711215	518	288785	47	47
14	660501	409	9.948975	108	711525	518	288475	46	46
15	9.660746	409	9.948910	108	9.711836	517	10.288164	45	45
16	660991	409	9.948845	108	712146	517	287854	44	44
17	661236	408	9.948780	108	712456	517	287544	43	43
18	661481	408	9.948715	109	712766	517	287234	42	42
19	661726	408	9.948650	109	713075	516	286924	41	41
20	9.661970	407	9.948584	109	9.713386	516	10.286614	40	40
21	662214	407	9.948519	109	713696	516	286304	39	39
22	662459	407	9.948454	109	714005	516	285995	38	38
23	662703	407	9.948388	109	714314	516	285686	37	37
24	662946	406	9.948323	109	714624	515	285376	36	36
25	9.663190	406	9.948257	109	9.714933	515	10.285067	35	35
26	663433	406	9.948192	109	715242	515	284758	34	34
27	663677	405	9.948126	109	715551	515	284449	33	33
28	663920	405	9.948060	109	715860	514	284140	32	32
29	664163	405	9.947995	109	716168	514	283832	31	31
30	9.664406	405	9.947929	110	9.716477	514	10.283523	30	30
31	664648	404	9.947863	110	716785	514	283215	29	29
32	664891	404	9.947797	110	717093	514	282907	28	28
33	665133	404	9.947731	110	717401	513	282599	27	27
34	665375	403	9.947665	110	717709	513	282291	26	26
35	9.665617	403	9.947600	110	9.718017	513	10.281983	25	25
36	665859	403	9.947533	110	718325	513	281675	24	24
37	666100	402	9.947467	110	718633	513	281367	23	23
38	666342	402	9.947401	110	718940	512	281060	22	22
39	666583	402	9.947335	110	719248	512	280752	21	21
40	9.666824	402	9.947269	110	9.719555	512	10.280445	20	20
41	667065	401	9.947203	110	719862	512	280138	19	19
42	667305	401	9.947136	110	720169	512	279831	18	18
43	667546	401	9.947070	111	720476	511	279524	17	17
44	667786	401	9.947004	111	720783	511	279217	16	16
45	9.668027	400	9.946937	111	9.721089	511	10.278911	15	15
46	668267	400	9.946871	111	721396	511	278604	14	14
47	668506	400	9.946804	111	721702	511	278298	13	13
48	668746	399	9.946738	111	722009	510	277991	12	12
49	668986	399	9.946671	111	722315	510	277685	11	11
50	9.669225	399	9.946604	111	9.722621	510	10.277379	10	10
51	669464	399	9.946538	111	722927	510	277073	9	9
52	669703	398	9.946471	111	723232	509	276768	8	8
53	669942	398	9.946404	111	723538	509	276462	7	7
54	670181	398	9.946337	111	723844	509	276156	6	6
55	9.670419	397	9.946270	111	9.724149	509	10.275851	5	5
56	670658	397	9.946203	112	724454	509	275546	4	4
57	670896	397	9.946136	112	724760	509	275240	3	3
58	671134	397	9.946069	112	725065	508	274935	2	2
59	671372	396	9.946002	112	725370	508	274630	1	1
28°	671609	396	9.945935	112	725674	508	274326	62°	62°

28°	Logarithm. Sinus				Logarithm. Tangens				62°
1	9.671847	396	9.945868	112	9.725979	508	10.274021	591	
2	672084	395	945800	112	726284	508	273716	58	
3	672321	395	945733	112	726588	507	273412	57	
4	672558	395	945666	112	726892	507	273108	56	
5	9.672795	395	9.945598	112	9.727197	507	10.272803	55	
6	673032	394	945531	112	727501	507	272499	54	
7	673268	394	945464	112	727805	507	272195	53	
8	673505	394	945396	113	728109	506	271891	52	
9	673741	394	945328	112	728412	506	271588	51	
10	9.673977	393	9.945261	113	9.728716	506	10.271284	50	
11	674213	393	945193	113	729020	506	270980	49	
12	674448	393	945125	113	729323	506	270677	48	
13	674684	392	945058	113	729626	505	270374	47	
14	674919	392	944990	113	729929	505	270071	46	
15	9.675155	392	9.944922	113	9.730233	505	10.269767	45	
16	675390	391	944854	113	730535	505	269465	44	
17	675624	391	944786	113	730838	505	269162	43	
18	675859	391	944718	113	731141	504	268859	42	
19	676094	391	944650	113	731444	504	268556	41	
20	9.676328	391	9.944582	113	9.731746	504	10.268254	40	
21	676562	390	944514	114	732048	504	267952	39	
22	676796	390	944446	114	732351	504	267649	38	
23	677030	390	944377	114	732653	503	267347	37	
24	677264	390	944309	114	732955	503	267045	36	
25	9.677498	389	9.944241	114	9.733257	503	10.266743	35	
26	677731	389	944172	114	733558	503	266442	34	
27	677964	389	944104	114	733860	503	266140	33	
28	678197	388	944036	114	734162	502	265838	32	
29	678430	388	943967	114	734463	502	265537	31	
30	9.678663	388	9.943899	114	9.734764	502	10.265236	30	
31	678895	388	943830	114	735066	502	264934	29	
32	679128	387	943761	114	735367	502	264633	28	
33	679360	387	943693	114	735668	502	264332	27	
34	679592	387	943624	114	735969	501	264031	26	
35	9.679824	387	9.943555	115	9.736269	501	10.263731	25	
36	680056	386	943486	115	736570	501	263430	24	
37	680288	386	943417	115	736870	501	263130	23	
38	680519	386	943348	115	737171	501	262829	22	
39	680750	385	943279	115	737471	500	262529	21	
40	9.680982	385	9.943210	115	9.737771	500	10.262229	20	
41	681213	385	943141	115	738071	500	261929	19	
42	681443	385	943072	115	738371	500	261629	18	
43	681674	384	943003	115	738671	500	261329	17	
44	681905	384	942934	115	738971	499	261029	16	
45	9.682135	384	9.942864	115	9.739271	499	10.260729	15	
46	682365	384	942795	116	739570	499	260430	14	
47	682595	383	942726	116	739870	499	260130	13	
48	682825	383	942656	116	740169	499	259831	12	
49	683055	383	942587	116	740468	499	259532	11	
50	9.683284	382	9.942517	116	9.740767	498	10.259233	10	
51	683514	382	942448	116	741066	498	258934	9	
52	683743	382	942378	116	741365	498	258635	8	
53	683972	382	942308	116	741664	498	258336	7	
54	684201	382	942239	116	741963	498	258038	6	
55	9.684430	381	9.942169	116	9.742261	497	10.257739	5	
56	684658	381	942099	116	742559	497	257441	4	
57	684887	381	942029	116	742858	497	257142	3	
58	685115	380	941959	116	743156	497	256844	2	
59	685343	380	941889	116	743454	497	256546	1	
29°	685571	380	941819	117	743752	497	256248	61°	

29°

Logarithm. Sinus

Logarithm. Tangens

61°

1	9.685799	380	9.941749	117
2	686027	379	941679	117
3	686254	379	941609	117
4	686482	379	941539	117
5	9.686709	379	9.941469	117
6	686936	378	941398	117
7	687163	378	941328	117
8	687389	378	941258	117
9	687616	378	941187	117
10	9.687843	377	9.941117	117
11	688069	377	941046	117
12	688295	377	940975	118
13	688521	377	940905	118
14	688747	376	940834	118
15	9.688972	376	9.940763	118
16	689198	376	940693	118
17	689423	376	940622	118
18	689648	375	940551	118
19	689873	375	940480	118
20	9.690098	375	9.940409	118
21	690323	375	940338	118
22	690548	374	940267	118
23	690772	374	940196	118
24	690996	374	940125	118
25	9.691220	373	9.940054	119
26	691444	373	939982	119
27	691668	373	939911	119
28	691892	373	939840	119
29	692115	373	939768	119
30	9.692339	372	9.939697	119
31	692562	372	939625	119
32	692785	372	939554	119
33	693008	371	939482	119
34	693231	371	939410	119
35	9.693453	371	9.939339	119
36	693676	371	939267	119
37	693898	370	939195	120
38	694120	370	939123	120
39	694342	370	939052	120
40	9.694564	370	9.938980	120
41	694786	369	938908	120
42	695007	369	938836	120
43	695229	369	938763	120
44	695450	369	938691	120
45	9.695671	368	9.938619	120
46	695892	368	938547	120
47	696113	368	938475	120
48	696334	368	938402	120
49	696554	367	938330	121
50	9.696775	367	9.938258	121
51	696995	367	938185	121
52	697215	367	938113	121
53	697435	366	938040	121
54	697654	366	937967	121
55	9.697874	366	9.937895	121
56	698094	366	937822	121
57	698313	365	937749	121
58	698532	365	937676	121
59	698751	365	937604	121
30°	698970	365	937531	121

9.744050	496	10.255950	59
744348	496	255652	58
744645	496	255355	57
744943	496	255057	56
9.745240	496	10.254760	55
745538	495	254462	54
745835	495	254165	53
746132	495	253868	52
746429	495	253571	51
9.746726	495	10.253274	50
747023	495	252977	49
747319	494	252681	48
747616	494	252384	47
747913	494	252087	46
9.748209	494	10.251791	45
748505	494	251495	44
748801	493	251199	43
749097	493	250903	42
749393	493	250607	41
9.749689	493	10.250311	40
749985	493	250015	39
750281	493	249719	38
750576	493	249424	37
750872	492	249128	36
9.751167	492	10.248833	35
751462	492	248538	34
751757	492	248243	33
752052	492	247948	32
752347	491	247653	31
9.752642	491	10.247358	30
752937	491	247063	29
753231	491	246769	28
753526	491	246474	27
753820	491	246180	26
9.754115	490	10.245885	25
754409	490	245591	24
754703	490	245297	23
754997	490	245003	22
755291	490	244709	21
9.755585	490	10.244415	20
755878	489	244122	19
756172	489	243828	18
756465	489	243535	17
756759	489	243241	16
9.757052	489	10.242948	15
757345	489	242655	14
757638	488	242362	13
757931	488	242069	12
758224	488	241776	11
9.758517	488	10.241483	10
758810	488	241190	9
759102	488	240898	8
759395	487	240605	7
759687	487	240313	6
9.759979	487	10.240021	5
760272	487	239728	4
760564	487	239436	3
760856	487	239144	2
761148	486	238852	1
761439	486	238561	60°

Logarithm. Sinus				Logarithm. Tangens				60°
.699189	364	9.937458	121	9.761731	486	10.238269	59'	
.699407	364	9.937385	122	762023	486	237977	58	
.699626	364	9.937312	122	762314	486	237686	57	
.699844	364	9.937238	122	762606	486	237394	56	
.700062	363	9.937165	122	9.762897	485	10.237103	55	
.700280	363	9.937092	122	763188	485	236812	54	
.700498	363	9.937019	122	763479	485	236521	53	
.700716	363	9.936946	122	763770	485	236230	52	
.700933	363	9.936872	122	764061	485	235939	51	
.701151	362	9.936799	122	9.764352	485	10.235648	50	
.701368	362	9.936725	122	764643	484	235357	49	
.701585	362	9.936652	122	764933	484	235066	48	
.701802	362	9.936578	123	765224	484	234776	47	
.702019	361	9.936505	123	765514	484	234486	46	
.702236	361	9.936431	123	9.765805	484	10.234195	45	
.702452	361	9.936357	123	766095	484	233905	44	
.702669	361	9.936284	123	766385	484	233615	43	
.702885	360	9.936210	123	766675	483	233325	42	
.703101	360	9.936136	123	766965	483	233035	41	
.703317	360	9.936062	123	9.767255	483	10.232745	40	
.703533	360	9.935988	123	767545	483	232455	39	
.703749	359	9.935914	123	767834	483	232166	38	
.703964	359	9.935840	123	768124	483	231876	37	
.704179	359	9.935766	123	768414	482	231586	36	
.704395	359	9.935692	124	9.768703	482	10.231297	35	
.704610	359	9.935618	123	768992	482	231008	34	
.704825	358	9.935543	124	769281	482	230719	33	
.705040	358	9.935469	124	769571	482	230429	32	
.705254	358	9.935395	124	769860	482	230140	31	
.705469	358	9.935320	124	9.770148	481	10.229852	30	
.705683	357	9.935246	124	770437	481	229563	29	
.705898	357	9.935171	124	770726	481	229274	28	
.706112	357	9.935097	124	771015	481	228985	27	
.706326	357	9.935022	124	771303	481	228697	26	
.706539	356	9.934948	124	9.771592	481	10.228408	25	
.706753	356	9.934873	124	771880	481	228120	24	
.706967	356	9.934798	124	772168	480	227832	23	
.707180	356	9.934723	125	772457	480	227543	22	
.707393	355	9.934649	125	772745	480	227255	21	
.707606	355	9.934574	125	9.773033	480	10.226967	20	
.707819	355	9.934499	125	773321	480	226679	19	
.708032	355	9.934424	125	773608	480	226392	18	
.708245	354	9.934349	125	773896	479	226104	17	
.708458	354	9.934274	125	774184	479	225816	16	
.708670	354	9.934199	125	9.774471	479	10.225529	15	
.708882	354	9.934123	125	774759	479	225241	14	
.709094	353	9.934048	125	775046	479	224954	13	
.709306	353	9.933973	125	775333	479	224667	12	
.709518	353	9.933898	125	775621	479	224379	11	
.709730	353	9.933822	126	9.775908	478	10.224092	10	
.709941	353	9.933747	126	776195	478	223805	9	
.710153	352	9.933671	126	776482	478	223518	8	
.710364	352	9.933596	126	776768	478	223232	7	
.710575	352	9.933520	126	777055	478	222945	6	
.710786	352	9.933445	126	9.777342	478	10.222658	5	
.710997	351	9.933369	126	777628	478	222372	4	
.711208	351	9.933293	126	777915	477	222085	3	
.711419	351	9.933217	126	778201	477	221799	2	
.711629	351	9.933141	126	778488	477	221512	1	
.711839	350	9.933066	126	778774	477	221226	59°	

1°	Logarithm. Sinus				Logarithm. Tangens				59°
1	9.712050	350	9.932990	126	9.779060	477	10.220940		59
2	712260	350	932914	127	779346	477	220654		58
3	712469	350	932838	127	779632	476	220368		57
4	712679	349	932762	127	779918	476	220082		56
5	9.712889	349	9.932685	127	9.780203	476	10.219797		55
6	713098	349	932609	127	780489	476	219511		54
7	713308	349	932533	127	780775	476	219225		53
8	713517	349	932457	127	781060	476	218940		52
9	713726	348	932380	127	781346	476	218654		51
10	9.713935	348	9.932304	127	9.781631	475	10.218369		50
11	714144	348	932228	127	781916	475	218084		49
12	714352	348	932151	127	782201	475	217799		48
13	714561	347	932075	127	782486	475	217514		47
14	714769	347	931998	128	782771	475	217229		46
15	9.714978	347	9.931921	128	9.783056	475	10.216944		45
16	715186	347	931845	128	783341	475	216659		44
17	715394	347	931768	128	783626	475	216374		43
18	715602	346	931691	128	783910	474	216090		42
19	715809	346	931614	128	784195	474	215805		41
20	9.716017	346	9.931537	128	9.784479	474	10.215521		40
21	716224	346	931460	128	784764	474	215236		39
22	716432	345	931383	128	785048	474	214952		38
23	716639	345	931306	128	785332	474	214668		37
24	716846	345	931229	128	785616	473	214384		36
25	9.717053	345	9.931152	129	9.785900	473	10.214100		35
26	717259	345	931075	129	786184	473	213816		34
27	717466	344	930998	129	786468	473	213532		33
28	717673	344	930921	129	786752	473	213248		32
29	717879	344	930843	129	787036	473	212964		31
30	9.718085	344	9.930766	129	9.787319	473	10.212681		30
31	718291	343	930688	129	787603	472	212397		29
32	718497	343	930611	129	787886	472	212114		28
33	718703	343	930533	129	788170	472	211830		27
34	718909	343	930456	129	788453	472	211547		26
35	9.719114	343	9.930378	129	9.788736	472	10.211264		25
36	719320	342	930300	129	789019	472	210981		24
37	719525	342	930223	130	789302	472	210698		23
38	719730	342	930145	130	789585	471	210415		22
39	719935	342	930067	130	789868	471	210132		21
40	9.720140	341	9.929989	130	9.790151	471	10.209849		20
41	720345	341	929911	130	790434	471	209566		19
42	720549	341	929833	130	790716	471	209284		18
43	720754	341	929755	130	790999	471	209001		17
44	720958	340	929677	130	791281	471	208719		16
45	9.721162	340	9.929599	130	9.791563	471	10.208437		15
46	721366	340	929521	130	791846	470	208154		14
47	721570	340	929442	130	792128	470	207872		13
48	721774	340	929364	130	792410	470	207590		12
49	721978	339	929286	131	792692	470	207308		11
50	9.722181	339	9.929207	131	9.792974	470	10.207026		10
51	722385	339	929129	131	793256	470	206744		9
52	722588	339	929050	131	793538	470	206462		8
53	722791	339	928972	131	793819	469	206181		7
54	722994	338	928893	131	794101	469	205899		6
55	9.723197	338	9.928815	131	9.794383	469	10.205617		5
56	723400	338	928736	131	794664	469	205336		4
57	723603	338	928657	131	794946	469	205054		3
58	723805	337	928578	131	795227	469	204773		2
59	724007	337	928499	131	795508	469	204492		1
32°	724210	337	928420	131	795789	468	204211		58°

°	Logarithm. Sinus			Logarithm. Tangens			58°	
1	9.724412	337	9.928342	132	9.796070	468	10.203930	59
2	724614	337	928263	132	796351	468	203649	58
3	724816	336	928183	132	796632	468	203368	57
4	725017	336	928104	132	796913	468	203087	56
5	9.725219	336	9.928025	132	9.797194	468	10.202806	55
6	725420	336	927946	132	797475	468	202525	54
7	725622	335	927867	132	797755	468	202245	53
8	725823	335	927787	132	798036	467	201964	52
9	726024	335	927708	132	798316	467	201684	51
10	9.726225	335	9.927629	132	9.798596	467	10.201404	50
11	726426	335	927549	132	798877	467	201123	49
12	726626	334	927470	132	799157	467	200843	48
13	726827	334	927390	133	799437	467	200563	47
14	727027	334	927310	133	799717	467	200283	46
15	9.727228	334	9.927231	133	9.799997	467	10.200003	45
16	727428	334	927151	133	800277	466	199723	44
17	727628	333	927071	133	800557	466	199443	43
18	727828	333	926991	133	800836	466	199164	42
19	728027	333	926911	133	801116	466	198884	41
20	9.728227	333	9.926831	133	9.801396	466	10.198604	40
21	728427	333	926751	133	801675	466	198325	39
22	728626	332	926671	133	801955	466	198045	38
23	728825	332	926591	133	802234	466	197766	37
24	729024	332	926511	133	802513	465	197487	36
25	9.729223	332	9.926431	134	9.802792	465	10.197208	35
26	729422	331	926351	134	803072	465	196928	34
27	729621	331	926270	134	803351	465	196649	33
28	729820	331	926190	134	803630	465	196370	32
29	730018	331	926110	134	803909	465	196091	31
30	9.730217	330	9.926029	134	9.804187	465	10.195813	30
31	730415	330	925949	134	804466	465	195534	29
32	730613	330	925868	134	804745	463	195255	28
33	730811	330	925788	134	805023	464	194977	27
34	731009	330	925707	134	805302	464	194698	26
35	9.731206	329	9.925626	135	9.805580	464	10.194420	25
36	731404	329	925545	134	805859	464	194141	24
37	731602	329	925465	135	806137	464	193863	23
38	731799	329	925384	135	806415	464	193585	22
39	731996	329	925303	135	806693	463	193307	21
40	9.732193	328	9.925222	135	9.806971	463	10.193029	20
41	732390	328	925141	135	807249	463	192751	19
42	732587	328	925060	135	807527	463	192473	18
43	732784	328	924979	135	807805	463	192195	17
44	732980	328	924897	135	808083	463	191917	16
45	9.733177	327	9.924816	135	9.808361	463	10.191639	15
46	733373	327	924735	135	808638	463	191362	14
47	733569	327	924654	136	808916	462	191084	13
48	733765	327	924572	136	809193	462	190807	12
49	733961	327	924491	136	809471	462	190529	11
50	9.734157	326	9.924409	136	9.809748	462	10.190252	10
51	734353	326	924328	136	810025	462	189975	9
52	734548	326	924246	136	810302	462	189698	8
53	734744	326	924164	136	810580	462	189420	7
54	734939	325	924083	136	810857	462	189143	6
55	9.735135	325	9.924001	136	9.811134	462	10.188866	5
56	735330	325	923919	136	811410	461	188590	4
57	735525	325	923837	136	811687	461	188313	3
58	735719	325	923755	136	811964	461	188036	2
59	735914	324	923673	137	812241	461	187759	1
60	736109	324	923591	137	812517	461	187483	57°

33°	Logarithm. Sinus				Logarithm. Tangens				57°
1'	9.736303	324	9.923509	137	9.812794	461	10.187206	59'	
2	736498	324	9.923427	137	813070	461	186930	58	
3	736692	324	9.923345	137	813347	461	186653	57	
4	736886	323	9.923263	137	813623	460	186377	56	
5	9.73780	323	9.923181	137	9.813899	460	10.186101	55	
6	737274	323	9.923098	137	814176	460	185824	54	
7	737467	323	9.923016	137	814452	460	185548	53	
8	737661	323	9.922933	137	814728	460	185272	52	
9	737855	322	9.922851	137	815004	460	184996	51	
10	9.738048	322	9.922768	137	9.815280	460	10.184720	50	
11	738241	322	9.922686	138	815555	460	184445	49	
12	738434	322	9.922603	138	815831	459	184169	48	
13	738627	322	9.922520	138	816107	459	183893	47	
14	738820	321	9.922438	138	816382	459	183618	46	
15	9.739013	321	9.922355	138	9.816658	459	10.183342	45	
16	739206	321	9.922272	138	816933	459	183067	44	
17	739398	321	9.922189	138	817209	459	182791	43	
18	739590	321	9.922106	138	817484	459	182516	42	
19	739783	320	9.922023	138	817759	459	182241	41	
20	9.739975	320	9.921940	138	9.818035	459	10.181965	40	
21	740167	320	9.921857	138	818310	458	181690	39	
22	740359	320	9.921774	139	818585	458	181415	38	
23	740550	320	9.921691	139	818860	458	181140	37	
24	740742	319	9.921607	139	819135	458	180865	36	
25	9.740934	319	9.921524	139	9.819410	458	10.180590	35	
26	741125	319	9.921441	139	819684	458	180316	34	
27	741316	319	9.921357	139	819959	458	180041	33	
28	741508	318	9.921274	139	820234	458	179766	32	
29	741699	318	9.921190	139	820508	458	179492	31	
30	9.741889	318	9.921107	139	9.820783	457	10.179217	30	
31	742080	318	9.921023	139	821057	457	178943	29	
32	742271	318	9.920939	139	821332	457	178668	28	
33	742462	318	9.920856	140	821606	457	178394	27	
34	742652	317	9.920772	140	821880	457	178120	26	
35	9.742842	317	9.920688	140	9.822154	457	10.177846	25	
36	743033	317	9.920604	140	822429	457	177571	24	
37	743223	317	9.920520	140	822703	457	177297	23	
38	743413	317	9.920436	140	822977	457	177023	22	
39	743602	316	9.920352	140	823251	456	176749	21	
40	9.743792	316	9.920268	140	9.823524	456	10.176476	20	
41	743982	316	9.920184	140	823798	456	176202	19	
42	744171	316	9.920099	140	824072	456	175928	18	
43	744361	316	9.920015	140	824345	456	175655	17	
44	744550	315	9.919931	140	824619	456	175381	16	
45	9.744739	315	9.919846	141	9.824893	456	10.175107	15	
46	744928	315	9.919762	141	825166	456	174834	14	
47	745117	315	9.919677	141	825439	456	174561	13	
48	745306	314	9.919593	141	825713	455	174287	12	
49	745494	314	9.919508	141	825986	455	174014	11	
50	9.745683	314	9.919424	141	9.826259	455	10.173741	10	
51	745871	314	9.919339	141	826532	455	173468	9	
52	746060	314	9.919254	141	826805	455	173195	8	
53	746248	314	9.919169	141	827078	455	172922	7	
54	746436	313	9.919085	141	827351	455	172649	6	
55	9.746624	313	9.919000	141	9.827624	455	10.172376	5	
56	746812	313	9.918915	142	827897	455	172103	4	
57	746999	313	9.918830	142	828170	454	171830	3	
58	747187	313	9.918745	142	828442	454	171558	2	
59	747374	312	9.918659	142	828715	454	171285	1	
34°	747562	312	9.918574	142	828987	454	171013	56'	

4°	Logarithm. Sinus				Logarithm. Tangens				56°
1	9.747749	312	9.918489	142	9.829260	454	10.170740	59	
2	747936	312	918404	142	829532	454	170468	58	
3	748123	312	918318	142	829805	454	170195	57	
4	748310	311	918233	142	830077	454	169923	56	
5	9.748497	311	9.918147	142	9.830349	454	10.169651	55	
6	748683	311	918063	142	830621	453	169379	54	
7	748870	311	917976	143	830893	453	169107	53	
8	749056	311	917891	143	831165	453	168835	52	
9	749243	310	917805	143	831437	453	168563	51	
10	9.749429	310	9.917719	143	9.831709	453	10.168291	50	
11	749615	310	917634	143	831981	453	168019	49	
12	749801	310	917548	143	832253	453	167747	48	
13	749987	310	917462	143	832525	453	167475	47	
14	750172	309	917376	143	832796	453	167204	46	
15	9.750358	309	9.917290	143	9.833068	453	10.166932	45	
16	750543	309	917204	143	833339	452	166661	44	
17	750729	309	917118	143	833611	452	166389	43	
18	750914	309	917032	144	833882	452	166118	42	
19	751099	308	916946	144	834154	452	165846	41	
20	9.751284	308	9.916859	144	9.834425	452	10.165575	40	
21	751469	308	916773	144	834696	452	165304	39	
22	751654	308	916687	144	834967	452	165033	38	
23	751839	308	916600	144	835238	452	164762	37	
24	752023	308	916514	144	835509	452	164491	36	
25	9.752208	307	9.916427	144	9.835780	452	10.164220	35	
26	752392	307	916341	144	836051	451	163949	34	
27	752576	307	916254	144	836322	451	163678	33	
28	752760	307	916167	144	836593	451	163407	32	
29	752944	307	916081	145	836864	451	163136	31	
30	9.753128	306	9.915994	145	9.837134	451	10.162866	30	
31	753312	306	915907	145	837405	451	162595	29	
32	753495	306	915820	145	837675	451	162325	28	
33	753679	306	915733	145	837946	451	162054	27	
34	753862	306	915646	145	838216	451	161784	26	
35	9.754046	305	9.915559	145	9.838487	450	10.161513	25	
36	754229	305	915472	145	838757	451	161243	24	
37	754412	305	915385	145	839027	450	160973	23	
38	754595	305	915297	145	839297	450	160703	22	
39	754778	305	915210	145	839568	450	160432	21	
40	9.754960	304	9.915123	145	9.839838	450	10.160162	20	
41	755143	304	915035	146	840108	450	159892	19	
42	755326	304	914948	146	840378	450	159622	18	
43	755508	304	914860	146	840648	450	159352	17	
44	755690	304	914773	146	840917	450	159083	16	
45	9.755872	304	9.914685	146	9.841187	449	10.158813	15	
46	756054	303	914598	146	841457	450	158543	14	
47	756236	303	914510	146	841727	449	158273	13	
48	756418	303	914423	146	841996	449	158004	12	
49	756600	303	914334	146	842266	449	157734	11	
50	9.756782	303	9.914246	146	9.842535	449	10.157465	10	
51	756963	302	914158	147	842805	449	157195	9	
52	757144	302	914070	147	843074	449	156926	8	
53	757326	302	913982	147	843343	449	156657	7	
54	757507	302	913894	147	843612	449	156388	6	
55	9.757688	302	9.913806	147	9.843882	449	10.156118	5	
56	757869	301	913718	147	844151	448	155849	4	
57	758050	301	913630	147	844420	448	155580	3	
58	758230	301	913541	147	844689	448	155311	2	
59	758411	301	913453	147	844958	448	155042	1	
35°	758591	301	913365	147	845227	448	154773	55°	

35°	Logarithm. Sinus				Logarithm. Tangens				55°
1'	9.758772	301	9.913276	147	9.845496	448	10.154504	551	
2	758952	300	913187	147	845764	448	154236	58	
3	759132	300	913099	148	846033	448	153967	57	
4	759312	300	913010	148	846302	448	153698	56	
5	9.759492	300	9.912922	148	9.846570	448	10.153430	55	
6	759672	300	912833	148	846839	447	153161	54	
7	759852	299	912744	148	847108	447	152892	53	
8	760031	299	912655	148	847376	447	152624	52	
9	760211	299	912566	148	847644	447	152356	51	
10	9.760390	299	9.912477	148	9.847913	447	10.153087	50	
11	760569	299	912388	148	848181	447	151819	49	
12	760748	298	912299	148	848449	447	151551	48	
13	760927	298	912210	149	848717	447	151283	47	
14	761106	298	912121	149	848986	447	151014	46	
15	9.761285	298	9.912031	149	9.849254	447	10.150746	45	
16	761464	298	911942	149	849522	447	150478	44	
17	761642	298	911853	149	849790	447	150210	43	
18	761821	297	911763	149	850058	446	149942	42	
19	761999	297	911674	149	850325	446	149675	41	
20	9.762177	297	9.911584	149	9.850593	446	10.149407	40	
21	762356	297	911495	149	850861	446	149139	39	
22	762534	297	911405	149	851129	446	148871	38	
23	762712	296	911315	149	851396	446	148604	37	
24	762889	296	911226	150	851664	446	148336	36	
25	9.763067	296	9.911136	150	9.851931	446	10.148069	35	
26	763245	296	911046	150	852199	446	147801	34	
27	763422	296	910956	150	852466	446	147534	33	
28	763600	296	910866	150	852733	446	147267	32	
29	763777	295	910776	150	853001	445	146999	31	
30	9.763954	295	9.910686	150	9.853268	445	10.146732	30	
31	764131	295	910596	150	853535	445	146465	29	
32	764308	295	910506	150	853802	445	146198	28	
33	764485	295	910415	150	854069	445	145931	27	
34	764662	294	910325	151	854336	445	145664	26	
35	9.764838	294	9.910235	150	9.854603	445	10.145397	25	
36	765015	294	910144	151	854870	445	145130	24	
37	765191	294	910054	151	855137	445	144863	23	
38	765367	294	909963	151	855404	445	144596	22	
39	765544	294	909873	151	855671	444	144329	21	
40	9.765720	293	9.909782	151	9.855938	445	10.144062	20	
41	765896	293	909691	151	856204	444	143796	19	
42	766072	293	909601	151	856471	444	143529	18	
43	766247	293	909510	151	856737	444	143263	17	
44	766423	293	909419	151	857004	444	142996	16	
45	9.766598	293	9.909328	151	9.857270	444	10.142730	15	
46	766774	292	909237	152	857537	444	142463	14	
47	766949	292	909146	152	857803	444	142197	13	
48	767124	292	909055	152	858069	444	141931	12	
49	767300	292	908964	152	858336	444	141664	11	
50	9.767475	292	9.908873	152	9.858602	444	10.141398	10	
51	767649	291	908781	152	858868	443	141132	9	
52	767824	291	908690	152	859134	443	140866	8	
53	767999	291	908599	152	859400	443	140600	7	
54	768173	291	908507	152	859666	443	140334	6	
55	9.768348	291	9.908416	152	9.859932	443	10.140068	5	
56	768522	290	908324	153	860198	443	139802	4	
57	768697	290	908233	153	860464	443	139536	3	
58	768871	290	908141	153	860730	443	139270	2	
59	769045	290	908049	153	860995	443	139005	1	
36°	769219	290	907958	153	861261	443	138739	54°	

34°

Logarithm. Sinus

1	9.747749	312	9.918489	142
2	747936	312	918404	142
3	748123	312	918318	142
4	748310	311	918233	142
5	9.748497	311	9.918147	142
6	748683	311	918061	142
7	748870	311	917976	143
8	749056	311	917891	143
9	749243	310	917805	143
10	9.749429	310	9.917719	143
11	749615	310	917634	143
12	749801	310	917548	143
13	749987	310	917462	143
14	750172	309	917376	143
15	9.750358	309	9.917290	143
16	750543	309	917204	143
17	750729	309	917118	143
18	750914	309	917032	143
19	751099	308	916946	143
20	9.751284	308	9.916859	143
21	751469	308	916773	143
22	751654	308	916687	143
23	751839	308	916601	143
24	752023	308	916515	143
25	9.752208	307	9.916429	143
26	752393	307	916343	143
27	752576	307	916257	143
28	752760	307	916171	143
29	752944	307	916085	143
30	9.753128	306	9.915999	143
31	753312	306	915913	143
32	753495	306	915827	143
33	753679	306	915741	143
34	753862	306	915655	143
35	9.754046	305	9.915569	143
36	754230	305	915483	143
37	754413	283	904517	156
38	754596	283	904533	156
39	754779	283	904449	156
40	9.754962	283	9.904365	157
41	755145	283	904281	157
42	755328	283	904197	157
43	755511	283	904113	157
44	755694	282	904029	157
45	755877	282	903945	157
46	9.756060	282	9.903861	157
47	756243	282	903777	157
48	756426	282	903693	157
49	756609	282	903609	157
50	9.756792	281	9.903525	158
51	756975	281	903441	158
52	757158	281	903357	158
53	757341	281	903273	158
54	757524	281	903189	158
55	9.757707	280	9.903105	158
56	757890	280	903021	158
57	758073	280	902937	158
58	758256	280	902853	158
59	758439	280	902769	158
37°	779463	279	902349	159

Logarithm. Tangens

9.829260	454	100
829532	454	100
829805	454	100
830077	454	100
9.830349	454	100
830621	454	100
830893	454	100
831165	454	100
831437	454	100
9.831709	454	100
831981	454	100
832253	454	100
832525	454	100
832797	454	100
833069	454	100
833341	454	100
833613	454	100
833885	454	100
834157	454	100
834429	454	100
834701	454	100
834973	454	100
835245	454	100
835517	454	100
835789	454	100
836061	454	100
836333	454	100
836605	454	100
836877	454	100
837149	454	100
837421	454	100
837693	454	100
837965	454	100
838237	454	100
838509	454	100
838781	454	100
839053	454	100
839325	454	100
839597	454	100
839869	454	100
840141	454	100
840413	454	100
840685	454	100
840957	454	100
841229	454	100
841501	454	100
841773	454	100
842045	454	100
842317	454	100
842589	454	100
842861	454	100
843133	454	100
843405	454	100
843677	454	100
843949	454	100
844221	454	100
844493	454	100
844765	454	100
845037	454	100
845309	454	100
845581	454	100
845853	454	100
846125	454	100
846397	454	100
846669	454	100
846941	454	100
847213	454	100
847485	454	100
847757	454	100
848029	454	100
848301	454	100
848573	454	100
848845	454	100
849117	454	100
849389	454	100
849661	454	100
849933	454	100
850205	454	100
850477	454	100
850749	454	100
851021	454	100
851293	454	100
851565	454	100
851837	454	100
852109	454	100
852381	454	100
852653	454	100
852925	454	100
853197	454	100
853469	454	100
853741	454	100
854013	454	100
854285	454	100
854557	454	100
854829	454	100
855101	454	100
855373	454	100
855645	454	100
855917	454	100
856189	454	100
856461	454	100
856733	454	100
857005	454	100
857277	454	100
857549	454	100
857821	454	100
858093	454	100
858365	454	100
858637	454	100
858909	454	100
859181	454	100
859453	454	100
859725	454	100
860000	454	100
860272	454	100
860544	454	100
860816	454	100
861088	454	100
861360	454	100
861632	454	100
861904	454	100
862176	454	100
862448	454	100
862720	454	100
862992	454	100
863264	454	100
863536	454	100
863808	454	100
864080	454	100
864352	454	100
864624	454	100
864896	454	100
865168	454	100
865440	454	100
865712	454	100
865984	454	100
866256	454	100
866528	454	100
866800	454	100
867072	454	100
867344	454	100
867616	454	100
867888	454	100
868160	454	100
868432	454	100
868704	454	100
868976	454	100
869248	454	100
869520	454	100
869792	454	100
870064	454	100
870336	454	100
870608	454	100
870880	454	100
871152	454	100
871424	454	100
871696	454	100
871968	454	100
872240	454	100
872512	454	100
872784	454	100
873056	454	100
873328	454	100
873600	454	100
873872	454	100
874144	454	100
874416	454	100
874688	454	100
874960	454	100
875232	454	100
875504	454	100
875776	454	100
876048	454	100
876320	454	100
876592	454	100
876864	454	100
877136	454	100
877408	454	100
877680	454	100
877952	454	100
878224	454	100
878496	454	100
878768	454	100
879040	454	100
879312	454	100
879584	454	100
879856	454	100
880128	454	100
880400	454	100
880672	454	100
880944	454	100
881216	454	100
881488	454	100
881760	454	100
882032	454	100
882304	454	100
882576	454	100
882848	454	100
883120	454	100
883392	454	100
883664	454	100
883936	454	100
884208	454	100
884480	454	100
884752	454	100
885024	454	100
885296	454	100
885568	454	100
885840	454	100
886112	454	100
886384	454	100
886656	454	100
886928	454	100
887200	454	100
887472	454	100
887744	454	100
888016	454	100
888288	454	100
888560	454	100
888832	454	100
889104	454	100
889376	454	100
889648	454	100
889920	454	100
890192	454	100
890464	454	100
890736	454	100
891008	454	100
891280	454	100
891552	454	100
891824	454	100
892096	454	100
892368	454	100
892640	454	100
892912	454	100
893184	454	100
893456	454	100
893728	454	100
894000	454	100
894272	454	100
894544	454	100
894816	454	100
895088	454	100
895360	454	100
895632	454	100
895904	454	100
896176	454	100
896448	454	100
896720	454	100
896992	454	100
897264	454	100
897536	454	100
897808	454	100
898080	454	100
898352	454	100
898624	454	100
898896	454	100
899168	454	100
899440	454	100
899712	454	100
900000	454	100

53°

Logarithm. Sinus

Logarithm. Tangens

53

779631	279	902153	159
79798	279	902158	159
966	279	902063	159
3	279	901967	159
	279	901872	159
	278	901776	159
	278	901681	159
		901585	159
		901490	159
		901394	159
		901298	160
		901202	160
		901106	160
		901010	160
		900914	160
		900818	160
		900722	160
		900626	160
		900530	160
		900434	160
		900338	160
		900242	160
		900146	160
		900050	160
		899954	160
		899858	160
		899762	160
		899666	160
		899570	160
		899474	160
		899378	160
		899282	160
		899186	160
		899090	160
		898994	160
		898898	160
		898802	160
		898706	160
		898610	160
		898514	160
		898418	160
		898322	160
		898226	160
		898130	160
		898034	160
		897938	160
		897842	160
		897746	160
		897650	160
		897554	160
		897458	160
		897362	160
		897266	160
		897170	160
		897074	160
		896978	160
		896882	160
		896786	160
		896690	160
		896594	160
		896498	160
		896402	160
		896306	160
		896210	160
		896114	160
		896018	160
		895922	160
		895826	160
		895730	160
		895634	160
		895538	160
		895442	160
		895346	160
		895250	160
		895154	160
		895058	160
		894962	160
		894866	160
		894770	160
		894674	160
		894578	160
		894482	160
		894386	160
		894290	160
		894194	160
		894098	160
		893902	160
		893806	160
		893710	160
		893614	160
		893518	160
		893422	160
		893326	160
		893230	160
		893134	160
		893038	160
		892942	160
		892846	160
		892750	160
		892654	160
		892558	160
		892462	160
		892366	160
		892270	160
		892174	160
		892078	160
		891982	160
		891886	160
		891790	160
		891694	160
		891598	160
		891502	160
		891406	160
		891310	160
		891214	160
		891118	160
		891022	160
		890926	160
		890830	160
		890734	160
		890638	160
		890542	160
		890446	160
		890350	160
		890254	160
		890158	160
		890062	160
		889966	160
		889870	160
		889774	160
		889678	160
		889582	160
		889486	160
		889390	160
		889294	160
		889198	160
		889102	160
		889006	160
		888910	160
		888814	160
		888718	160
		888622	160
		888526	160
		888430	160
		888334	160
		888238	160
		888142	160
		888046	160
		887950	160
		887854	160
		887758	160
		887662	160
		887566	160
		887470	160
		887374	160
		887278	160
		887182	160
		887086	160
		886990	160
		886894	160
		886798	160
		886702	160
		886606	160
		886510	160
		886414	160
		886318	160
		886222	160
		886126	160
		886030	160
		885934	160
		885838	160
		885742	160
		885646	160
		885550	160
		885454	160
		885358	160
		885262	160
		885166	160
		885070	160
		884974	160
		884878	160
		884782	160
		884686	160
		884590	160
		884494	160
		884398	160
		884302	160
		884206	160
		884110	160
		884014	160
		883918	160
		883822	160
		883726	160
		883630	160
		883534	160
		883438	160
		883342	160
		883246	160
		883150	160
		883054	160
		882958	160
		882862	160
		882766	160
		882670	160
		882574	160
		882478	160
		882382	160
		882286	160
		882190	160
		882094	160
		881998	160
		881902	160
		881806	160
		881710	160
		881614	160
		881518	160
		881422	160
		881326	160
		881230	160
		881134	160
		881038	160
		880942	160
		880846	160
		880750	160
		880654	160
		880558	160
		880462	160
		880366	160
		880270	160
		880174	160
		880078	160
		879982	160
		879886	160
		879790	160
		879694	160
		879598	160
		879502	160
		879406	160
		879310	160
		879214	160
		879118	160
		879022	160
		878926	160
		878830	160
		878734	160
		878638	160
		878542	160
		878446	160
		878350	160
		878254	160
		878158	160
		878062	160
		877966	160
		877870	160
		877774	160
		877678	160
		877582	160
		877486	160
		877390	160
		877294	160
		877198	160
		877102	160
		877006	160
		876910	160
		876814	160
		876718	160
		876622	160
		876526	160
		876430	160
		876334	160
		876238	160
		876142	160
		876046	160
		875950	160
		875854	160
		875758	160
		875662	160
		875566	160
		875470	160
		875374	160
		875278	160
		875182	160
		875086	160
		874990	160
		874894	160
		874798	160
		874702	160
		874606	160
		874510	160
		874414	160
		874318	160
		874222	160
		874126	160
		874030	160
		873934	160
		873838	160
		873742	160
		873646	160
		873550	160
		873454	160
		873358	160
		873262	160
		873166	160
		873070	160
		872974	160
		872878	160
		872782	160
		872686	160
		872590	160
		872494	160
		872398	160
		872302	160
		872206	160
		872110	160
		872014	160
		871918	160
		871822	160
		871726	160
		871630	160
		871534	160
		871438	160
		871342	160
		871246	160
		871150	160
		871054	160
		870958	160
		870862	160
		870766	160
		870670	160
		870574	160
		870478	160
		870382	160
		870286	160
		870190	160
		870094	160
		869998	160
		869902	160
		869806	160
		869710	160
		869614	160
		869518	160
		869422	160
		869326	160
		869230	160
		869134	160
		869038	160
		868942	160
		868846	160
		868750	160
		868654	160
		868558	160
		868462	160
		868366	160
		868270	160
		868174	160
		868078	160
		867982	160
		867886	160
		867790	160
		867694	160
		867598	160
		867502	160
		867406	160
		867310	160
		867214	160
		867118	160
		867022	160
		866926	160
		866830	160
		866734	160
		866638	160
		866542	160
		866446	160
		866350	160
		866254	160
		866158	160
		866062	160
		865966	160
		865870	160
		865774	160
		865678	160
		865582	160
		865486	160
		865390	160
		865294	160
		865198	160
		865102	160
		865006	160
		864910	160
		864814	160
		864718	160
		864622	160
		864526	160
		864430	160
		864334	160
		864238	160
		864142	160
		864046	160

9.877377	438	10.122633
877640	438	122360
877903	438	122097
878165	438	121835
9.878428	438	10.121572
878691	438	121309
878953	438	121047
879216	437	120784
879478	437	120522
9.879741	437	10.120259
880003	437	119997
880265	437	119735
880528	437	119472
880790	437	119210
9.881052	437	10.118948
881314	437	118686
881577	437	118423
881839	437	118161
882101	437	117899
9.882363	437	10.117637
882625	436	117375
882887	437	117113
883148	436	116851
883410	436	116589
9.883672	436	10.116328
883934	436	116066
884196	436	115804
884457	436	115543
884719	436	115281
9.884980	436	10.115020
885242	436	114758
885504	436	114496
885765	436	114235
886026	436	113974
9.886288	436	10.113712
886549	436	113451
886811	435	113189
887072	435	112928
887333	435	112667
9.887594	435	10.112406
887855	435	112145
888116	435	111884
888378	435	111622
888639	435	111361
9.888900	435	10.111100
889161	435	110839
889421	435	110579
889682	435	110318
889943	435	110057
9.890204	435	10.109796
890465	434	109535
890725	434	109275
890986	434	109014
891247	434	108753
9.891507	434	10.108493
891768	434	108232
892028	434	107972
892289	434	107711
892549	434	107451
892810	434	107190

58
57
56
55
54
53
52
51
50
49
48
47
46
45
44
43
42
41
40
39
38
37
36
35
34
33
32
31
30
29
28
27
26
25
24
23
22
21
20
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
52

38°

38°	Fogarithm. Sinus				Fogarithm. Tangens				52°
1'									
2	9.789504	269	9.896433	164	9.893070	434	10.106930	52'	
3	789665	269	896335	165	893331	434	106669		58
4	789827	269	896236	165	893591	434	106409		57
5	789988	269	896137	165	893851	434	106149		56
6	9.790149	269	9.896038	165	9.894111	434	10.105889		55
7	790310	268	895939	165	894372	433	105628		54
8	790471	268	895840	165	894632	434	105368		53
9	790632	268	895741	165	894892	433	105108		52
10	790793	268	895641	165	895152	433	104848		51
11	9.790954	268	9.895542	165	9.895412	433	10.104588		50
12	791115	268	895443	165	895672	433	104328		49
13	791275	268	895343	166	895932	433	104068		48
14	791436	267	895244	166	896192	433	103808		47
15	791596	267	895145	166	896452	433	103548		46
16	9.791757	267	9.895045	166	9.896712	433	10.103288		45
17	791917	267	894945	166	896971	433	103029		44
18	792077	267	894846	166	897231	433	102769		43
19	792237	267	894746	166	897491	433	102509		42
20	792397	266	894646	166	897751	433	102249		41
21	9.792557	266	9.894546	166	9.898010	433	10.101990		40
22	792716	266	894446	167	898270	433	101730		39
23	792876	266	894346	166	898530	433	101470		38
24	793035	266	894246	167	898789	433	101211		37
25	793195	266	894146	167	899049	432	100951		36
26	9.793354	266	9.894046	167	9.899308	432	10.100692		35
27	793514	265	893946	167	899568	432	100432		34
28	793673	265	893846	167	899827	432	100173		33
29	793832	265	893745	167	900087	432	099913		32
30	793991	265	893645	167	900346	432	099654		31
31	9.794150	265	9.893544	167	9.900605	432	10.099395		30
32	794308	264	893444	167	900864	432	099136		29
33	794467	264	893343	168	901124	432	098876		28
34	794626	264	893243	168	901383	432	098617		27
35	794784	264	893142	168	901642	432	098358		26
36	9.794942	264	9.893041	168	9.901901	432	10.098099		25
37	795101	264	892940	168	902160	432	097840		24
38	795259	264	892839	168	902420	432	097580		23
39	795417	263	892739	168	902679	432	097321		22
40	795575	263	892638	168	902938	432	097062		21
41	9.795733	263	9.892536	168	9.903197	432	10.096803		20
42	795891	263	892435	168	903456	431	096544		19
43	796049	263	892334	169	903714	431	096286		18
44	796206	263	892233	169	903973	431	096027		17
45	796364	263	892132	169	904232	431	095768		16
46	9.796521	262	9.892030	169	9.904491	431	10.095509		15
47	796679	262	891929	169	904750	431	095250		14
48	796836	262	891827	169	905009	431	094991		13
49	796993	262	891726	169	905267	431	094733		12
50	797150	262	891624	169	905526	431	094474		11
51	9.797307	262	9.891523	169	9.905785	431	10.094215		10
52	797464	261	891421	170	906043	431	093957		9
53	797621	261	891319	169	906302	431	093698		8
54	797777	261	891217	170	906560	431	093440		7
55	797934	261	891115	170	906819	431	093181		6
56	9.798091	261	9.891013	170	9.907077	431	10.092922		5
57	798247	261	890911	170	907336	431	092664		4
58	798403	261	890809	170	907594	431	092406		3
59	798560	260	890707	170	907853	431	092147		2
39°	798716	260	890605	170	908111	431	091889		1
	798872	260	890503	170	908369	430	091631		51°

39°	Logarithm. Sinus				Logarithm. Tangens				51°
1	9.799028	260	9.890400	170	9.908628	430	10.091372	59	1
2	799184	260	890298	171	908886	430	091114	58	2
3	799339	260	890195	171	909144	430	090856	57	3
4	799495	259	890093	171	909402	430	090598	56	4
5	9.799651	259	9.889990	171	9.909669	430	10.090340	55	5
6	799806	259	889888	171	909918	430	090082	54	6
7	799962	259	889785	171	910177	430	089823	53	7
8	800117	259	889682	171	910435	430	089565	52	8
9	800272	259	889579	171	910693	430	089307	51	9
10	9.800427	258	9.889477	171	9.910951	430	10.089049	50	10
11	800582	258	889374	171	911209	430	088791	49	11
12	800737	258	889271	172	911467	430	088533	48	12
13	800892	258	889168	172	911725	430	088275	47	13
14	801047	258	889064	172	911982	430	088018	46	14
15	9.801201	258	9.888961	172	9.912240	430	10.087760	45	15
16	801356	258	888858	172	912498	430	087502	44	16
17	801511	257	888755	172	912756	430	087244	43	17
18	801665	257	888651	172	913014	430	086986	42	18
19	801819	257	888548	172	913271	429	086729	41	19
20	9.801973	257	9.888444	172	9.913529	429	10.086471	40	20
21	802128	257	888341	173	913787	429	086213	39	21
22	802282	257	888237	173	914044	429	085956	38	22
23	802436	256	888134	173	914302	429	085698	37	23
24	802589	256	888030	173	914560	429	085440	36	24
25	9.802743	256	9.887926	173	9.914817	429	10.085183	35	25
26	802897	256	887822	173	915075	429	084925	34	26
27	803050	256	887718	173	915332	429	084668	33	27
28	803204	256	887614	173	915590	429	084410	32	28
29	803357	256	887510	173	915847	429	084153	31	29
30	9.803511	255	9.887406	173	9.916104	429	10.083896	30	30
31	803664	255	887302	174	916362	429	083638	29	31
32	803817	255	887198	174	916619	429	083381	28	32
33	803970	255	887093	174	916877	429	083123	27	33
34	804123	255	886989	174	917134	429	082866	26	34
35	9.804276	255	9.886885	174	9.917391	429	10.082609	25	35
36	804428	254	886780	174	917648	429	082352	24	36
37	804581	254	886676	174	917906	429	082094	23	37
38	804734	254	886571	174	918163	429	081837	22	38
39	804886	254	886466	174	918420	428	081580	21	39
40	9.805039	254	9.886362	174	9.918677	428	10.081322	20	40
41	805191	254	886257	175	918934	428	081066	19	41
42	805343	254	886152	175	919191	428	080809	18	42
43	805495	253	886047	175	919448	428	080552	17	43
44	805647	253	885942	175	919705	428	080295	16	44
45	9.805799	253	9.885837	175	9.919962	428	10.080038	15	45
46	805951	253	885732	175	920219	428	079781	14	46
47	806103	253	885627	175	920476	428	079524	13	47
48	806254	253	885522	175	920733	428	079267	12	48
49	806406	253	885416	175	920990	428	079010	11	49
50	9.806557	252	9.885311	175	9.921247	428	10.078753	10	50
51	806709	252	885205	176	921503	428	078497	9	51
52	806860	252	885100	176	921760	428	078240	8	52
53	807011	252	884994	176	922017	428	077983	7	53
54	807163	252	884889	176	922274	428	077726	6	54
55	9.807314	252	9.884783	176	9.922530	428	10.077470	5	55
56	807465	252	884677	176	922787	428	077213	4	56
57	807615	251	884572	176	923044	428	076956	3	57
58	807766	251	884466	176	923300	428	076700	2	58
59	807917	251	884360	177	923557	428	076443	1	59
40°	808067	251	884254	176	923814	427	076186	50°	

42°	Logarithm. Sinus				Logarithm. Tangens				48°
1'	9.825651	234	5.870960	190	9.954691	423	10.045309	59'	
2	825791	233	870846	190	954946	423	045054	58	
3	825931	233	870732	190	955200	423	044800	57	
4	826071	233	870618	190	955454	423	044546	56	
5	826211	233	9.870504	190	9.955708	423	10.044292	55	
6	9.826351	233	870390	190	955961	423	044039	54	
7	826491	233	870276	190	956215	423	043785	53	
8	826631	233	870161	190	956469	423	043531	52	
9	826770	233	870047	190	956723	423	043277	51	
10	9.826910	233	9.869939	191	9.956977	423	10.043023	50	
11	827049	232	869818	191	957231	423	042769	49	
12	827189	232	869704	191	957485	423	042515	48	
13	827328	232	869589	191	957739	423	042261	47	
14	827467	232	869474	191	957993	423	042007	46	
15	9.827606	232	9.869360	191	9.958247	423	10.041753	45	
16	827745	232	869245	191	958500	423	041500	44	
17	827884	232	869130	191	958754	423	041246	43	
18	828023	231	869015	191	959008	423	040992	42	
19	828162	231	868900	192	959262	423	040738	41	
20	9.828301	231	9.868785	192	9.959516	423	10.040484	40	
21	828439	231	868670	192	959769	423	040231	39	
22	828578	231	868555	192	960023	423	039977	38	
23	828716	231	868440	192	960277	423	039723	37	
24	828855	231	868324	192	960530	423	039470	36	
25	9.828993	230	9.868209	192	9.960784	423	10.039216	35	
26	829131	230	868093	192	961038	423	038962	34	
27	829269	230	867978	192	961291	423	038708	33	
28	829407	230	867862	193	961545	423	038455	32	
29	829545	230	867747	193	961799	423	038201	31	
30	9.829683	230	9.867631	193	9.962052	423	10.037948	30	
31	829821	230	867515	193	962306	423	037694	29	
32	829959	229	867399	193	962560	423	037440	28	
33	830097	229	867283	193	962813	423	037187	27	
34	830234	229	867167	193	963067	423	036933	26	
35	9.830372	229	9.867051	193	9.963320	422	10.036680	25	
36	830509	229	866935	193	963574	422	036426	24	
37	830646	229	866819	194	963828	422	036172	23	
38	830784	229	866703	194	964081	422	035919	22	
39	830921	229	866586	194	964335	422	035665	21	
40	9.831058	228	9.866470	194	9.964588	422	10.035412	20	
41	831195	228	866353	194	964842	422	035158	19	
42	831332	228	866237	194	965095	422	034905	18	
43	831469	228	866120	194	965349	422	034651	17	
44	831606	228	866003	194	965602	422	034398	16	
45	9.831742	228	9.865887	195	9.965855	422	10.034145	15	
46	831879	228	865770	195	966109	422	033891	14	
47	832015	228	865653	195	966362	422	033638	13	
48	832152	227	865536	195	966616	422	033384	12	
49	832288	227	865419	195	966869	422	033131	11	
50	9.832425	227	9.865302	195	9.967123	422	10.032877	10	
51	832561	227	865185	195	967376	422	032624	9	
52	832697	227	865068	195	967629	422	032371	8	
53	832833	227	864950	195	967883	422	032117	7	
54	832969	227	864833	195	968136	422	031864	6	
55	9.833105	226	9.864716	196	9.968389	422	10.031611	5	
56	833241	226	864598	196	968643	422	031357	4	
57	833377	226	864481	196	968896	422	031104	3	
58	833512	226	864363	196	969149	422	030851	2	
59'	833648	226	864245	196	969403	422	030597	1'	
43°	833783	226	864127	196	969656	422	030344	47°	

43°

Logarithm. Sinus

Logarithm. Tangens

47°

1	9.833919	226	9.864010	196	9.969909	422	10.030091	59'
2	834054	225	863892	196	970162	422	029838	58
3	834189	225	863774	197	970416	422	029584	57
4	834325	225	863656	197	970669	422	029331	56
5	9.834460	225	9.863538	197	9.970922	422	10.029078	55
6	834595	225	863419	197	971175	422	028825	54
7	834730	225	863301	197	971429	422	028571	53
8	834865	225	863183	197	971682	422	028318	52
9	834999	225	863064	197	971935	422	028065	51
10	9.835134	224	9.862946	197	9.972188	422	10.027812	50
11	835269	224	862827	198	972441	422	027559	49
12	835403	224	862709	198	972695	422	027305	48
13	835538	224	862590	198	972948	422	027052	47
14	835672	224	862471	198	973201	422	026799	46
15	9.835807	224	9.862353	198	9.973454	422	10.026546	45
16	835941	224	862234	198	973707	422	026293	44
17	836075	224	862115	198	973960	422	026040	43
18	836209	223	861996	198	974213	422	025787	42
19	836343	223	861877	198	974466	422	025534	41
20	9.836477	223	9.861758	198	9.974720	422	10.025280	40
21	836611	223	861638	199	974973	422	025027	39
22	836745	223	861519	199	975226	422	024774	38
23	836878	223	861400	199	975479	422	024521	37
24	837012	223	861280	199	975732	422	024268	36
25	9.837146	222	9.861161	199	9.975985	422	10.024015	35
26	837279	222	861041	199	976238	422	023762	34
27	837412	222	860922	199	976491	422	023509	33
28	837546	222	860802	199	976744	422	023256	32
29	837679	222	860682	199	976997	422	023003	31
30	9.837812	222	9.860562	200	9.977250	422	10.022750	30
31	837945	222	860442	200	977503	422	022497	29
32	838078	222	860322	200	977756	422	022244	28
33	838211	221	860202	200	978009	422	021991	27
34	838344	221	860082	200	978262	422	021738	26
35	9.838477	221	9.859962	200	9.978515	421	10.021485	25
36	838610	221	859842	200	978768	422	021232	24
37	838742	221	859721	200	979021	422	020979	23
38	838875	221	859601	201	979274	421	020726	22
39	839007	221	859480	201	979527	422	020473	21
40	9.839140	221	9.859360	201	9.979780	421	10.020220	20
41	839272	220	859239	201	980033	421	019967	19
42	839404	220	859119	201	980286	422	019714	18
43	839536	220	858998	201	980538	421	019462	17
44	839668	220	858877	201	980791	421	019209	16
45	9.839800	220	9.858756	201	9.981044	421	10.018956	15
46	839932	220	858635	202	981297	421	018703	14
47	840064	220	858514	202	981550	421	018450	13
48	840196	219	858393	202	981803	421	018197	12
49	840328	219	858272	202	982056	421	017944	11
50	9.840459	219	9.858151	202	9.982309	421	10.017691	10
51	840591	219	858029	202	982562	421	017438	9
52	840722	219	857908	202	982814	421	017186	8
53	840854	219	857786	202	983067	421	016933	7
54	840985	219	857665	202	983320	421	016680	6
55	9.841116	219	9.857543	203	9.983573	421	10.016427	5
56	841247	219	857422	203	983826	421	016174	4
57	841378	218	857300	203	984079	421	015921	3
58	841509	218	857178	203	984332	421	015668	2
59	841640	218	857056	203	984584	421	015416	1
60	841771	218	856934	203	984837	421	015163	0

44°

46°

44°	Logarithm. Sinus				Logarithm. Tangens				46°
1	9.841902	218	9.856812	203	9.985090	421	10.014910	59	59
2	842033	218	856690	203	985343	421	014657	58	58
3	842163	218	856568	204	985596	421	014404	57	57
4	842294	217	856446	204	985848	421	014152	56	56
5	9.842424	217	9.856323	204	9.986101	421	10.013899	55	55
6	842555	217	856201	204	986354	421	013646	54	54
7	842685	217	856078	204	986607	421	013393	53	53
8	842815	217	855956	204	986860	421	013140	52	52
9	842946	217	855833	204	987112	421	012888	51	51
10	9.843076	217	9.855711	204	9.987365	421	10.012635	50	50
11	843206	217	855588	205	987618	421	012382	49	49
12	843336	216	855465	205	987871	421	012129	48	48
13	843466	216	855342	205	988123	421	011877	47	47
14	843595	216	855219	205	988376	421	011624	46	46
15	9.843725	216	9.855096	205	9.988629	421	10.011371	45	45
16	843855	216	854973	205	988882	421	011118	44	44
17	843984	216	854850	205	989134	421	010866	43	43
18	844114	216	854727	205	989387	421	010613	42	42
19	844243	216	854603	205	989640	421	010360	41	41
20	9.844372	215	9.854480	206	9.989893	421	10.010107	40	40
21	844502	215	854356	206	990145	421	009855	39	39
22	844631	215	854233	206	990398	421	009602	38	38
23	844760	215	854109	206	990651	421	009349	37	37
24	844889	215	853986	206	990903	421	009097	36	36
25	9.845018	215	9.853862	206	9.991156	421	10.008844	35	35
26	845147	215	853738	206	991409	421	008591	34	34
27	845276	215	853614	206	991662	421	008338	33	33
28	845405	214	853490	207	991914	421	008086	32	32
29	845533	214	853366	207	992167	421	007833	31	31
30	9.845662	214	9.853242	207	9.992420	421	10.007580	30	30
31	845790	214	853118	207	992672	421	007328	29	29
32	845919	214	852994	207	992925	421	007075	28	28
33	846047	214	852869	207	993178	421	006822	27	27
34	846175	214	852745	207	993431	421	006569	26	26
35	9.846304	214	9.852620	207	9.993683	421	10.006317	25	25
36	846432	214	852496	207	993936	421	006064	24	24
37	846560	213	852371	208	994189	421	005811	23	23
38	846688	213	852247	208	994441	421	005559	22	22
39	846816	213	852122	208	994694	421	005306	21	21
40	9.846944	213	9.851997	208	9.994947	421	10.005053	20	20
41	847071	213	851872	208	995199	421	004801	19	19
42	847199	213	851747	208	995452	421	004548	18	18
43	847327	213	851622	208	995705	421	004295	17	17
44	847454	213	851497	208	995957	421	004043	16	16
45	9.847582	212	9.851372	209	9.996210	421	10.003790	15	15
46	847709	212	851246	209	996463	421	003537	14	14
47	847836	212	851121	209	996715	421	003285	13	13
48	847964	212	850996	209	996968	421	003032	12	12
49	848091	212	850870	209	997221	421	002779	11	11
50	9.848218	212	9.850745	209	9.997473	421	10.002527	10	10
51	848345	212	850619	209	997726	421	002274	9	9
52	848472	212	850493	209	997979	421	002021	8	8
53	848599	211	850368	210	998231	421	001769	7	7
54	848726	211	850242	210	998484	421	001516	6	6
55	9.848852	211	9.850116	210	9.998737	421	10.001263	5	5
56	848979	211	849999	210	998989	421	001011	4	4
57	849106	211	849864	210	999242	421	000758	3	3
58	849232	211	849738	210	999495	421	000505	2	2
59	849359	211	849611	210	999747	421	000253	1	1
45°	849485	211	849485	210	000000	421	000000	45°	45°

Trykfeil i første Hefte.

- Side 5 Linie 3 neden fra for stor læs stort.
- 8 — 7 og 8 for indeholder l. indeholdes.
 — sidste for Størrelse l. Størrelser.
- 13 — 11 for høiere l. høire.
- 18 — 15 for hvoraf mange l. hvor mange af.
- 20 — 13 for tiendiendegiver l. tiilliendegiver.
- 27 — 24 for 270 læs 207.
- 31 — 9 for stor l. stort.
 — 20 for høiste l. høieste.
- 37 — 13 og 14 for Eenheden l. Enheden.
- 38 — 10 for $\frac{221}{2210}$ l. $\frac{221}{2218}$.
- 42 — 14 for altid l. satte.
 — 15 for satte l. altid.
- 45 — 19 for første l. største.
- 47 — 1 for også l. ogsaa.
- 49 — 11 for $\frac{22}{22}$ l. $\frac{22}{22}$.
- 52 — 15 for mange l. mange gange.
- 72 — 1 for Skrupler l. 12 Skrupler.
- 94 — 19 og 20 for samlignende l. sammenlignende.
- 99 — 2 for Multiplication l. Multiplication.
- 108 — 23 for binonium l. binomium.
- 111 — 6 for høiere l. høire.
- 117 — 16 neden for $\equiv$ l. —
- 124 — 10 for b^3 l. $3ab^2$.
 — 14 for a^2b l. b^2 .
- 135 — 11 for uegentlig l. uegentlig.

36°	Logarithm. Sinus				Logarithm. Tangens				54°
1	9.769393	290	9.907866	153	9.861527	443	10.138473	59'	
2	769566	289	9.907774	153	861792	443	138208	58	
3	769740	289	9.907682	153	862058	442	137942	57	
4	769913	289	9.907590	153	862323	442	137677	56	
5	9.770087	289	9.907498	153	9.862589	442	10.137411	55	
6	770260	289	9.907406	153	862854	442	137146	54	
7	770433	288	9.907314	153	863119	442	136881	53	
8	770606	288	9.907222	154	863385	442	136615	52	
9	770779	288	9.907129	154	863650	442	136350	51	
10	9.770952	288	9.907037	154	9.863915	442	10.136085	50	
11	771125	288	9.906945	154	864180	442	135820	49	
12	771298	288	9.906852	154	864445	442	135555	48	
13	771470	288	9.906760	154	864710	442	135290	47	
14	771643	287	9.906667	154	864975	442	135025	46	
15	9.771815	287	9.906575	154	9.865240	441	10.134760	45	
16	771987	287	9.906482	154	865505	441	134495	44	
17	772159	287	9.906389	154	865770	441	134230	43	
18	772331	287	9.906296	155	866035	441	133965	42	
19	772503	286	9.906204	155	866300	441	133700	41	
20	9.772675	286	9.906111	155	9.866564	441	10.133436	40	
21	772847	286	9.906018	155	866829	441	133171	39	
22	773018	286	9.905925	155	867094	441	132906	38	
23	773190	286	9.905832	155	867358	441	132642	37	
24	773361	286	9.905739	155	867623	441	132377	36	
25	9.773533	285	9.905645	155	9.867887	441	10.132113	35	
26	773704	285	9.905552	155	868152	441	131848	34	
27	773875	285	9.905459	155	868416	440	131584	33	
28	774046	285	9.905366	155	868680	441	131320	32	
29	774217	285	9.905272	156	868945	440	131055	31	
30	9.774388	285	9.905179	156	9.869209	440	10.130791	30	
31	774558	284	9.905085	156	869473	440	130527	29	
32	774729	284	9.904992	156	869737	440	130263	28	
33	774899	284	9.904898	156	870001	440	129999	27	
34	775070	284	9.904804	156	870265	440	129735	26	
35	9.775240	284	9.904711	156	9.870529	440	10.129471	25	
36	775410	284	9.904617	156	870793	440	129207	24	
37	775580	283	9.904523	156	871057	440	128943	23	
38	775750	283	9.904429	156	871321	440	128679	22	
39	775920	283	9.904335	157	871585	440	128415	21	
40	9.776090	283	9.904241	157	9.871849	440	10.128151	20	
41	776259	283	9.904147	157	872112	439	127888	19	
42	776429	283	9.904053	157	872376	439	127624	18	
43	776598	282	9.903959	157	872640	439	127360	17	
44	776768	282	9.903864	157	872903	439	127097	16	
45	9.776937	282	9.903770	157	9.873167	439	10.126833	15	
46	777106	282	9.903676	157	873430	439	126570	14	
47	777275	282	9.903581	157	873694	439	126306	13	
48	777444	281	9.903487	157	873957	439	126043	12	
49	777613	281	9.903392	157	874220	439	125780	11	
50	9.777781	281	9.903298	158	9.874484	439	10.125516	10	
51	777950	281	9.903203	158	874747	439	125253	9	
52	778119	281	9.903108	158	875010	439	124990	8	
53	778287	281	9.903014	158	875273	439	124727	7	
54	778455	280	9.902919	158	875537	438	124463	6	
55	9.778624	280	9.902824	158	9.875800	438	10.124200	5	
56	778792	280	9.902729	158	876063	438	123937	4	
57	778960	280	9.902634	158	876326	438	123674	3	
58	779128	280	9.902539	158	876589	438	123411	2	
59	779295	280	9.902444	158	876852	438	123148	1	
37°	779463	279	9.902349	159	877114	438	122886	53°	

37°	Logarithm. Sinus				Logarithm. Tangens			
1	9.779631	279	9.902253	159	9.877377	438	10.122623	
2	779798	279	902158	159	877640	438	122360	
3	779966	279	902063	159	877903	438	122097	
4	780133	279	901967	159	878165	438	121835	
5	780300	279	9.901872	159	9.878428	438	10.121572	
6	9.780467	278	901776	159	878691	438	121309	
7	780634	278	901681	159	878953	438	121047	
8	780801	278	901585	159	879216	437	120784	
9	780968	278	901490	159	879478	437	120522	
10	9.781134	278	9.901394	159	9.879741	437	10.120259	
11	781301	278	901298	160	880003	437	119997	
12	781468	277	901202	160	880265	437	119735	
13	781634	277	901106	160	880528	437	119472	
14	781800	277	901010	160	880790	437	119210	
15	9.781966	277	9.900914	160	9.881052	437	10.118948	
16	782132	277	900818	160	881314	437	118686	
17	782298	277	900722	160	881577	437	118423	
18	782464	276	900626	160	881839	437	118161	
19	782630	276	900529	160	882101	437	117899	
20	9.782796	276	9.900433	160	9.882363	437	10.117637	
21	782961	276	900337	161	882625	436	117375	
22	783127	276	900240	161	882887	437	117113	
23	783292	276	900144	161	883148	436	116852	
24	783458	275	900047	161	883410	436	116590	
25	9.783623	275	9.899951	161	9.883672	436	10.116328	
26	783788	275	899854	161	883934	436	116066	
27	783953	275	899757	161	884196	436	115804	
28	784118	275	899660	161	884457	436	115543	
29	784282	274	899564	161	884719	436	115281	
30	9.784447	274	9.899467	161	9.884980	436	10.115020	
31	784612	274	899370	162	885242	436	114758	
32	784776	274	899273	162	885504	436	114496	
33	784941	274	899176	162	885765	436	114233	
34	785105	274	899078	162	886026	436	113974	
35	9.785269	274	9.898981	162	9.886288	436	10.113712	
36	785433	273	898884	162	886549	436	113451	
37	785597	273	898787	162	886811	435	113189	
38	785761	273	898689	162	887072	435	112928	
39	785925	273	898592	162	887333	435	112667	
40	9.786089	273	9.898494	162	9.887594	435	10.112406	
41	786252	273	898397	163	887855	435	112145	
42	786416	272	898299	163	888116	435	111884	
43	786579	272	898202	163	888378	435	111622	
44	786742	272	898104	163	888639	435	111361	
45	9.786906	272	9.898006	163	9.888900	435	10.111100	
46	787069	272	897908	163	889161	435	110839	
47	787232	272	897810	163	889421	435	110579	
48	787395	271	897712	163	889682	435	110318	
49	787557	271	897614	163	889943	435	110057	
50	9.787720	271	9.897516	163	9.890204	435	10.109796	
51	787883	271	897418	163	890465	434	109535	
52	788045	271	897320	164	890725	434	109275	
53	788208	271	897222	164	890986	434	109014	
54	788370	271	897123	164	891247	434	108753	
55	9.788532	270	9.897025	164	9.891507	434	10.108493	
56	788694	270	896926	164	891768	434	108232	
57	788856	270	896828	164	892028	434	107972	
58	789018	270	896729	164	892289	434	107711	
59	789180	270	896631	164	892549	434	107451	
38°	789342	270	896532	164	892810	434	107190	

38°	Logarithm. Sinus				Logarithm. Tangens				52°
1	9.789504	269	9.896433	164	9.893070	434	10.106930	59	59
2	789665	269	896335	165	893331	434	106669	58	58
3	789827	269	896236	165	893591	434	106409	57	57
4	789988	269	896137	165	893851	434	106149	56	56
5	9.790149	269	9.896038	165	9.894111	434	10.105889	55	55
6	790310	268	895939	165	894372	433	105628	54	54
7	790471	268	895840	165	894632	434	105368	53	53
8	790632	268	895741	165	894892	433	105108	52	52
9	790793	268	895641	165	895152	433	104848	51	51
10	9.790954	268	9.895542	165	9.895412	433	10.104588	50	50
11	791115	268	895443	165	895672	433	104328	49	49
12	791275	268	895343	166	895932	433	104068	48	48
13	791436	267	895244	166	896192	433	103808	47	47
14	791596	267	895145	166	896452	433	103548	46	46
15	9.791757	267	9.895045	166	9.896712	433	10.103288	45	45
16	791917	267	894945	166	896971	433	103029	44	44
17	792077	267	894846	166	897231	433	102769	43	43
18	792237	267	894746	166	897491	433	102509	42	42
19	792397	266	894646	166	897751	433	102249	41	41
20	9.792557	266	9.894546	166	9.898010	433	10.101990	40	40
21	792716	266	894446	167	898270	433	101730	39	39
22	792876	266	894346	166	898530	433	101470	38	38
23	793035	266	894246	167	898789	433	101211	37	37
24	793195	266	894146	167	899049	432	100951	36	36
25	9.793354	266	9.894046	167	9.899308	432	10.100692	35	35
26	793514	265	893946	167	899568	432	100432	34	34
27	793673	265	893846	167	899827	432	100173	33	33
28	793832	265	893745	167	900087	432	099913	32	32
29	793991	265	893645	167	900346	432	099654	31	31
30	9.794150	265	9.893544	167	9.900605	432	10.099395	30	30
31	794308	264	893444	167	900864	432	099136	29	29
32	794467	264	893343	168	901124	432	098876	28	28
33	794626	264	893243	168	901383	432	098617	27	27
34	794784	264	893142	168	901642	432	098358	26	26
35	9.794942	264	9.893041	168	9.901901	432	10.098099	25	25
36	795101	264	892940	168	902160	432	097840	24	24
37	795259	264	892839	168	902420	432	097580	23	23
38	795417	263	892739	168	902679	432	097321	22	22
39	795575	263	892638	168	902938	432	097062	21	21
40	9.795733	263	9.892536	168	9.903197	432	10.096803	20	20
41	795891	263	892435	168	903456	431	096544	19	19
42	796049	263	892334	169	903714	431	096286	18	18
43	796206	263	892233	169	903973	431	096027	17	17
44	796364	263	892132	169	904232	431	095768	16	16
45	9.796521	262	9.892030	169	9.904491	431	10.095509	15	15
46	796679	262	891929	169	904750	431	095250	14	14
47	796836	262	891827	169	905009	431	094991	13	13
48	796993	262	891726	169	905267	431	094733	12	12
49	797150	262	891624	169	905526	431	094474	11	11
50	9.797307	262	9.891523	169	9.905785	431	10.094215	10	10
51	797464	261	891421	170	906043	431	093957	9	9
52	797621	261	891319	169	906302	431	093698	8	8
53	797777	261	891217	170	906560	431	093440	7	7
54	797934	261	891115	170	906819	431	093181	6	6
55	9.798091	261	9.891013	170	9.907077	431	10.092923	5	5
56	798247	261	890911	170	907336	431	092664	4	4
57	798403	261	890809	170	907594	431	092406	3	3
58	798560	260	890707	170	907853	431	092147	2	2
59	798716	260	890605	170	908111	431	091889	1	1
39°	798872	260	890503	170	908369	430	091631	51°	51°

39°	Logarithm. Sinus				Logarithm. Tangens				51°
1	9.799028	260	9.890400	170	9.908628	430	10.091372	59	59
2	799184	260	890298	171	908886	430	091114	58	58
3	799339	260	890195	171	909144	430	090856	57	57
4	799495	259	890093	171	909402	430	090598	56	56
5	9.799651	259	9.889990	171	9.909660	430	10.090340	55	55
6	799806	259	889888	171	909918	430	090082	54	54
7	799962	259	889785	171	910177	430	089823	53	53
8	800117	259	889682	171	910435	430	089565	52	52
9	800272	259	889579	171	910693	430	089307	51	51
10	9.800427	258	9.889477	171	9.910951	430	10.089049	50	50
11	800582	258	889374	171	911209	430	088791	49	49
12	800737	258	889271	172	911467	430	088533	48	48
13	800892	258	889168	172	911725	430	088275	47	47
14	801047	258	889064	172	911982	430	088018	46	46
15	9.801201	258	9.888961	172	9.912240	430	10.087760	45	45
16	801356	258	888858	172	912498	430	087502	44	44
17	801511	257	888755	172	912756	430	087244	43	43
18	801665	257	888651	172	913014	430	086986	42	42
19	801819	257	888548	172	913271	429	086729	41	41
20	9.801973	257	9.888444	172	9.913529	429	10.086471	40	40
21	802128	257	888341	173	913787	429	086213	39	39
22	802282	257	888237	173	914044	429	085956	38	38
23	802436	256	888134	173	914302	429	085698	37	37
24	802589	256	888030	173	914560	429	085440	36	36
25	9.802743	256	9.887926	173	9.914817	429	10.085183	35	35
26	802897	256	887823	173	915075	429	084925	34	34
27	803050	256	887718	173	915332	429	084668	33	33
28	803204	256	887614	173	915590	429	084410	32	32
29	803357	256	887510	173	915847	429	084153	31	31
30	9.803511	255	9.887406	173	9.916104	429	10.083896	30	30
31	803664	255	887302	174	916362	429	083638	29	29
32	803817	255	887198	174	916619	429	083381	28	28
33	803970	255	887093	174	916877	429	083123	27	27
34	804123	255	886989	174	917134	429	082866	26	26
35	9.804276	255	9.886885	174	9.917391	429	10.082609	25	25
36	804428	254	886780	174	917648	429	082352	24	24
37	804581	254	886676	174	917906	429	082094	23	23
38	804734	254	886571	174	918163	429	081837	22	22
39	804886	254	886466	174	918420	428	081580	21	21
40	9.805039	254	9.886362	174	9.918677	428	10.081322	20	20
41	805191	254	886257	175	918934	428	081066	19	19
42	805343	254	886152	175	919191	428	080809	18	18
43	805495	253	886047	175	919448	428	080552	17	17
44	805647	253	885942	175	919705	428	080295	16	16
45	9.805799	253	9.885837	175	9.919962	428	10.080038	15	15
46	805951	253	885732	175	920219	428	079781	14	14
47	806103	253	885627	175	920476	428	079524	13	13
48	806254	253	885522	175	920733	428	079267	12	12
49	806406	253	885416	175	920990	428	079010	11	11
50	9.806557	252	9.885311	175	9.921247	428	10.078753	10	10
51	806709	252	885205	176	921503	428	078497	9	9
52	806860	252	885100	176	921760	428	078240	8	8
53	807011	252	884994	176	922017	428	077983	7	7
54	807163	252	884889	176	922274	428	077726	6	6
55	9.807314	252	9.884783	176	9.922530	428	10.077470	5	5
56	807465	252	884677	176	922787	428	077213	4	4
57	807615	251	884572	176	923044	428	076956	3	3
58	807766	251	884466	176	923300	428	076700	2	2
59	807917	251	884360	177	923557	428	076443	1	1
40°	808067	251	884254	176	923814	427	076186	50°	50°

40°

Logarithm. Sinus

1	9.808218	251	9.884148	177
2	808368	251	884042	177
3	808519	251	883936	177
4	808669	250	883829	177
5	9.808819	250	9.883723	177
6	808969	250	883617	177
7	809119	250	883510	177
8	809269	250	883404	177
9	809419	250	883297	177
10	9.809569	249	9.883191	178
11	809718	249	883084	178
12	809868	249	882977	178
13	310017	249	882871	178
14	810167	249	882764	178
15	9.810316	249	9.882657	178
16	810465	248	882550	178
17	810614	248	882443	178
18	810763	248	882336	178
19	810912	248	882229	179
20	9.811061	248	9.882121	179
21	811210	248	882014	179
22	811358	248	881907	179
23	811507	248	881799	179
24	811655	247	881692	179
25	9.811804	247	9.881584	179
26	811952	247	881477	179
27	812100	247	881369	179
28	812248	247	881261	179
29	812396	247	881153	180
30	9.812544	246	9.881046	180
31	812692	246	880938	180
32	812840	246	880830	180
33	812988	246	880722	180
34	813135	246	880613	180
35	9.813283	246	9.880505	180
36	813430	246	880397	180
37	813578	246	880289	180
38	813725	245	880180	181
39	813872	245	880072	181
40	9.814019	245	9.879963	181
41	814166	245	879855	181
42	814313	245	879746	181
43	814460	245	879637	181
44	814607	244	879529	181
45	9.814753	244	9.879420	181
46	814900	244	879311	181
47	815046	244	879202	181
48	815193	244	879093	181
49	815339	244	878984	181
50	9.815485	244	9.878875	181
51	815632	243	878766	181
52	815778	243	878656	181
53	815924	243	878547	181
54	816069	243	878438	181
55	9.816215	243	9.878328	181
56	816361	243	878219	181
57	816507	243	878109	183
58	816652	242	877999	183
59	816798	242	877890	183
41°	816943	242	877780	183

Logarithm. Tangens

50°

9.924070	428	10.075930	59'
924327	427	075673	58
924583	427	075417	57
924840	427	075160	56
9.925096	427	10.074904	55
925352	427	074648	54
925609	427	074391	53
925865	427	074135	52
926122	427	073878	51
9.926378	427	10.073622	50
926634	427	073366	49
926890	427	073110	48
927147	427	072853	47
927403	427	072597	46
9.927659	427	10.072341	45
927915	427	072085	44
928171	427	071829	43
928427	427	071573	42
928684	427	071316	41
9.928940	427	10.071060	40
929196	427	070804	39
929452	427	070548	38
929708	427	070292	37
929964	427	070036	36
9.930220	426	10.069780	35
930475	427	069525	34
930731	426	069269	33
930987	426	069013	32
931243	426	068757	31
9.931499	426	10.068501	30
931755	426	068245	29
932010	426	067990	28
932266	426	067734	27
932522	426	067478	26
9.932778	426	10.067222	25
933033	426	066967	24
933289	426	066711	23
933545	426	066455	22
933800	426	066200	21
9.934056	426	10.065944	20
934311	426	065689	19
934567	426	065433	18
934822	426	065178	17
935078	426	064922	16
9.935333	426	10.064667	15
935589	426	064411	14
935844	426	064156	13
936100	426	063900	12
936355	426	063645	11
9.936611	425	10.063389	10
936866	426	063134	9
937121	425	062879	8
937377	425	062623	7
937632	425	062368	6
9.937887	425	10.062113	5
938142	425	061856	4
938398	425	061602	3
938653	425	061347	2
938908	425	061092	1
939163	425	060837	49°

41°	Logarithm. Sinus				Logarithm. Tangens				49°
1	9.817088	242	9.877670	183	9.939418	425	10.060582	59	59
2	817233	242	877560	183	939673	425	060327	58	58
3	817379	242	877450	183	939928	425	060072	57	57
4	817524	242	877340	183	940183	425	059817	56	56
5	9.817668	242	9.877230	183	9.940439	425	10.059561	55	55
6	817813	241	877120	184	940694	425	059306	54	54
7	817953	241	877010	184	940949	425	059051	53	53
8	818103	241	876899	184	941204	425	058796	52	52
9	818247	241	876789	184	941459	425	058541	51	51
10	9.818392	241	9.876678	184	9.941713	425	10.058287	50	50
11	818536	241	876568	184	941968	425	058032	49	49
12	818681	240	876457	184	942223	425	057777	48	48
13	818825	240	876347	184	942478	425	057522	47	47
14	818969	240	876236	184	942733	425	057267	46	46
15	9.819113	240	9.876125	185	9.942988	425	10.057012	45	45
16	819257	240	876014	185	943243	425	056757	44	44
17	819401	240	875904	185	943498	425	056502	43	43
18	819545	240	875793	185	943752	425	056248	42	42
19	819689	240	875682	185	944007	425	055993	41	41
20	9.819832	239	9.875571	185	9.944262	424	10.055738	40	40
21	819976	239	875459	185	944517	424	055483	39	39
22	820120	239	875348	185	944771	424	055229	38	38
23	820263	239	875237	185	945026	424	054974	37	37
24	820406	239	875126	185	945281	424	054719	36	36
25	9.820550	239	9.875014	186	9.945535	424	10.054465	35	35
26	820693	238	874903	186	945790	424	054210	34	34
27	820836	238	874791	186	946045	424	053955	33	33
28	820979	238	874680	186	946299	424	053701	32	32
29	821123	238	874568	186	946554	424	053446	31	31
30	9.821265	238	9.874456	186	9.946808	424	10.053192	30	30
31	821407	238	874344	186	947063	424	052937	29	29
32	821550	238	874232	186	947318	424	052682	28	28
33	821693	238	874121	187	947572	424	052428	27	27
34	821835	237	874009	187	947827	424	052173	26	26
35	9.821977	237	9.873896	187	9.948081	424	10.051919	25	25
36	822120	237	873784	187	948335	424	051665	24	24
37	822262	237	873672	187	948590	424	051410	23	23
38	822404	237	873560	187	948844	424	051156	22	22
39	822546	237	873448	187	949099	424	050901	21	21
40	9.822688	237	9.873335	187	9.949353	424	10.050647	20	20
41	822830	236	873223	187	949608	424	050392	19	19
42	822972	236	873110	187	949862	424	050138	18	18
43	823114	236	872998	188	950116	424	049883	17	17
44	823255	236	872885	188	950371	424	049629	16	16
45	9.823397	236	9.872772	188	9.950625	424	10.049375	15	15
46	823539	236	872659	188	950879	424	049121	14	14
47	823680	236	872547	188	951133	424	048867	13	13
48	823821	235	872434	188	951388	424	048612	12	12
49	823963	235	872321	188	951642	424	048358	11	11
50	9.824104	235	9.872208	188	9.951896	424	10.048104	10	10
51	824245	235	872095	188	952150	424	047850	9	9
52	824386	235	871981	189	952405	424	047595	8	8
53	824527	235	871868	189	952659	424	047341	7	7
54	824668	235	871755	189	952913	423	047087	6	6
55	9.824808	234	9.871641	189	9.953167	424	10.046833	5	5
56	824949	234	871528	189	953421	423	046579	4	4
57	825090	234	871414	189	953675	423	046325	3	3
58	825230	234	871301	189	953929	423	046071	2	2
59	825371	234	871187	189	954183	423	045817	1	1
42°	825511	234	871073	189	954437	423	045563		48°

42°	Logarithm. Sinus				Logarithm. Tangens				48°
1'	9.825651	234	5.870960	190	9.954691	423	10.045309		59'
2	825791	233	870846	190	954946	423	045054		58
3	825931	233	870732	190	955200	423	044800		57
4	826071	233	870618	190	955454	423	044546		56
5	826211	233	9.870504	190	9.955708	423	10.044292		55
6	9.826351	233	870390	190	955961	423	044039		54
7	826491	233	870276	190	956215	423	043785		53
8	826631	233	870161	190	956469	423	043531		52
9	826770	233	870047	190	956723	423	043277		51
10	9.826910	232	9.869939	191	9.956977	423	10.043023		50
11	827049	232	869818	191	957231	423	042769		49
12	827189	232	869704	191	957485	423	042515		48
13	827328	232	869589	191	957739	423	042261		47
14	827467	232	869474	191	957993	423	042007		46
15	9.827606	232	9.869360	191	9.958247	423	10.041753		45
16	827745	232	869245	191	958500	423	041500		44
17	827884	232	869130	191	958754	423	041246		43
18	828023	231	869015	191	959008	423	040992		42
19	828162	231	868900	192	959262	423	040738		41
20	9.828301	231	9.868785	192	9.959516	423	10.040484		40
21	828439	231	868670	192	959769	423	040231		39
22	828578	231	868555	192	960023	423	039977		38
23	828716	231	868440	192	960277	423	039723		37
24	828855	231	868324	192	960530	423	039470		36
25	9.828993	230	9.868209	192	9.960784	423	10.039216		35
26	829131	230	868093	192	961038	423	038962		34
27	829269	230	867978	192	961292	423	038708		33
28	829407	230	867863	193	961545	423	038455		32
29	829545	230	867747	193	961799	423	038201		31
30	9.829683	230	9.867631	193	9.962052	423	10.037948		30
31	829821	230	867515	193	962306	423	037694		29
32	829959	229	867399	193	962560	423	037440		28
33	830097	229	867283	193	962813	423	037187		27
34	830234	229	867167	193	963067	423	036933		26
35	9.830372	229	9.867051	193	9.963320	422	10.036680		25
36	830509	229	866935	193	963574	422	036426		24
37	830646	229	866819	194	963828	422	036172		23
38	830784	229	866703	194	964081	422	035919		22
39	830921	229	866586	194	964335	422	035665		21
40	9.831058	228	9.866470	194	9.964588	422	10.035412		20
41	831195	228	866353	194	964842	422	035158		19
42	831332	228	866237	194	965095	422	034905		18
43	831469	228	866120	194	965349	422	034651		17
44	831606	228	866004	194	965602	422	034398		16
45	9.831742	228	9.865887	195	9.965855	422	10.034145		15
46	831879	228	865770	195	966109	422	033891		14
47	832015	228	865653	195	966362	422	033638		13
48	832152	227	865536	195	966616	422	033384		12
49	832288	227	865419	195	966869	422	033131		11
50	9.832425	227	9.865302	195	9.967123	422	10.032877		10
51	832561	227	865185	195	967376	422	032624		9
52	832697	227	865068	195	967629	422	032371		8
53	832833	227	864950	195	967883	422	032117		7
54	832969	227	864833	195	968136	422	031864		6
55	9.833105	226	9.864716	196	9.968389	422	10.031611		5
56	833241	226	864598	196	968643	422	031357		4
57	833377	226	864481	196	968896	422	031104		3
58	833512	226	864363	196	969149	422	030851		2
59	833648	226	864245	196	969403	422	030597		1
43°	833783	226	864127	196	969656	422	030344		47°

43°

Logarithm. Sinus

Logarithm. Tangens

47°

1	9.833919	226	9.864010	196
2	834054	225	863892	196
3	834189	225	863774	197
4	834325	225	863656	197
5	9.834460	225	9.863538	197
6	834595	225	863419	197
7	834730	225	863301	197
8	834865	225	863183	197
9	834999	225	863064	197
10	9.835134	224	9.862946	197
11	835269	224	862827	198
12	835403	224	862709	198
13	835538	224	862590	198
14	835672	224	862471	198
15	9.835807	224	9.862353	198
16	835941	224	862234	198
17	836075	224	862115	198
18	836209	223	861996	198
19	836343	223	861877	198
20	9.836477	223	9.861758	198
21	836611	223	861638	199
22	836745	223	861519	199
23	836878	223	861400	199
24	837012	223	861280	199
25	9.837146	222	9.861161	199
26	837279	222	861041	199
27	837412	222	860922	199
28	837546	222	860802	199
29	837679	222	860682	199
30	9.837812	222	9.860562	200
31	837945	222	860442	200
32	838078	222	860322	200
33	838211	221	860202	200
34	838344	221	860082	200
35	9.838477	221	9.859962	200
36	838610	221	859842	200
37	838742	221	859721	200
38	838875	221	859601	201
39	839007	221	859480	201
40	9.839140	221	9.859360	201
41	839272	220	859239	201
42	839404	220	859119	201
43	839536	220	858998	201
44	839668	220	858877	201
45	9.839800	220	9.858756	201
46	839932	220	858635	202
47	840064	220	858514	202
48	840196	219	858393	202
49	840328	219	858272	202
50	9.840459	219	9.858151	202
51	840591	219	858030	202
52	840722	219	857908	202
53	840854	219	857786	202
54	840985	219	857665	202
55	9.841116	219	9.857543	203
56	841247	219	857422	203
57	841378	218	857300	203
58	841509	218	857178	203
59	841640	218	857056	203
60	841771	218	856934	203

9.969909	422	10.030091	59'
970161	422	029838	58
970416	422	029584	57
970669	422	029331	56
9.970922	422	10.029078	55
971175	422	028825	54
971429	422	028571	53
971682	422	028318	52
971935	422	028065	51
9.972188	422	10.027812	50
972441	422	027559	49
972695	422	027305	48
972948	422	027052	47
973201	422	026799	46
9.973454	422	10.026546	45
973707	422	026293	44
973960	422	026040	43
974213	422	025787	42
974466	422	025534	41
9.974720	422	10.025280	40
974973	422	025027	39
975226	422	024774	38
975479	422	024521	37
975732	422	024268	36
9.975985	422	10.024015	35
976238	422	023762	34
976491	422	023509	33
976744	422	023256	32
976997	422	023003	31
9.977250	422	10.022750	30
977503	422	022497	29
977756	422	022244	28
978009	422	021991	27
978262	422	021738	26
9.978515	421	10.021485	25
978768	422	021232	24
979021	422	020979	23
979274	421	020726	22
979527	422	020473	21
9.979780	421	10.020220	20
980033	421	019967	19
980286	422	019714	18
980538	421	019462	17
980791	421	019209	16
9.981044	421	10.018956	15
981297	421	018703	14
981550	421	018450	13
981803	421	018197	12
982056	421	017944	11
9.982309	421	10.017691	10
982562	421	017438	9
982814	421	017186	8
983067	421	016933	7
983320	421	016680	6
9.983573	421	10.016427	5
983826	421	016174	4
984079	421	015921	3
984332	421	015668	2
984584	421	015416	1
984837	421	015163	46°

44°

44°	Logarithm. Sinus				Logarithm. Tangens				46°
1	9.841902	218	9.856812	203	9.985090	421	10.014910	59	59
2	842033	218	856690	203	985343	421	014657	58	58
3	842163	218	856568	204	985596	421	014404	57	57
4	842294	217	856446	204	985848	421	014152	56	56
5	9.842424	217	9.856323	204	9.986101	421	10.013899	55	55
6	842555	217	856201	204	986354	421	013646	54	54
7	842685	217	856078	204	986607	421	013393	53	53
8	842815	217	855956	204	986860	421	013140	52	52
9	842946	217	855833	204	987112	421	012888	51	51
10	9.843076	217	9.855711	204	9.987365	421	10.012635	50	50
11	843206	217	855588	205	987618	421	012382	49	49
12	843336	216	855465	205	987871	421	012129	48	48
13	843466	216	855342	205	988123	421	011877	47	47
14	843595	216	855219	205	988376	421	011624	46	46
15	9.843725	216	9.855096	205	9.988629	421	10.011371	45	45
16	843855	216	854973	205	988882	421	011118	44	44
17	843984	216	854850	205	989134	421	010866	43	43
18	844114	216	854727	205	989387	421	010613	42	42
19	844243	216	854603	205	989640	421	010360	41	41
20	9.844372	215	9.854480	206	9.989893	421	10.010107	40	40
21	844502	215	854356	206	990145	421	009855	39	39
22	844631	215	854233	206	990398	421	009602	38	38
23	844760	215	854109	206	990651	421	009349	37	37
24	844889	215	853986	206	990903	421	009097	36	36
25	9.845018	215	9.853862	206	9.991156	421	10.008844	35	35
26	845147	215	853738	206	991409	421	008591	34	34
27	845276	215	853614	206	991662	421	008338	33	33
28	845405	214	853490	207	991914	421	008086	32	32
29	845533	214	853366	207	992167	421	007833	31	31
30	9.845662	214	9.853242	207	9.992420	421	10.007580	30	30
31	845790	214	853118	207	992672	421	007328	29	29
32	845919	214	852994	207	992925	421	007075	28	28
33	846047	214	852869	207	993178	421	006822	27	27
34	846175	214	852745	207	993431	421	006569	26	26
35	9.846304	214	9.852620	207	9.993683	421	10.006317	25	25
36	846432	214	852496	207	993936	421	006064	24	24
37	846560	213	852371	208	994189	421	005811	23	23
38	846688	213	852247	208	994441	421	005559	22	22
39	846816	213	852122	208	994694	421	005306	21	21
40	9.846944	213	9.851997	208	9.904947	421	10.005053	20	20
41	847071	213	851872	208	995199	421	004801	19	19
42	847199	213	851747	208	995452	421	004548	18	18
43	847327	213	851622	208	995705	421	004295	17	17
44	847454	213	851497	208	995957	421	004043	16	16
45	9.847582	212	9.851372	209	9.996210	421	10.003790	15	15
46	847709	212	851246	209	996463	421	003537	14	14
47	847836	212	851121	209	996715	421	003285	13	13
48	847964	212	850996	209	996968	421	003032	12	12
49	848091	212	850870	209	997221	421	002779	11	11
50	9.848218	212	9.850745	209	9.997473	421	10.002527	10	10
51	848345	212	850619	209	997726	421	002274	9	9
52	848472	212	850493	209	997979	421	002021	8	8
53	848599	211	850368	210	998231	421	001769	7	7
54	848726	211	850242	210	998484	421	001516	6	6
55	9.848852	211	9.850116	210	9.998737	421	10.001263	5	5
56	848979	211	849999	210	998989	421	001011	4	4
57	849106	211	849864	210	999242	421	000758	3	3
58	849232	211	849738	210	999495	421	000505	2	2
59	849359	211	849611	210	999747	421	000253	1	1
45°	849485	211	849485	210	000000	421	000000	45°	45°